

МАТЕМАТИКА

2016

ЕГЭ

Под редакцией И. В. Яценко

профильный
уровень

ЗАДАЧА 11

С. А. Шестаков

ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

ФГОС

**ЕГЭ 2016
МАТЕМАТИКА**

ЗАДАЧА 11
профильный уровень

ББК 22.1я72

III51

Шестаков С. А.

ЕГЭ 2016. Математика. Задачи на составление уравнений.

Задача 11 (профильный уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Яценко.

Электронное издание.

М.: МЦНМО, 2016.

78 с.

ISBN 978-5-4439-2415-1

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2016. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче единого государственного экзамена по математике в 2016 году по базовому и профильному уровням. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2016.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровневый подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по основным темам, связанным с решением задач на составление уравнений. Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

Подготовлено на основе книги:

Шестаков С. А. ЕГЭ 2016. Математика. Задачи на составление уравнений.

Задача 11 (профильный уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Яценко. —

М.: МЦНМО, 2016. — ISBN 978-5-4439-0880-9

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,
тел. (499)241-08-04.

<http://www.mccme.ru>

ISBN 978-5-4439-2415-1

© Шестаков С. А., 2016.

© МЦНМО, 2016.

Содержание

От редактора серии	3
Введение	4
Диагностическая работа	6
Задачи на движение	9
1. Движение навстречу. Решение задачи 1 диагностической работы	10
Тренировочная работа 1	11
2. Движение вдогонку. Решение задачи 2 диагностической работы	14
Тренировочная работа 2	15
3. Движение по окружности (замкнутой трассе). Решение задачи 3 диагностической работы	19
Тренировочная работа 3	20
4. Движение по воде. Решение задачи 4 диагностической работы	23
Тренировочная работа 4	24
5. Средняя скорость. Решение задачи 5 диагностической работы	28
Тренировочная работа 5	29
6. Движение протяженных тел. Решение задачи 6 диагностической работы	32
Тренировочная работа 6	33
Задачи на производительность	36
7. Задачи на работу. Решение задачи 7 диагностической работы	37
Тренировочная работа 7	38
8. Задачи на бассейны и трубы. Решение задачи 8 диагностической работы	41
Тренировочная работа 8	42
9. Задачи на проценты и доли. Решение задачи 9 диагностической работы	45
Тренировочная работа 9	48
10. Задачи на концентрацию, смеси, сплавы. Решение задачи 10 диагностической работы	51
Тренировочная работа 10	56
Диагностическая работа 1	60
Диагностическая работа 2	63

Содержание

Диагностическая работа 3	66
Диагностическая работа 4	69
Диагностическая работа 5	72
Ответы	75

Введение

Это пособие предназначено для подготовки к решению задач по теме «Задачи на составление уравнений» и, в частности, задачи 11 профильного уровня Единого государственного экзамена по математике.

Можно — при всей условности такого деления — выделить следующие три основные группы задач по этой теме:

- 1) задачи на движение;
- 2) задачи на работу;
- 3) задачи на проценты, концентрацию, части, доли.

Разумеется, тематический список текстовых задач далеко не исчерпывается указанными типами, но умение решать именно такие задачи является ключевым при подготовке по данной теме.

Пособие включает 6 диагностических и 10 тренировочных работ (по два варианта), а также краткие методические рекомендации и разбор задач первой диагностической работы. Каждая диагностическая работа содержит 10 заданий. Каждая тренировочная работа соответствует одному из заданий диагностической работы и содержит 10 задач для выработки или закрепления навыков решения по каждому типу заданий.

В начале работы с пособием целесообразно выполнить первую диагностическую работу, определить, какие задачи вызывают затруднения, и обратиться при необходимости к разбору задач. После этого нужно потренироваться в решении задач каждого типа, выполнив тренировочные работы. Для завершения подготовки следует обратиться к диагностическим работам 1—5 и постараться решить их без ошибок. Желательно, чтобы время решения любой из диагностических и тренировочных работ не превышало 50—60 минут.

Подчеркнем, что в пособии рассматриваются задания, в значительной части отвечающие по уровню сложности заданию 11 ЕГЭ по математике. Умение решать такие задачи является базовым: без него невозможно продвинуться в решении более сложных задач. Тем не менее часть включенных в пособие задач несколько сложнее задачи 11 демоверсии: их решение позволит нарастить определенную «математическую мускулатуру» и чувствовать себя на экзамене застрахованным от неприятных неожиданностей.

При подготовке к решению задач Единого государственного экзамена с кратким ответом нужно помнить следующее. Проверка ответов осуществляется компьютером после сканирования бланка ответов и сопоставления результатов сканирования с правильными ответами. Поэтому цифры в бланке ответов следует писать разборчиво и строго в соответствии с инструкцией по заполнению бланка (с тем чтобы, например, 1 и 7 или 8 и В распознавались корректно). К сожалению, ошибки сканирования полностью исключить нельзя, поэтому если есть уверенность в задаче, за которую получен минус, нужно идти на апелляцию. Ответом к задаче может быть только целое число или конечная десятичная дробь. Ответ, зафиксированный в иной форме, будет рас-

Введение

познан как неправильный. В этом смысле задание 11 не является исключением: если результатом вычислений явилась обыкновенная дробь, например $\frac{3}{4}$, то перед записью ответа в бланк ее нужно обратить в десятичную, т. е. в ответе написать 0,75. Каждый символ (в том числе запятая и знак «минус») записывается в отдельную клеточку, как это показано на полях пособия.

Ответы:

Диагностическая работа

Вариант 1

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. Расстояние между городами A и B равно 435 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

2. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 300 метрам?

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть — со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

8. Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если бак объемом 360 литров она заполняет на 10 минут медленнее, чем вторая труба?

9. Пять рубашек дешевле куртки на 25%. На сколько процентов семь рубашек дороже куртки?

10. Виноград содержит 91% влаги, а изюм — 7%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 21 килограмма изюма?

Вариант 2

1. Расстояние между городами *A* и *B* равно 585 км. Из города *A* в город *B* со скоростью 75 км/ч выехал первый автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города *B* выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города *B* автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

2. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость одного из них на 0,5 км/ч меньше скорости другого. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 150 метрам?

3. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 21 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 54 км/ч, и через 35 минут после старта его первый раз обогнал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Ответы:

7

8

9

10

1

2

3

Образец написания:

Ответы:

Диагностическая работа

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 24 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 16 ч после отплытия из него. Сколько километров прошел теплоход за весь рейс?

5. Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 30 км/ч, вторую треть — со скоростью 20 км/ч, а последнюю треть — со скоростью 15 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

6. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 110 метров, второй — длиной 70 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 200 метров. Через 8 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 500 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

7. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 16 часов. Через 4 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

8. Первая труба пропускает на 7 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если бак объемом 420 литров она заполняет на 30 минут быстрее, чем первая труба?

9. Восемь рубашек дороже куртки на 28%. На сколько процентов шесть рубашек дешевле куртки?

10. Виноград содержит 92% влаги, а изюм — 8%. Сколько килограммов винограда требуется для получения 24 килограммов изюма?

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Задачи на движение

Этот параграф посвящен текстовым задачам в той их части, которую составляют задачи на движение. Во всех таких задачах допускается определенная идеализация: считается, что тела движутся прямолинейно и равномерно, скорости (в том числе скорость течения) постоянны в течение определенных промежутков времени, не меняются при поворотах и т. д., движущиеся тела считаются материальными точками (если не оговорено противное), т. е. не имеющими размеров и массы (вернее, их размеры и масса несущественны для решения задачи). Даже решение задач на движение по окружности не требует применения специальных понятий — угловой скорости и т.п.; здесь точнее было бы говорить о движении по замкнутой трассе. Если расстояние между пунктами, из которых начинают движение два тела, не задано, иногда бывает удобно положить его равным единице.

При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи, получить нужные уравнения даже в таком относительно трудном случае, как движение по окружности.

Основными типами задач на движение являются следующие:

- 1) задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку),
- 2) задачи на движение по замкнутой трассе,
- 3) задачи на движение по воде,
- 4) задачи на среднюю скорость,
- 5) задачи на движение протяженных тел.

Рассмотрим более подробно каждый из этих типов задач, выделив, где необходимо, базовые задачи.

1. Движение навстречу.

Решение задачи 1 диагностической работы

Если расстояние между двумя движущимися навстречу друг другу телами равно s , а их скорости v_1 и v_2 , то время t , через которое они встретятся, находится по формуле

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}.$$

1. Расстояние между городами A и B равно 435 км. Из города A в город B со скоростью 60 км/ч выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города B выехал со скоростью 65 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города A автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Решение. Через час после выезда первого автомобиля расстояние между автомобилями стало равно

$$435 - 60 = 375 \text{ (км)},$$

поэтому автомобили встретятся через время

$$t = \frac{375}{60 + 65} = 3 \text{ (ч)}.$$

Таким образом, до момента встречи первый автомобиль будет находиться в пути 4 часа и проедет $60 \cdot 4 = 240$ (км).

Ответ. 240.