

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ Журнал выходит 4 раза в месяц

Выбор оптимального инвестиционного портфеля

Мировая банковская система и глобальные финансовые дисбалансы

Влияние потерь бюджета на безопасность страны

Финансовая независимость местных бюджетов

Налогообложение и оценка стоимости имущества

Институциональные инвесторы на рынке ценных бумаг

Особенности финансовых рисков в нефтяной промышленности

(537) – 2013 **MAPT** 

ОННСЬ и **КРЕМТ** — является зарегистрированным товарным знаком

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

## Журнал выходит 4 раза в месяц **9** (537) **– 2013 март**

## ПОДПИСКА ВО ВСЕХ ОТДЕЛЕНИЯХ СВЯЗИ

- индекс 71222 каталог агентства «Роспечать»
- индекс 45029 каталог УФПС РФ «Пресса России»
- индекс 34131 каталог российской прессы «Почта России»

Доступ и подписка на электронную версию журнала www.elibrary.ru, www.dilib.ru

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по печати.

Свидетельство о регистрации № 013007

### Учредители:

AOOT «Фининнова» ТОО НПП «Ареал»

### Издатель:

000 «ИЦ «Финансы и Кредит»

### Главный редактор:

В.А. Горохова

### Зам. главного редактора:

В.В. Гаврилов, А.Ю. Садкус

### Редакционный совет:

А.П. Балакина, доктор экономических наук, профессор

- В.П. Белянский, доктор экономических наук, профессор
- А.Я. Быстряков, доктор экономических наук, профессор
- Л.И. Гончаренко, доктор экономических наук, профессор
- М.В. Грязев, доктор технических наук, профессор
- А.З. Дадашев, доктор экономических наук, профессор
- В.Н. Едронова, доктор экономических наук, профессор
- Г.Б. Клейнер, доктор экономических наук, профессор, член-корреспондент РАН
- О.И. Лаврушин, доктор экономических наук, профессор
- Т.В. Парамонова, кандидат экономических наук, почетный доктор РЭА им. Г.В. Плеханова
- Г.Б. Поляк, доктор экономических наук, профессор
- В.М. Родионова, доктор экономических наук, профессор
- Л.А. Чалдаева, доктор экономических наук, профессор
- И.В. Шевченко, доктор экономических наук, профессор
- Н.Г. Щеголева, доктор экономических наук, профессор
- С.Н. Яшин, доктор экономических наук, профессор

### Верстка: М.С. Гранильщикова

### Корректор: А. М. Лейбович

Редакция журнала «Финансы и кредит»: 111401, Москва, а/я 10 Телефон/факс: (495) 721-85-75. Адрес в Internet: http://www.fin-izdat.ru E-mail: post@fin-izdat.ru

### АООТ «Фининнова»

### 000 «ИЦ «Финансы и Кредит»

Подписано в печать 08.02.2013. Формат 60х90 1/8. Цена договорная. Объем 10,0 п.л. Тираж 16 500 экз. Отпечатано в ООО «КТК», г. Красноармейск Московской обл. Тел. (495) 993-16-23.

Журнал рекомендован ВАК Минобрнауки России для публикации научных работ, отражающих основное научное содержание кандидатских и докторских диссертаций.

Журнал реферируется в ВИНИТИ РАН.

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

### Статьи рецензируются.

Перепечатка материалов и использование их в любой форме, в том числе и в электронных СМИ, возможны только с письменного разрешения редакции.

# СОДЕРЖАНИЕ

### МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Мадера А.Г. Математическая модель выбора

оптимального инвестиционного портфеля	)
Чернов В.Г., Манасян Н.С. Модель нечеткой коалиционной	í
игры для инновационных участников региона10	)
Локтионова Е.А. Отличительные особенности	
имитационного моделирования динамики	
фондового рынка 14	ļ
БАНКОВСКАЯ СИСТЕМА	
Ишханов А.В., Малахова Т.С., Малахов В.С.	
Анализ мировой банковской системы в условиях	
глобальных финансовых дисбалансов	,
БЮДЖЕТНАЯ ПОЛИТИКА	
Федотова Г.В., Кривчиков Е.В. Потери бюджета	
как фактор ослабления безопасности страны	)
Дорджиева О.Б. Проблемы финансовой независимости	
местных бюджетов в современных условиях	)
НАЛОГИ И НАЛОГООБЛОЖЕНИЕ	
Косорукова И.В., Родин А.Ю. Оценка стоимости	
имущества для целей налогообложения за рубежом	
и в России: сравнительный анализ	ŀ
Оробинская И.В. Специфика системы налогообложения	
сельскохозяйственных предприятий – участников	`
интегрированных формирований АПК	'
инновационные процессы	
Акинина В.П., Абасов Р.Г. Государственно-частное	
партнерство как катализатор инновационных	
процессов	,
РЫНОК ЦЕННЫХ БУМАГ	
Рожскова И.В., Азарян Н.А. Экономическая сущность	
деятельности институциональных инвесторов на рынке ценных бумаг51	
УПРАВЛЕНИЕ ФИНАНСАМИ	
УПРАВЛЕПИЕ ФИПАПСАМИ	

Бурденко Е.В., Быкасова Е.В. Влияние вступления Российской Федерации в ВТО на развитие внешнеторговой деятельности в швейной 

### РИСК-МЕНЕДЖМЕНТ

Абасова Х.А. Характеристика финансовых рисков 

### ЗАРУБЕЖНЫЙ ОПЫТ

Глонти В.Д., Вашакмадзе И.А. Проблемы финансовой 

### на книжную полку

*Юсупова О.А.* Рецензия на монографию «Роль кредита и модернизация деятельности банков в сфере 

Точка зрения редакции не всегда совпадает с точкой зрения авторов публикуемых статей.

Ответственность за достоверность информации в рекламных объявлениях несут рекламодатели.

# Моделирование в экономике

УДК 336.763

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОГО ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

А. Г. МАДЕРА, доктор технических наук, профессор департамента математики на факультете экономики E-mail: agmprof@mail. ru Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва

В статье излагается математическая модель, позволяющая формировать оптимальный инвестиционный портфель ценных бумаг (акций) и отличающаяся от существующих портфельных моделей большей реалистичностью и адекватностью оценки рисков и доходностей акций. Модель использует как данные по доходности акций за прошлые периоды, так и прогнозные значения рисков и доходов по акциям в будущем. Приведен метод прогнозирования будущих значений материальных мер, а также мер возможной актуализации доходов и убытков по акциям. Разработанная модель портфеля относится к классу оптимизационных моделей линейного программирования.

**Ключевые слова**: математическая модель, инвестиционный портфель, вероятность, доходность, акции.

## Введение

Акционеры, держатели обыкновенных акций являются совладельцами компании пропорционально количеству имеющихся у них в собственности акций и поэтому они несут все риски, связанные с владением капитала компании. Вместе с тем доходы акционеров ничем не ограничены, так что, если дела у компании идут успешно, то инвестор может рассчитывать на получение хороших дивидендов и/или прибыли от продажи акций. Многих акционеров привлекает и возможность получения не только дивидендов, но и дохода на колебаниях

цен акций. Таким образом, с каждой акцией для акционера связано, по меньшей мере, два фактора: доход и риск.

Вкладывать все средства в акции одной компании неразумно, поэтому основной задачей инвестора является формирование *инвестиционного портфеля*, состоящего из акций различных компаний. Доход по каждой акции в портфеле определяется ценой акции как на момент покупки, так и ее будущей ценой на момент подведения итогов. При этом будущие цены, а значит, и доходности по акциям определяются огромным количеством самых разнообразных факторов, будущие состояния которых отличаются крайне неопределенным и непредсказуемым характером.

В настоящее время существует множество портфельных моделей: Г. Марковица, У. Шарпа, *САРМ* и их многофакторные модификации [1, 2, 5, 10], которым присущи принципиальные недостатки, существенно ограничивающие их адекватность и применимость на практике. Назовем лишь некоторые из недостатков, опуская технические детали:

1) акцент делается только на риски, приводящие к убыткам по каждой акции. Вместе с тем именно надежды на повышенную доходность акций в будущем и составляют главный мотив, по которому акционер вкладывает свои деньги в их покупку, несмотря на реальную возможность убытков или даже потерь вложенного капитала. Поэтому инвестор стремится не столько минимизировать риски, сколько максимизировать доходность своего инвестиционного портфеля, справедливо полагая, что без риска не может обойтись ни одно дело. Действительно, инвестирование, исходящее лишь из минимизации риска, не принимающее во внимание возможные прибыли, приводит к одному единственному решению — вложению в краткосрочные векселя Казначейства США как имеющие наименьший риск;

- 2) отождествление риска с дисперсией разброса доходности акций не подтверждается на практике. Между тем величина любого риска пропорциональна двум мерам: материальной и вероятностной, в то время как дисперсия разброса не несет в себе явной информации о вероятностях и материальной величине возможных убытков ни в прошлом, ни в будущем акций. Экспериментальной проверки требует также гипотеза о положительной связи между ростом доходности и ростом риска [6];
- 3) предполагается, что ожидаемый доход на акцию, риск, а также ковариация между отдельными акциями, имевшие место в прошлые периоды, полностью сохранятся и в будущем. Однако наблюдаемые в реальности колебания курса акций с течением времени свидетельствуют о том, что доходности, дисперсии и ковариации в будущем будут существенно отличаться от наблюдавшихся ранее, причем как в ту, так и в другую сторону;
- 4) портфельные модели не учитывают изменений курсов акций, их рисков и ковариаций с течением времени, обусловленных постоянной изменчивостью экономики, социального положения как в обществе, так и в самой компании, хотя риски это те будущие события, которые могут нести с собой как убытки, так и прибыли. Как показывают ежедневные данные, доходности акций хаотично изменяются во времени, причем на сегодняшний день не удалось пока выявить какой-либо закономерности в этих изменениях, равно как и предоставить веские основания причислять их к случайным объектам [4, 7, 8];
- 5) если на фондовой бирже появляются акции новой компании, то статистический материал относительно их доходности по понятным причинам отсутствует. В таких случаях существующие портфельные модели ничем не смогут помочь, поскольку полностью основаны на экстраполяции прошлых значений, которых не существует.

Неопределенная и слабо предсказуемая природа доходности и рисков акций, а также взаимосвязей от-

дельных акций между собой при одновременном желании инвесторов получать значительные выигрыши от операций с акциями делают разработку адекватных концепций и математических моделей формирования портфелей по-прежнему актуальной.

В данном исследовании предлагается математическая модель формирования оптимального инвестиционного портфеля, опирающаяся как на данные по доходности акций за прежние периоды, так и на прогнозные значения доходности. В отличие от существующих, предлагаемая математическая модель рассматривает различные события, связанные с акциями, которые могут актуализироваться в будущем, а именно возможные убытки по акциям, т. е. риски, а также возможные прибыли, т. е. шансы. Математическая модель является оптимизационной и представляется в виде задачи линейного программирования. В ней ищется максимум целевой функции в виде специально сконструированного показателя рисков-шансов при ограничениях на получение суммарной доходности портфеля не меньше ожидаемого.

# Концепция модели формирования инвестиционного портфеля

Предлагаемая математическая модель формирования инвестиционного портфеля ценных бумаг основывается на следующей концепции:

- 1) будущий доход по любой акции является неопределенным событием. Это означает, что в будущем финансовый итог по акции может оказаться прибылью, которую называем шансами, и убытком, который называем рисками. При моделировании портфеля шансы имеют такую же значимость для принятия решения о составе портфеля, как и риски, в то время как во всех существующих портфельных моделях речь идет исключительно о рисках, а шансами пренебрегают. Между тем практика формирования портфеля показывает, что инвесторы при выборе акций придают большее значение именно шансам, т.е. возможности получить в будущем большие дивиденды, чем рискам понести убытки, поэтому научно обоснованное принятие решения должно осуществляться путем анализа и рисков, и шансов [9];
- 2) количественная мера i-го риска ri и шанса chi определяется как произведение материальной меры прибыли  $M_{chi}$  или убытка  $M_{ri}$  и меры возможной актуализации MBA в будущем события-прибыли  $P_{chi}$

или события-убытка  $P_{ri}$ . Отметим, что существующие портфельные модели трактуют риск по акциям как дисперсию случайной величины доходности по данным за прошлые периоды, которые, однако, не имеют никакого отношения ни к риску, ни к шансу. Обозначим связанные с акцией n шансов (множество  $X_{ch}$ ) как  $ch_1, ch_2, \ldots, ch_n$ , а m рисков (множество  $X_r$ ) как  $r_1, r_2, \ldots, r_m$ , тогда полные шансы C и риски R по акции будут равны сумме произведений соответствующих мер:

$$C = \sum_{i=1}^{n} M_{chi} P_{chi}, \ R = \sum_{i=1}^{m} M_{ri} P_{ri}, \tag{1}$$

3) при моделировании портфеля будем исходить из того, что данные по поведению прибылям и убыткам каждой акции за прошлые периоды также важны, как и их прогнозируемые значения, которые могут актуализироваться в будущем (на момент подведения финансовых итогов).

Замечание. Понятие меры возможной актуализации, введенное автором, представляет собой объективно-субъективную вероятность реализации в будущем таких неопределенных событий, как риски и шансы. Субъективность вероятности означает, что ее значение полностью определяется субъектом. По существу, шансы и риски являются единичными событиями, которые будут реализованы в уникальных и невоспроизводимых условиях. В этом случае нельзя говорить о вероятности в классическом смысле (модель урны), которая имеет место лишь для массовых событий, которые могут разыгрываться неограниченное число раз в полностью воспроизводимых условиях. Для краткости при написании формул будем именовать возможные актуализации вероятностями, помня при этом содержание этого замечания.

При покупке акций разумный инвестор оценивает акции конкретной компании с точки зрения заложенного в них потенциала, во-первых, будущего роста цены и, во-вторых, превышения ожидаемого дохода над альтернативным доходом, который получил бы инвестор, воспользовавшись альтернативными формами получения прибыли, например такими, как проценты по облигациям, банковские проценты по вкладам и др. Очевидно, что если альтернативная форма вложения капитала дает большую прибыль, то инвестору выгоднее воспользоваться ею, чем приобретать акции.

Актуализация в будущем прибыли (шанса) или убытка (риска), связанных с акцией, является неопределенным событием, которое определяется состо-

яниями окружающей среды к моменту подведения финансовых итогов по акциям. Будущие состояния окружающей среды также являются неопределенными и включают в себя состояния экономики, социального положения общества, политико-правовой обстановки в государстве и за его пределами, которые, в свою очередь, оказывают влияние на состояние дел в акционерной компании, акции которых рассматриваются для приобретения. Поэтому чрезвычайно актуальным является разработка методов прогнозирования будущих состояний окружающей среды, положения в компании и поведения акций в будущем.

Вместе с тем с каждой акцией и представляющей ее компанией связано такое понятие, как «потенциал акции», т.е. связанная с ней возможность роста/падения доходности акции. Потенция акции во многом определяется историей успехов и неудач акционерной компании, зависит от состояния дел в выбранной компании в прошлом. Поэтому данные о поведении акции в предыдущие периоды также очень важны для правильного прогнозирования и оценки будущих рисков и шансов, связанных с акцией.

Вместе с тем наличие в историческом прошлом данной компании отдельных фактов превышения доходности ее акций над альтернативной еще не является достаточным основанием для принятия решения о покупке этих акций. Важно понять также, насколько часто в прошлом наблюдалось это превышение и, кроме того, встречалось ли это превышение чаще, чем падение доходности ниже альтернативной. Другими словами, необходимо оценивать и сравнивать между собой вероятности как превышения, так и снижения доходности акции ниже альтернативного уровня.

Предлагаемая далее математическая модель отражает реальный процесс приобретения акций и формирования портфеля, который учитывает, во-первых, прогнозные оценки рисков и шансов по акциям, во-вторых, поведение акций в прошлом и, в-третьих, реальный подход инвестора, который заботится, вообще говоря, не столько о рисках, сколько о желаемых доходах в будущем.

# Методы вычисления материальных мер и мер возможной актуализации рисков и шансов акций

Инвестор априори не знает, какое именно событие, связанное с акцией, произойдет: то ли он получит по данной акции доход, то ли убыток, как не знает и конкретного значения прибыли или убытка по акции, поскольку как появление в будущем риска или шанса, так и конкретные значения их материальных мер являются неопределенными событиями, о которых лишь можно строить различные предположения. Однако при покупке акции инвестор и не ориентируется на конкретные значения возможных прибылей и убытков. Для него важны только следующие соображения: (а) насколько реально, что прогнозируемая доходность акции превысит в будущем ее альтернативный уровень, (б) если это событие может произойти, то с каким значением МВА и, наконец, если доходность акции может превысить ее альтернативный уровень, то желательно, чтобы это превышение было как можно больше.

Поэтому можно выделить всего *два события*, связанных с акциями, которые могут актуализироваться к моменту подведения итогов по доходности портфеля:

- 1) шанс  $ch_i$  превышение будущего дохода по каждой i-й акции ( $I_i = (c_i' c_i) / c_i$ , где  $c_i'$  и  $c_i$  цена одной акции через некоторый период времени и в момент покупки, соответственно) над величиной альтернативного дохода  $I_a$ , который мог бы получить инвестор, вложив ту же сумму  $c_i$  в альтернативные источники дохода. При актуализации шанса выполняется неравенство:  $Ii \geq Ia$ , %;
- 2)  $puc\kappa r_i$  будущий доход на i-ю акцию ( $Ii = (c_i' c_i) / c_i$ ) не превысит ее альтернативного значения  $I_a$ , т. е.  $I_i \le I_a$ .

Материальные меры шанса и риска исходя из их содержательного смысла равны альтернативному уровню доходности акций, равному значению  $I_a$ .

Меры возможной актуализации шансов и рисков вычисляются с помощью следующего метода. Актуализация в будущем шанса или риска по каждой акции носит неопределенный характер, который обусловливается неопределенностью экономической и социальной составляющих окружающей среды, а также поведением акции в прошлые периоды. Обозначим l возможных будущих состояний экономики как  $C_1, C_2, \ldots, C_l$ , а k возможных будущих социальных состояний, как  $S_1, S_2, \ldots, S_k$ . Будем также полагать, что экономические и социальные состояния окружающей среды независимы между собой, независимы в своих совокупностях и образуют каждые полные группы событий.

Будущее неопределенное событие, состоящее в актуализации шанса  $ch_i$  или риска  $r_i$  каждой i-й

акции, может наступить совместно с одним из состояний экономики  $C_1, C_2, \ldots, C_l$  и одним из социальных состояний общества  $S_1, S_2, \ldots, S_k$ . Кроме того, следует учитывать имеющиеся статистические данные по поведению акций за прошлые периоды (причем поведение акции в данной модели заключается в наступлении либо шанса, либо риска). Обозначим шанс и риск, имевшие место в прошлом, как  $ch_i^{\rm np} \in X_{ch}^{\rm np}$  и  $r_i^{\rm np} \in X_r^{\rm np}$ , где  $X_{ch}^{\rm np}$  и  $X_r^{\rm np}$  — множества шансов и рисков за прошлые периоды, релевантных данным акциям. Это означает совместное наступление (пересечение) множеств событий  $\bigcup C_j, \bigcup S_q$  и  $X_{ch}^{\rm np} \bigcup X_r^{\rm np}$ , т. е.  $(ch_i, \bigcup C_j, \bigcup S_q, X_{ch}^{\rm np} \bigcup X_r^{\rm np})$  и  $(r_i, \bigcup C_i, \bigcup S_q, X_{ch}^{\rm np} \bigcup X_r^{\rm np})$ .

Тогда значения  $\mathit{MBA}$  шанса  $\mathit{ch}_i$  и риска  $r_i$  для  $\mathit{i-}$ й акции

$$\begin{split} & P_{chi} = P(ch_i, \ \bigcup C_j, \ \bigcup S_q, \ X_{ch}^{\text{np}} \bigcup X_r^{\text{np}}) \\ & \text{M} \ P_{ri} = P \ (r_i, \ \bigcup C_j, \ \bigcup S_q, \ X_{ch}^{\text{np}} \bigcup X_r^{\text{np}}) \end{split}$$

могут быть записаны с использованием условных вероятностей в следующем виде:

$$\begin{split} &P_{chi} = P(\bigcup C_j, \bigcup S_q, X_{ch}^{\text{np}} \bigcup X_r^{\text{np}}) \cdot \\ &\cdot P(ch_i \mid \bigcup C_j, \bigcup S_q, X_{ch}^{\text{np}} \bigcup X_r^{\text{np}}), \\ &P_{ri} = P(\bigcup C_j, \bigcup S_q, X_{ch}^{\text{np}} \bigcup X_r^{\text{np}}) \cdot \\ &\cdot P(r_i \mid \bigcup C_j, \bigcup S_q, X_{ch}^{\text{np}} \bigcup X_r^{\text{np}}), \end{split} \tag{2}$$

причем множества состояний экономики  $\bigcup C_j$ , социального положения  $\bigcup S_q$  и множество шансов и рисков за прошлые периоды  $X_{ch}^{\rm np} \bigcup X_r^{\rm np}$  независимы между собой и каждое из них образует полную группу несовместных и независимых в совокупности событий.

Обобщенные выражения (2) и (3) применимы для вычисления значений *MBA* шансов и рисков в общем случае. Они могут быть конкретизированы, если воспользоваться концепцией автора о *тех иерархических уровнях шансов и рисков* [9]. Согласно этой концепции риски и шансы (в зависимости от степени неопределенности будущих результатов действий или принятых решений) могут быть отнесены к одному из трех уровней: *оперативному*, *тактическому* и *стратегическому*.

Оперативный уровень характеризуется тем, что длительность периода времени между моментом покупки акции и моментом подведения финансовых итогов (назовем его период актуализации рисков/шансов) является незначительной (один—несколько дней), по крайней мере, настолько, чтобы в течение этого времени можно было пренебречь изменениями в экономическом и социальном состояниях окружающей среды. В этом случае экономическое

и социальное состояния окружающей среды можно считать неизменными и равными таковым на момент покупки акции. Это означает, что характеристики рисков и шансов по акциям на оперативном уровне за прошлые периоды можно экстраполировать практически без изменения на конец периода оперативного уровня. На оперативном уровне конкретный вид общих выражений (2), (3) для МВА имеет вид:

$$\begin{split} P_{chi} &= P(ch_i^{\text{np}}) P(ch_i \mid ch_i^{\text{np}}) + P(r_i^{\text{np}}) P(ch_i \mid r_i^{\text{np}}), \quad (4) \\ P_{ri} &= P(ch_i^{\text{np}}) P(r_i \mid ch_i^{\text{np}}) + P(r_i^{\text{np}}) P(r_i \mid r_i^{\text{np}}). \quad (5) \end{split}$$

Тактический уровень характеризуется тем, что период актуализации является (по сравнению с оперативным уровнем) более длительным (несколько недель, но не более года), так что изменениями в экономике пренебрегать уже нельзя, однако значимых изменений в социальном, в том числе и политико-правовом, состояниях общества не происходит. Это означает, что при оценке рисков и шансов на тактическом уровне следует учитывать только изменения в экономике. Отметим, что на тактическом уровне экономические изменения могут быть и незначительными, но, тем не менее, изменения в рисках/шансах акций могут быть существенными и их следует учитывать. Значения МВА на тактическом уровне будут равны:

$$P_{chi} = P(ch_{i}^{np}) \sum_{j=1}^{l} P(C_{j}) \cdot P(ch_{i} \mid C_{j}, ch_{i}^{np}) +$$

$$+ P(r_{i}^{np}) \sum_{j=1}^{l} P(C_{j}) \cdot P(ch_{i} \mid C_{j}, r_{i}^{np}), \qquad (6)$$

$$P_{ri} = P(ch_{i}^{np}) \sum_{j=1}^{l} P(C_{j}) \cdot P(r_{i} \mid C_{j}, ch_{i}^{np}) +$$

$$+ P(r_{i}^{np}) \sum_{j=1}^{l} P(C_{j}) \cdot P(r_{i} \mid C_{j}, r_{i}^{np}). \qquad (7)$$

Стратегический уровень характеризуется такой значительной длительностью периода актуализации рисков/шансов (от нескольких месяцев до нескольких лет), что за это время в обществе могут произойти любые изменения как в экономическом, так и в социальном состояниях, которые неминуемо скажутся на курсах акций любой компании. Причем эти изменения могут носить самый неожиданный и трудно прогнозируемый характер. Поэтому на стратегическом уровне риски и шансы по акциям будут испытывать на себе влияние изменений всех факторов неопределенности: экономических, социальных и политико-правовых. На стратегическом уровне значения МВА вычисляются по формулам:

$$\begin{split} P_{chi} &= P(ch_{i}^{\text{np}}) \sum_{j=1}^{l} \sum_{q=1}^{k} P(C_{j}) \cdot P(S_{q}) \cdot P(ch_{i} \mid C_{j}, S_{q}, ch_{i}^{\text{np}}) + \\ &+ P(r_{i}^{\text{np}}) \sum_{j=1}^{l} \sum_{q=1}^{k} P(C_{j}) \cdot P(S_{q}) \cdot P(ch_{i} \mid C_{j}, S_{q}, r_{i}^{\text{np}}), \ (8) \\ P_{ri} &= P(ch_{i}^{\text{np}}) \sum_{j=1}^{l} \sum_{q=1}^{k} P(C_{j}) \cdot P(S_{q}) \cdot P(r_{i} \mid C_{j}, S_{q}, ch_{i}^{\text{np}}) + \\ &+ P(r_{i}^{\text{np}}) \sum_{j=1}^{l} \sum_{q=1}^{k} P(C_{j}) \cdot P(S_{q}) \cdot P(r_{i} \mid C_{j}, S_{q}, r_{i}^{\text{np}}). \ (9) \end{split}$$

Вероятности в выражениях (4) – (9) имеют следующий содержательный смысл:

- вероятности  $P(ch_i^{\text{пр}})$  и  $P(r_i^{\text{пр}})$  представляют собой статистические вероятности шанса  $ch_i^{\text{пр}}$  и риска  $r_i^{\text{пр}}$ , имевших место в прошлые периоды наблюдений за каждой i-й акцией. Эти вероятности являются известными и объективными;
- вероятности состояний экономики  $P(C_j)$ , j=1,2,...,l и вероятности социальных состояний общества P(Sq), q=1,2,...,k определяются по методу вычисления предельных объективных вероятностей (ПО-вероятностей) [3]; эти вероятности носят объективно субъективный характер;
- условные вероятности шансов  $P(ch_i | C_i, S_a, ch_i^{np}), P(ch_i | C_i, S_a, r_i^{np})$  и рисков  $P(r_i | C_i, S_a, ch_i^{\text{np}}), P(r_i | C_i, S_a, r_i^{\text{np}})$  определяются при условии актуализации всевозможных сочетаний неопределенностей состояния экономики и социального состояния общества  $(C_i, S_a)$ , а также с учетом истории поведения данных акций в прошлые периоды. Так, например, вероятность  $P(ch_i \mid C_i, S_a, ch_i^{\text{пр}})$  является значением MBA для i-й акции при условии наступления события ( $C_p$  $S_a$ ) и при условии, что в прошлом шанс *i*-й акции  $ch_i^{\text{пр}}$  актуализировался с вероятностью  $P(ch_i^{\text{пр}})$ , а вероятность  $P(\mathit{ch}_i \,|\, C_j, S_q, r_i^{\mathrm{np}})$  – при условии, что в прошлом риск i-й акции  $r_i^{\text{пр}}$  актуализировался с вероятностью  $P(r_i^{np})$ . Перечисленные условные вероятности являются субъективными и прогнозируются инвестором (экспертами) на основании изучения истории поведения акций в прошлые периоды, а также новой релевантной информации, позволяющей делать прогнозы о будущем экономики, социума и доходностей рассматриваемых акций.

После определения уровня шансов/рисков для каждой i-й акции и вычисления соответствующих значений MBA по формуле (1) находятся величины полных шансов  $C_i$  и полных рисков  $R_i$  по акции.

Полной характеристикой і-й акции, показывающей соотношение между ее полными шансами  $C_i$  и рисками  $R_i$ , вычисляемых согласно выражениям (1), является комплексный показатель С&Ri [9]:

$$C\&R_i = \beta_C C_i - \beta_R R_i, \tag{10}$$

где  $\beta_C$  и  $\beta_R$  – коэффициенты относительной важности шансов и рисков, отражающие субъективное отношение конкретного субъекта (инвестора, эксперта) к шансам и рискам. Коэффициенты важности  $\beta_C$  и  $\beta_R$  отражают склонность субъекта, принимающего решение, к осторожности, к рискованности или его нейтральное отношение к шансам/ искам по акциям.

# Математическая модель формирования инвестиционного портфеля

Рассмотрим инвестиционный портфель, содержащий n видов акций n различных компаний.

Перед тем как решать, какие акции включать в портфель, необходимо сначала обратить внимание на знак комплексного показателя (10)  $C&R_i$ . Если комплексный показатель для данной акции неотрицателен ( $C&R_i \ge 0$ ), то такая акция может быть включена в инвестиционный портфель. В противном случае, если окажется, что ожидаемые убытки превышают ожидаемые прибыли, т. е.  $C&R_i < 0$ , то такую акцию включать в портфель не следует.

Зная комплексный показатель С&R, для каждой i-й акции (i = 1, 2, ..., n), можно вычислить комплек*сный показатель С&Ri*  $_{\text{инв. порт}\varphi}$  для всего инвестиционного портфеля, содержащего п видов акций:

$$C\&R_{\text{инв. порт}\phi} = \sum_{i=1}^{n} (C \& R_i) x_i,$$
 (11)

где  $x_i$  – доля от капитала инвестора K, которая вложена в покупку акций і-й компании в количестве mi по цене ci за одну акцию  $(0 \le x_i \le 1,$ i = 1, 2, ..., n). Так,  $x_i = c_i m_i / K$ . Для всего инвестиционного портфеля должно выполняться балансовое равенство:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1. (12)$$

Сформулируем математическую модель формирования оптимального инвестиционного портфеля. Основная идея модели отвечает реальным соображениям инвестора при покупке им акций тех или иных компаний. Инвестор преследует главным образом цель получения как можно большей прибыли, отодвигая на второй план возможные риски получения убытков. Другими словами, инвестор формирует свой инвестиционный портфель из таких акций, чтобы, вопервых, максимизировать превышение доходов (шансов) над убытками (рисками) и, во-вторых, получить такой суммарный доход от всего инвестиционного портфеля, который был бы не меньше, чем суммарный доход от альтернативных вложений капитала  $I_{a}$ либо не меньше желаемого дохода  $I_0$ .

Модель формирования оптимального инвестиционного портфеля формулируется следующим образом: найти значения долей капитала  $x_i$  (i = 1, 2, ..., n), которые следует вложить в различные акции, такие, что (а) комплексный показатель инвестиционного портфеля  $C\&R_{_{\mathrm{ИНВ.\, портф}}}$  будет максимальным, (б) полный желаемый доход всего инвестиционного портфеля  $I_{_{\rm ИНВ.\; ПОРТ}\varphi}$  (желаемый доход портфеля) будет не меньше альтернативного  $I_a$ , или желаемого дохода  $I_0 \ge I_a$  и (в) будет выполнено структурное балансовое равенство инвестиционного портфеля (12). Инвестор может также ввести ограничения  $s_1, s_2, ..., s_n$  на доли  $x_1, x_2, ..., x_n$  своего капитала, которые он направляет на покупку акций i = 1, 2, ..., n. В этом случае к ограничениям модели следует добавить следующие ограничения:  $x_1 \le s_1, x_2 \le s_2, ..., x_n \le s_n$ .

Таким образом, математическая модель, описывающая формирование оптимального инвестиционного портфеля, примет следующий вид:

$$C\&R_{_{\text{ИНВ. ПОРТ}}} = \sum_{i=1}^{n} (C \& R_i) x_i \to \max, \quad (13)$$

$$I_{\text{инв. порт} \phi} = \sum_{i=1}^{n} I_{i} x_{i} \ge I_{0}, \qquad (14)$$

$$x_{1} + x_{2} + \dots + x_{n} = 1, \qquad (15)$$

$$x_{1} \le s_{1}, x_{2} \le s_{2}, \dots, x_{n} \le s_{n}. \qquad (16)$$

$$0 \le x_{i} \le 1, i = 1, 2, \dots, n. \qquad (17)$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1,$$
 (15)

$$x_1 \le s_1, x_2 \le s_2, \dots, x_n \le s_n.$$
 (16)

$$0 \le x_i \le 1, i = 1, 2, ..., n.$$
 (17)

Доходности  $I_i$  в неравенстве-ограничении (4) представляют собой желаемые значения доходностей каждой акции i = 1, 2, ..., n, которые инвестор хотел бы получить в будущем при подведении финансовых итогов по своему портфелю, а доходность  $I_0$  в неравенстве (4) является минимальным желаемым значением доходности всего инвестиционного портфеля.

Решением математической модели (13) – (17) являются доли капитала инвестора  $(x_1, x_2, ..., x_n)$ , составляющие инвестиционный портфель.

Предложенная модель (13) - (17) в отличие от существующих моделей более реалистичной и учитывает истинные устремления инвесторов. В модели (13) – (17) минимизируется не дисперсия разброса доходности портфеля, как в модели Г. Марковица, а проводится максимизация ожидаемого шанса портфеля при одновременной минимизации его риска