

А. И. Ларкин

**Собрание трудов
Том 2**

МЦНМО

УДК 53
ББК 22.3
Л 25

Ларкин А. И.
Собрание трудов. Т. 2
Электронное издание
М.: МЦНМО, 2014
832 с.
ISBN 978-5-4439-2021-4

Настоящая книга представляет собой второй том полного собрания научных трудов академика Анатолия Ивановича Ларкина (1932–2005). Его труды относятся к различным областям теоретической физики: теории плазмы, физики ядра, квантовой теории поля, теории фазовых переходов, сверхпроводимости и другим разделам теории конденсированного состояния.

Во втором томе собраны статьи, опубликованные с 1977 по 1992 гг. Первый том был опубликован в 2009 г.

Книга предназначена научным работникам, аспирантам и студентам старших курсов, специализирующихся в области теоретической физики.

Подготовлено на основе книги: *А.И.Ларкин. Собрание трудов. Т. 2.* — М.: МЦНМО, 2011.

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большая Власьевский пер., 11. Тел. (499) 241-74-83
<http://www.mcsme.ru>

Содержание

<i>П. Б. Вигман, А. И. Ларкин</i> (1977). Масса частиц в одномерной модели с четырехфермионным взаимодействием	7
<i>К. Б. Ефетов, А. И. Ларкин</i> (1977). Волна зарядовой плотности в случайном потенциале	16
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1977). Нелинейные эффекты при движении вихрей в сверхпроводниках	29
<i>A. I. Larkin, J. Sak</i> (1977). Boundary conditions for renormalization-group equations in one-dimensional Fermi gas	44
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1978). Пик-эффект в зависимости критического тока сверхпроводника от магнитного поля	49
<i>A. I. Larkin, P. A. Lee</i> (1978). Tunneling of solitons and charge-density waves through impurities	53
<i>L. G. Aslamazov, A. I. Larkin</i> (1978). The critical current of superconducting contacts in a microwave field	62
<i>А. И. Ларкин, В. И. Мельников</i> (1978). Энергетическое распределение рентгеновских фотоэлектронов	67
<i>A. I. Larkin, J. Sak</i> (1978). Transition temperature for superconductivity in quasi-one-dimensional metals	74
<i>Л. Г. Асламазов, А. И. Ларкин</i> (1978). Влияние СВЧ поля на критический ток сверхпроводящих контактов	81
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1979). Pinning in type II superconductors	95
<i>R. A. Klemm, A. I. Larkin</i> (1979). $4k_F$ response function in the Tomonaga model	112
<i>B. L. Altshuler, D. E. Khmel'nitzkii, A. I. Larkin, P. A. Lee</i> (1980). Magnetoresistance and Hall effect in a disordered two-dimensional electron gas	118
<i>Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий</i> (1979). Проводимость частицы в двумерном случайном потенциале	137
<i>S. Hikami, A. I. Larkin, Y. Nagaoka</i> (1980). Spin-orbit interaction and magnetoresistance in the two dimensional random system	142

<i>К. Б. Ефетов, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий</i> (1980). Взаимодействие диффузионных мод в теории локализации	147
<i>А. И. Ларкин</i> (1980). Магнетосопротивление двумерных систем	162
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1981). Вольт-амперная характеристика сверхпроводников с дефектами большого размера	166
<i>Б. Л. Альтшулер, А. Г. Аронов, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий</i> (1981). Об аномальном магнетосопротивлении в полупроводниках	179
<i>Л. Б. Иоффе, А. И. Ларкин</i> (1981). Свойства сверхпроводников с размытой температурой перехода	196
<i>Л. Б. Иоффе, А. И. Ларкин</i> (1981). Флуктуационные уровни и циклотронный резонанс в случайном потенциале	209
<i>D. E. Khmel'nitskii, A. I. Larkin</i> (1981). Mobility edge shift in external magnetic field	220
<i>А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий</i> (1982). Андерсоновская локализация и аномальное магнетосопротивление при низких температурах	223
<i>А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий</i> (1982). Активационная проводимость в неупорядоченных системах с большой длиной локализации	228
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1983). Квантовое туннелирование с диссипацией	240
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1983). Decay of the supercurrent in tunnel junctions	244
<i>К. Б. Ефетов, А. И. Ларкин</i> (1983). Кинетика квантовой частицы в длинных металлических проволоках	253
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1983). Затухание сверхпроводящего тока в туннельных контактах	270
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1984). Квантовомеханическое туннелирование с диссипацией. Предэкспоненциальный множитель	282
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1984). Неустойчивость в неравновесном сверхпроводящем контакте	292
<i>A. I. Larkin, K. K. Likharev, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1984). Secondary quantum macroscopic effects in weak superconductivity	296
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1984). Collective pinning	314
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1984). Затухание тока в сверхпроводящих контактах при неравновесной функции распределения электронов	320
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1985). The crossover from classical to quantum regime in the problem of the decay of the metastable state	336
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1986). Vortex motion in superconductors	351
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1986). Resonance reduction of the lifetime of the metastable state of tunnel junctions	393

<i>В. Б. Гешкенбейн, А. И. Ларкин</i> (1986). Эффект Джозефсона в сверхпроводниках с тяжелыми фермионами	404
<i>А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников</i> (1986). Влияние квантования уровней на время жизни метастабильных состояний	409
<i>А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий</i> (1986). Мезоскопические флуктуации вольт-амперной характеристики	418
<i>M. V. Feigel'man, L. B. Ioffe, A. I. Larkin, V. M. Vinokur</i> (1987). Random Josephson networks and spin glasses	424
<i>V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, A. Barone</i> (1987). Vortices with half magnetic flux quanta in «heavy-fermion» superconductors	434
<i>В. М. Винокур, Л. Б. Иоффе, А. И. Ларкин, М. В. Фейгельман</i> (1987). Система джозефсоновских контактов как модель спинового стекла	442
<i>А. И. Ларкин, К. А. Матвеев</i> (1987). Вольт-амперная характеристика мезоскопических полупроводниковых контактов	469
<i>L. B. Ioffe, A. I. Larkin</i> (1988). Two-dimensional Hubbard model with strong electron repulsion	480
<i>S. Hikami, A. I. Larkin</i> (1988). Magnetoresistance of high temperature superconductors	493
<i>L. B. Ioffe, A. I. Larkin</i> (1988). Effective action of a two-dimensional antiferromagnet	499
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov, A. Schmid</i> (1988). Quantum creep of vortices in granular superconductors	513
<i>A. G. Aronov, S. Hikami, A. I. Larkin</i> (1989). Zeeman effect on magnetoresistance in high-temperature superconductors	527
<i>A. I. Larkin</i> (1989). Electromagnetic properties of high- T_c superconductors	534
<i>L. B. Ioffe, A. I. Larkin</i> (1989). Gapless fermions and gauge fields in dielectrics	543
<i>A. I. Larkin</i> (1989). Effective action of two-dimensional dielectrics and spinons	565
<i>В. Б. Гешкенбейн, А. И. Ларкин</i> (1989). Временная зависимость магнитного момента высокотемпературных сверхпроводников	568
<i>L. B. Ioffe, A. I. Larkin</i> (1989). Mott transition: low-energy excitations and superconductivity	575
<i>M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, V. M. Vinokur</i> (1989). Theory of collective flux creep	586
<i>L. B. Ioffe, A. I. Larkin</i> (1989). Superconductivity in the liquid-dimer valence-bond state	593
<i>L. Ioffe, A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov, L. Yu</i> (1989). Superconductivity in mixed Boson-Fermion systems	606

<i>V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, M. V. Feigel'man, V. M. Vinokur</i> (1989). Flux pinning and creep in high- T_c superconductors	612
<i>P. Coleman, P. Chandra, A. I. Larkin</i> (1990). Ising transition in frustrated Heisenberg models	616
<i>M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin</i> (1990). Pinning and creep in layered superconductors	624
<i>V. M. Vinokur, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin</i> (1990). Resistivity of high- T_c superconductors in a vortex-liquid state	640
<i>A. Barone, A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1990). Vortices in layered superconductors	647
<i>P. Chandra, P. Coleman, A. I. Larkin</i> (1990). A quantum fluids approach to frustrated Heisenberg models	656
<i>A. I. Larkin</i> (1991). Fluctuations at low temperatures	696
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1991). Dissipative quantum mechanics of the Josephson junctions	701
<i>S. Hikami, A. Fujita, A. I. Larkin</i> (1991). Magnetic-flux-lattice melting in a strong magnetic field	704
<i>B. M. Винокур, В. Б. Гешкенбейн, А. И. Ларкин, М. В. Фейгельман</i> (1991). Пиннинг вихревой жидкости в ВТСП	711
<i>L. B. Ioffe, S. Kivelson, A. I. Larkin</i> (1991). Spin correlations and NMR relaxation rates in strongly correlated electron systems	728
<i>V. M. Vinokur, G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin</i> (1991). Flux dynamics in high- T_c superconductors . . .	741
<i>A. Fujita, S. Hikami, A. I. Larkin</i> (1991). Disorder effect on flux lattice melting near H_{c2}	749
<i>G. Blatter, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin</i> (1992). From isotropic to anisotropic superconductors: a scaling approach	755
<i>A. I. Larkin, Yu. N. Ovchinnikov</i> (1992). Dissipative quantum mechanics of Josephson junctions	762
<i>Y. Chen, D. Förster, A. I. Larkin</i> (1992). Electrons in the t - J model as bound states of spinons and holons	791
<i>S. E. Korshunov, A. I. Larkin</i> (1992). Problem of Josephson-vortex-lattice melting in layered superconductors	805
<i>K. A. Matveev, A. I. Larkin</i> (1992). Interaction-induced threshold singularities in tunneling via localized levels	814

Масса частиц в одномерной модели с четырехфермионным взаимодействием

П. Б. Вигман, А. И. Ларкин

Исследуется инфракрасная асимптотика одночастичной функции Грина одномерной модели с 4-фермионным взаимодействием в приближении большого числа фермионных полей. Показано, что в результате взаимодействия фермионы становятся массивными. Функция Грина имеет точку ветвления при $p^2 = m^2$. При этом не происходит спонтанного нарушения симметрии и среднего поля не возникает.

Введение

Появление массы у фермионов в результате спонтанного нарушения γ_5 -инвариантности обычно связывают с возникновением бозе-конденсата пар фермионов [1, 2]. Однако существование такого среднего поля приводит к неприятным космологическим следствиям [3].

Ниже рассматривается γ_5 -инвариантная модель, в которой конденсата не возникает, но тем не менее возникает масса у фермионов. Это одномерная (одна пространственная координата) модель, в которой есть несколько ферми-полей. Такая модель с двумя полями была предложена Ансельмом [4] как пример модели, имеющей асимптотическую свободу на малых расстояниях и не имеющей нуль-заряда на больших расстояниях. В работе Вакса и одного из авторов [5] эта модель использовалась как пример, в котором масса фермионов возникала в результате спонтанного нарушения γ_5 -инвариантности. Однако приведенное в этой работе доказательство не являлось строгим. Дело в том, что при импульсах порядка массы взаимодействие становится сильным, и не применимо паркетное приближение, эквивалентное первому порядку в уравнениях ренормализационной группы.

Гросс и Невью [6] рассмотрели аналогичную модель с большим числом полей ($N \gg 1$). В этом случае взаимодействие всегда остается слабым (порядка N^{-1}) и возможны количественные оценки. В главном по N^{-1} приближении возникает бозе-конденсат (среднее поле) и, как следствие, — масса фермионов. В модели, где существует только дискретная группа симметрии (инвариантность относительно $\psi \rightarrow \gamma_5 \psi$), следующие приближения по N^{-1} не меняют качественного

результата. Однако в модели с непрерывной группой симметрии (инвариантность относительно $\psi \rightarrow \exp(i\alpha\gamma_5)\psi$) учет следующего приближения по N^{-1} приводит к исчезновению среднего поля [7].

В аналогичной нерелятивистской модели [8] были вычислены парные корреляционные функции, которые на больших расстояниях убывают по степенному закону. Аналогичная ситуация известна в двумерном бозе-газе [9]. Это означает, что в системе нет дальнего порядка, но существуют безмассовые возбуждения (аналог голдстоуновских частиц). Эти возбуждения приводят к инфракрасным особенностям и уничтожают дальний порядок.

Ниже показано, что масса фермионов, тем не менее, не исчезает. Инфракрасные особенности, как и в квантовой электродинамике, приводят к тому, что одночастичная функция Грина вместо полюса при $p^2 = m^2$ имеет точку ветвления.

Четырехфермионное взаимодействие и нелинейная σ -модель

Рассматривается модель с плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}_k \hat{\partial} \psi_k + \frac{1}{2} g^2 [(\bar{\psi}_k \psi_k)^2 - (\bar{\psi}_k \gamma_5 \psi_k)^2], \quad (1)$$

где ψ_k — фермионное поле, $k = 1, \dots, N$ — изотопический индекс, а $\hat{\partial} = \gamma_\mu \partial^\mu$. Наш выбор γ -матриц следующий:

$$\gamma_0 = \sigma_x, \quad \gamma_1 = -i\sigma_y, \quad \gamma_5 = \gamma_0 \gamma_1 = \sigma_z.$$

Такой выбор γ_5 -инвариантного взаимодействия удобен для разложения по N^{-1} и допускает изотопическую $SU(N)$ -симметрию. Константа взаимодействия g связана с константами изоскалярного и изовекторного $SU(N)$ -взаимодействия

$$\mathcal{L}_{int} = g_1 (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \psi_k)^2 + g_2 (\bar{\psi}_k \gamma_\mu \tau_{kn}^a \psi_n)^2$$

соотношением $g^2 = g_2 = 2Ng_1$. При $N = 2$ связь с обозначениями работы Вакса и Ларкина [5] следующая:

$$g^2 = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -2\lambda_4.$$

Лагранжиан (1) можно переписать, вводя промежуточные бозонные поля σ и π , в виде

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_k [i\hat{\partial} - g(\sigma + i\pi\gamma_5)] \psi_k - \frac{1}{2} (\sigma^2 + \pi^2) \quad (2)$$

или, обозначая $\sigma + i\pi\gamma_5 = \rho \exp(i\gamma_5\theta)$, в форме, напоминающей нелинейную σ -модель:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\rho^2 + \sum_{k=1}^N \bar{\psi}_k [i\hat{\partial} - g\rho \exp(i\gamma_5\theta)] \psi_k = -\frac{1}{2}\rho^2 + \sum_{k=1}^N \mathcal{L}_k. \quad (3)$$

Так как в двумерной модели непрерывная $SU(N)$ -симметрия не нарушается, функция Грина имеет простую структуру:

$$G_{ik}(x) = -i \left(\int \psi_i(x) \bar{\psi}_k(0) \exp \left(i \int \mathcal{L} d^2x \right) \prod_l D\bar{\psi}_l D\psi_l D\sigma D\pi \right) \times \\ \times \left(\int \exp \left(i \int \mathcal{L} d^2x \right) \prod_l D\bar{\psi}_l D\psi_l D\sigma D\pi \right)^{-1} = G(x) \delta_{ik}. \quad (4)$$

В формуле (4), например, для G_{11} произведем усреднение по $N-1$ -компоненте мультиплетта:

$$G(x) = -i \int \psi_1(x) \bar{\psi}_1(0) e^{i\Gamma} D\psi_1 D\bar{\psi}_1 D\sigma D\pi \left(\int e^{i\Gamma} D\psi_1 D\bar{\psi}_1 D\sigma D\pi \right)^{-1}. \quad (5)$$

Здесь

$$\Gamma = \int \mathcal{L}_1 d^2x - \int V(\sigma, \pi) d^2x$$

играет роль эффективного действия, а $V(\sigma, \pi)$ — эффективный потенциал поля ψ_1 , созданный $N-1$ -фермионными полями:

$$\int V(\sigma, \pi) d^2x = i \left[\ln \left(\prod_{k=1}^{N-1} \int \exp \left(i \int \mathcal{L}_k d^2x \right) D\psi_k D\bar{\psi}_k \right) - \frac{1}{2} \int \rho^2 d^2x \right]. \quad (6)$$

При больших N в формуле (5) функциональное интегрирование по π, σ можно произвести методом перевала. Для этого поле представим в виде $\rho = \bar{\rho} + \rho_1$, где $\bar{\rho}$ — фурье-компонента ρ с нулевым импульсом, и разложим эффективный потенциал до второго порядка по ρ_1 и θ :

$$V = V(\bar{\rho}) + \frac{N}{2} \int d^2k [D_\rho(k) \rho_1^2 + D_\theta(k) \theta^2],$$

где при $k^2 \ll (g\bar{\rho})^2$ имеем

$$D_\rho(k) \approx \frac{g^2}{\pi} \frac{2g\bar{\rho}}{(-k^2)^{1/2}} \ln \left(1 + \frac{(-k^2)^{1/2}}{2g\bar{\rho}} \right), \\ D_\theta(k) \approx -\frac{g^2}{\pi} 2g\bar{\rho} (-k^2)^{1/2} \ln \left(1 + \frac{(-k^2)^{1/2}}{2g\bar{\rho}} \right). \quad (7)$$

При интегрировании по ρ_1 и θ существенны $\rho_1 \sim (D_\rho N)^{-1/2}$ и $\theta \sim (D_\theta N)^{-1/2}$. Поэтому ρ_1 мало по N^{-1} на любых k и им можно пренебречь. Поскольку $D_\theta \sim k^2$ на малых k , то в инфракрасной области флуктуаций θ не малы и определяют характер корреляций на больших расстояниях. Интегрирование по ρ методом перевала сводится к замене $\bar{\rho}$ на его значение в точке минимума $V(\bar{\rho})$. Тогда для эффективного действия имеем

$$\Gamma = \int d^2x [\bar{\psi}(i\hat{\partial} - g\bar{\rho} \exp(i\gamma_5\theta))\psi] + \frac{N}{2} \int D_\theta \theta^2 d^2k. \quad (8)$$

Обозначив $g\bar{p} = m$ и заменив θ на $e\theta$ при $e = (\pi/g^2N)^{1/2}$, приходим к нелинейной σ -модели [10]:

$$\mathcal{L}_\sigma = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m \exp(2ie\gamma_5\theta))\psi + \frac{1}{2}(\partial_\mu\theta)^2. \quad (9)$$

В этой модели поле θ меняется в интервале $(0, \pi/e)$, а γ_5 -симметрия соответствует преобразованиям

$$\psi \rightarrow \exp(i\alpha\gamma_5)\psi, \quad \theta \rightarrow \theta - \frac{\alpha}{e}$$

при $\alpha = \text{const}$.

В инфракрасной области исходная модель с четырехфермионным взаимодействием эквивалентна σ -модели (9). В области $k \gtrsim m$ эти модели различны. Однако взаимодействие в этой области приводит лишь к перенормировке массы и функции Грина. Эти перенормировки малы по e^2 . Ниже мы рассматриваем нелинейную σ -модель во всей области импульсов, интересуясь поведением одночастичной функции Грина (4) на больших расстояниях.

В нулевом порядке по e (сферическая модель) имеются свободные массивные фермионы:

$$G_0(p) = \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}. \quad (10)$$

В координатном представлении

$$G_0(x) = -i\frac{m}{2\pi} \left[K_0(m(-x^2)^{1/2}) + i\frac{\hat{x}}{(-x^2)^{1/2}} K_1(m(-x^2)^{1/2}) \right], \quad (11)$$

K_n — цилиндрические функции мнимого аргумента. В этом приближении нарушена непрерывная γ_5 -симметрия, что соответствует возникновению ненулевого вакуумного среднего $\langle 0|\psi\bar{\psi}|0\rangle$, вычисленного Гроссом и Невью [6] в главном по N^{-1} приближении. Следующие по e^2 приближения существенно меняют вид функции Грина.

Первый порядок теории возмущения

Функция Грина σ -модели (9) связана с массовым оператором Σ уравнением Дайсона

$$G^{-1}(p) = \hat{p} - m - \Sigma(p). \quad (12)$$

В первом порядке по e^2 массовый оператор имеет вид

$$\Sigma^{(1)} = 4im^2e^2\gamma_5 \int G_0(p-k)\gamma_5 D_0(k) \frac{d^2k}{(2\pi)^2} + 2ime^2 \int D_0(k) \frac{d^2k}{(2\pi)^2}, \quad (13)$$

$$D_0(k) = k^{-2}. \quad (14)$$

Интегралы (14) расходятся как на больших, так и на малых импульсах. Вводя ультрафиолетовое и инфракрасное обрезания Λ и λ , получаем

$$\Sigma^{(1)} = \frac{e^2}{\pi} \left\{ m^2 \hat{p} \frac{(\hat{p} - m)^2}{p^2(p^2 - m^2)} \ln \frac{p^2 - m^2}{m^2} - \frac{(\hat{p} - m)^2}{p^2 - m^2} m \ln \frac{m}{\lambda} - m \ln \frac{\Lambda}{m} \right\}. \quad (15)$$

Последнее слагаемое в этом выражении не зависит от импульса и означает перенормировку массы. В дальнейшем под буквой m будем понимать перенормированную массу. В первом порядке по e^2 для функции Грина имеем, таким образом,

$$G^{(1)}(p) = \frac{\hat{p}}{p^2 - m^2} \left(1 - \frac{e^2}{\pi} \ln \frac{m^2}{m^2 - p^2} \right) + \frac{m}{p^2 - m^2} \left(1 - \frac{e^2}{\pi} \ln \frac{m}{\lambda} \right) + \frac{e^2}{\pi} \frac{\hat{p}}{p^2} \ln \frac{m^2}{m^2 - p^2}. \quad (16)$$

Поправка к диагональному элементу функции Грина логарифмически расходится при $\lambda \rightarrow 0$. Поэтому необходимо суммировать весь ряд теории возмущений по e^2 . Как будет видно ниже, суммирование приведет к обращению в нуль диагонального элемента функции Грина при $\lambda \rightarrow 0$. При $p^2 = 0$ функция Грина (16) не имеет особенностей. Это означает отсутствие в рассматриваемой модели безмассовых фермионов. Поправки к функции Грина велики лишь в области $|p^2 - m^2| \ll m^2$. Как и в квантовой электродинамике, суммирование ряда главных логарифмов приводит к тому, что в формуле (10) для функции Грина полюс при $p^2 = m^2$ заменится ветвлением

$$G(p) = Z \frac{\hat{p}}{p^2 - m^2} \left(\frac{p^2 - m^2}{m^2} \right)^{e^2/\pi}. \quad (17)$$

Функция Грина в инфракрасной области

Вывод формулы (17) удобно произвести в координатном представлении. Для этого преобразуем фермионные операторы:

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow \exp(i e \gamma_5 \theta(x)) \psi(x), \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x) \exp(i e \gamma_5 \theta(x)). \end{aligned} \quad (18)$$

В новых переменных

$$G(x - x') = -i \langle \exp(i e \gamma_5 \theta(x)) \psi(x) \bar{\psi}(x') \exp(i e \gamma_5 \theta(x')) \rangle, \quad (19)$$

где $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение с лагранжианом

$$L = \bar{\psi}(x) [i \hat{\partial} - m - e \gamma_5 \hat{\partial} \theta(x)] \psi(x) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \theta)^2, \quad (20)$$

$$\langle A \rangle = \left(\int A \exp \left(i \int L d^2 x \right) D\psi D\bar{\psi} D\theta \right) \cdot \left(\int \exp \left(i \int L d^2 x \right) D\psi D\bar{\psi} D\theta \right)^{-1}. \quad (21)$$

Формулу (19) удобно переписать в виде

$$\begin{aligned} G &= G_1 + G_2, \\ G_1(x - x') &= -i \langle \exp(i e \gamma_5 \theta(x)) \cdot \langle \psi(x) \bar{\psi}(x') \rangle \cdot \exp(i e \gamma_5 \theta(x')) \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Первое слагаемое есть произведение средних. Примеры входящих в него диаграмм приведены на рис. 1. Второе слагаемое представляет совокупность диаграмм, в которых хотя бы одна бозонная линия соединяет конец фермионной линии с ее средней точкой (рис. 2).

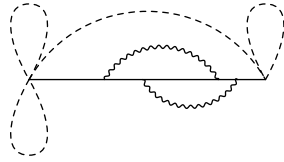


Рис. 1.

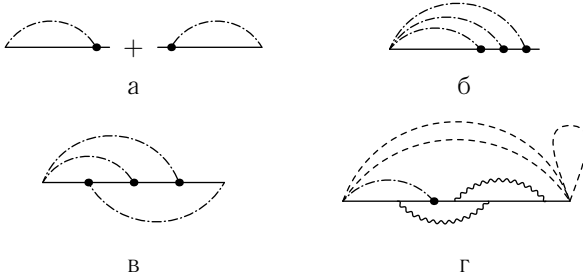


Рис. 2.

В первом слагаемом среднее $g(x - x') = -i\langle\psi(x)\bar{\psi}(x')\rangle$ можно выразить через функцию Грина массивной модели Тирринга:

$$\mathcal{L}_{\text{MT}} = \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m)\psi + \frac{1}{2}e^2(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2. \quad (23)$$

Для этого заменим четырехфермионное взаимодействие модели Тирринга на взаимодействие фермионов с промежуточными бозонными полями φ и θ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{MT}} \rightarrow \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m)\psi - e j_\mu \partial^\mu \varphi + e j_\mu^5 \partial^\mu \theta - \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \theta)^2, \\ j_\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi, \quad j_\mu^5 = \bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi. \end{aligned} \quad (24)$$

В справедливости такой замены легко убедиться: усреднение в формуле (23) по φ и θ приводит нас к четырехфермионному взаимодействию, так как в двумерном пространстве

$$(j_\mu^5 j_\nu^5 - j_\mu j_\nu)k_\mu k_\nu / k^2 = j_\alpha j^\alpha.$$

Усреднение по φ можно выполнить, делая калибровочное преобразование $\psi \rightarrow \psi e^{-ie\varphi}$. В результате получаем

$$G_{\text{MT}} = g(x) \langle \exp \{ -ie[\varphi(x) - \varphi(0)] \} \rangle = g(x)(-x^2)^{e^2/4\pi}. \quad (25)$$

Теория возмущений для функции Грина массивной модели Тирринга не имеет инфракрасных особенностей, и малое взаимодействие приводит лишь к перенормировке массы, равной последнему слагаемому в формуле (15). Поэтому

$$g(x) = -\frac{i}{2\pi} m(-x^2 \Lambda^2)^{-e^2/4\pi} \left[K_0(m(-x^2)^{1/2}) + i \frac{\hat{x}}{(-x^2)^{1/2}} K_1(m(-x^2)^{1/2}) \right]. \quad (26)$$

Теперь можно вычислить

$$G_1 = -\frac{im}{2\pi}(-x^2\Lambda^2)^{-e^2/4\pi} \left\{ K_0(m(-x^2)^{1/2}) \langle \exp [ie\gamma_5(\theta(x) + \theta(0))] \rangle + \right. \\ \left. + i \frac{\hat{x}}{(-x^2)^{1/2}} K_1(m(-x^2)^{1/2}) \langle \exp [ie\gamma_5(\theta(x) - \theta(0))] \rangle \right\}. \quad (27)$$

Последнее усреднение проводится с лагранжианом (20). Взаимодействие θ -бозонов через виртуальные фермионы мало на малых импульсах. Оно пропорционально импульсам участвующих во взаимодействии бозонов. Поэтому в формуле (27) усреднение можно проводить по свободному θ -полю с функцией Грина

$$D^{-1}(k) = k^2 - e^2\Pi(k), \quad (28)$$

где $\Pi(k)$ — поляризационный оператор, который пропорционален k^2 .

Перенормировка функции Грина сводится к перенормировке заряда в σ -модели. В исходной модели с четырехфермионным взаимодействием учет поляризации вакуума в формуле (28) означал бы превышение точности по N^{-1} . Таким образом, в выражении (27) усреднение можно проводить по свободным полям:

$$\langle \exp \{ie\gamma_5[\theta(x) - \theta(0)]\} \rangle = \exp \{ie^2[D(0) - D(x)]\} = (-x^2\Lambda^2)^{-e^2/4\pi}, \quad (29)$$

$$\langle \exp \{ie\gamma_5[\theta(x) + \theta(0)]\} \rangle = \exp \{ie^2[D(0) + D(x)]\} = (-x^2\Lambda^{-2}\lambda^4)^{e^2/4\pi}. \quad (30)$$

Диагональная часть G_1 степенным образом стремится к нулю при $\lambda \rightarrow 0$. Обращение в нуль диагональных элементов произошло в соответствии с общей теоремой о невозможности спонтанного нарушения непрерывной симметрии в двумерной теории. Итак,

$$G_1 = \frac{m}{2\pi} \frac{\hat{x}}{(-x^2)^{1/2}} (-x^2\Lambda^2)^{-e^2/2\pi} K_1(m(-x^2)^{1/2}). \quad (31)$$

Фурье-образ $G_1(x)$ имеет вид

$$G_1(p) \sim \hat{p} F\left(2 - \frac{e^2}{2\pi}; 1 - \frac{e^2}{2\pi}; 2; -\frac{p^2}{m^2}\right), \quad (32)$$

где F — гипергеометрическая функция. В области $|p^2 - m^2| \ll m^2$ это выражение переходит в формулу (17).

Теперь оценим G_2 . В первом порядке теории возмущения по e^2 (рис. 2, а)

$$G_2^{(1)} = \frac{e^2}{\pi} \left[\frac{\hat{p}}{2p^2} \ln \frac{m^2}{m^2 - p^2} - \frac{1}{\hat{p} - m} \ln \frac{m}{\Lambda} \right]. \quad (33)$$

Второе слагаемое в последнем выражении приводит к перенормировке функции Грина, так что в формуле (31) Λ заменяется на m . Что касается первого слагаемого, то оно при $p^2 = m^2$ имеет лишь логарифмическую особенность и на больших расстояниях убывает быстрее, чем $G_1(x)$. Диаграммы более высокого порядка, например b и v на рис. 2, приводят либо к перенормировке функции Грина, либо к членам, имеющим более слабую по сравнению с G_1 особенность при $p^2 = m^2$. На рис. 2, z изображена диаграмма a , одетая бозонными линиями, представленными на рис. 1. В результате такого одевания, как и при вычислении G_1 ,

диагональные элементы G_2 обращаются в нуль, а недиагональные приобретают множитель $(x^2\Lambda^2)^{-e^2/2\pi}$. То же самое относится к диаграммам b и v . Наиболее особая часть в G_2 поэтому пропорциональна G_1 . Коэффициент пропорциональности мал при малых e^2 . Таким образом, учет G_2 приводит к изменению коэффициента при G_1 и функция Грина имеет вид (17). Существенно, что все диаграммы, входящие как в G_1 , так и в G_2 , содержат фермионную линию, соединяющую точки нуль и x , поэтому при больших пространственноподобных интервалах они экспоненциально убывают с ростом x .

Экспоненциальное убывание функции Грина означает, что при $p^2 = 0$ в импульсном пространстве $G(p)$ не имеет особенностей. Особенность в точке $p^2 = m^2$ имеет степенной вид (17) с показателем степени, меньшим нуля, но большим -1 . Мнимая часть функции Грина отлична от нуля лишь при $p^2 > m^2$. Это означает, что не существует фермионных состояний с энергией, меньшей m^2 .

Точка ветвления функции Грина указывает на существование непрерывного спектра, который начинается с энергии, равной m^2 . Состояния этого непрерывного спектра представляют собой суперпозицию массивного фермиона и некоторого числа безмассовых бозонов. Эти бозоны являются связанными состояниями четного числа фермионов. Они — аналог голдстоуновских частиц.

Заключение

Итак, в рассмотренной модели масса фермионов возникла в результате их взаимодействия друг с другом. Спонтанного нарушения симметрии при этом не происходит. Функция Грина (17) может быть представлена в виде

$$G(p) \sim \frac{1}{2}(p^2 - m^2)^{e^2/\pi} [G_0(p) + i\gamma_5 G_0(p) i\gamma_5].$$

Это означает, что спектр фермионных состояний вырожден по четности.

Отметим, что массивные фермионы не возникают ни в каком порядке теории возмущения исходной модели по константе четырехфермионного взаимодействия.

Предэкспоненциальные множители и показатель степени в функции Грина (31) были представлены в виде ряда по $N^{-1} \sim e^2$. При этом были опущены экспоненциально малые по e^2 члены. Эти члены возникают, во-первых, из-за того, что поле θ рассматривается нами просто как бозонное, в то время как оно является угловой переменной и изменяется от нуля до 2π , а во-вторых, из-за того, что, выполняя в (5) интегрирование методом перевала, мы учитываем лишь одну стационарную точку, соответствующую однородному решению уравнения. Можно думать, что в рассматриваемой задаче эти члены не влияют на качественные решения. Основанием для этого могут служить точные решения нерелятивистских одномерных моделей с четырехфермионным взаимодействием [11]. В этих моделях найдено, что спектр фермионных возбуждений имеет щель.

В заключение мы благодарим А. М. Финкельштейна, В. М. Филева, А. М. Полякова, А. Б. Замолотчикова, И. Т. Дятлова, А. А. Ансельма за полезные обсуждения.

Литература

- [1] Nambu Y., Jona-Lasino G. // Phys. Rev. — 1961. — V. 122. — P. 345.
- [2] Вакс В. Г., Ларкин А. И. // ЖЭТФ. — 1961. — Т. 40. — С. 282.
- [3] Зельдович Я. Б., Кобзарев Ю. И., Окунь Л. Б. // ЖЭТФ. — 1974. — Т. 67. — С. 3.
- [4] Ансельм А. А. // ЖЭТФ. — 1959. — Т. 36. — С. 63.
- [5] Вакс В. Г., Ларкин А. И. // ЖЭТФ. — 1961. — Т. 40. — С. 1392.
- [6] Gross D., Neveu A. // Phys. Rev. D. — 1974. — V. 10. — P. 3235.
- [7] Root R. // Phys. Rev. D. — 1975. — V. 11. — P. 831.
- [8] Ефетов К. Б., Ларкин А. И. // ЖЭТФ. — 1974. — Т. 66. — С. 2280.
- [9] Березинский В. Л. // ЖЭТФ. — 1970. — Т. 59. — С. 907; 1971. — Т. 61. — С. 1144.
- [10] Bardeen W. A., Lee B. L. // Phys. Rev. — 1969. — V. 177. — P. 2389.
- [11] Gaudin M. // Phys. Lett. A. — 1967. — V. 24. — P. 55; Yang C.-N. // Phys. Rev. Lett. — 1967. — V. 19. — P. 1312; Lieb E. H., Wu F. Y. // Phys. Rev. Lett. — 1968. — V. 20. — P. 1445.

П. Б. Вигман, А. И. Ларкин: Институт теоретической
физики им. Л. Д. Ландау Академии наук СССР, Москва

Поступила в редакцию
14 сентября 1976.

Волна зарядовой плотности в случайном потенциале

К. Б. Ефетов, А. И. Ларкин

Квазиодномерные проводники при низких температурах имеют гигантскую диэлектрическую восприимчивость (сверхдиэлектрики) и дают на рентгенограмме размытые пятна при импульсе, близком к $2p_F$. Это размытие свидетельствует об отсутствии дальнего порядка в волне зарядовой плотности. Оба явления объясняются взаимодействием волны зарядовой плотности с примесями. Устанавливается количественное соотношение между величиной диэлектрической восприимчивости и размером пятна на рентгенограмме.

1. Введение

В квазиодномерных проводниках при низких температурах происходит переход в диэлектрическое состояние. В этом состоянии плотность электронов образует трехмерную решетку с периодом, равным $1/2p_F$, вдоль выделенной оси (волна зарядовой плотности (ВЗП)). Существует два эффекта, препятствующих свободному движению ВЗП через кристалл: зацепление за кристаллическую решетку и за примеси. Первый эффект мал, если период ВЗП и период основной решетки почти несоизмеримы [1]. В том случае, который осуществляется в КСР $K_2[Pt(CN)_4]V_{0,3} \cdot 3H_2O$, более существенно зацепление за примеси (пиннинг). Сила зацепления зависит от концентрации примесей и амплитуды рассеяния электронов на них. Эта сила определяет величину диэлектрической восприимчивости и ее частотную зависимость. При слабом взаимодействии электронов с примесями статическое значение диэлектрической восприимчивости велико и при сравнительно малых частотах возникает дисперсия. Если зацепление за примеси сильнее, чем за кристаллическую решетку, то происходит исчезновение дальнего порядка в ВЗП. Вследствие этого δ -функциональная особенность в структурном факторе вблизи $2p_F$ размывается [2–5]. Ниже установлено соотношение между шириной максимума структурной функции и величиной диэлектрической проницаемости. Обе эти величины определяются амплитудой рассеяния электронов на примесях и концентрацией примесей. Исчезновение дальнего порядка в периодической структуре

происходит всегда, если примеси не связаны с этой структурой. В работе [6] это явление было рассмотрено на примере разрушения решетки вихрей в сверхпроводниках второго рода.

2. Взаимодействие волны зарядовой плотности с примесями

В квазиодномерных проводниках электроны двигаются вдоль отдельной нити. Фононный спектр при этом может быть трехмерным. Гамильтониан, описывающий взаимодействие электронов с фононами и примесями, имеет вид

$$H = H_0 + H_1,$$

где

$$H_0 = \sum_{\mathbf{p}} \omega(\mathbf{p}) b_{\mathbf{p}}^+ b_{\mathbf{p}} + \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon(p) a_{\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{p}} + \int \Delta(\mathbf{r}) \psi^+(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \quad (1)$$

$$H_1 = \sum_i \int U(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \psi^+(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}; \quad (2)$$

$$\Delta(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{p}} g \frac{1}{(2\omega(\mathbf{p}))^{1/2}} (b_{\mathbf{p}}^+ + b_{\mathbf{p}}) e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}.$$

Здесь

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}},$$

$U(\mathbf{r})$ — потенциал взаимодействия электронов с примесью, \mathbf{r}_i — координаты примесей, которые предполагаются случайно распределенными, спектр электронов $\varepsilon(p)$ предполагается одномерным. Усреднение по состояниям гамильтониана (1) заменим усреднением по классическим бозонным полям. В применении к квазиодномерным системам этот метод описан в работах [7, 8]. Так же, как и там, заменяем

$$\text{Sp } e^{-H_0} \rightarrow \int e^{-F_0[\Delta]} D\Delta, \quad (3)$$

где функционал $F_0[\Delta]$ равен

$$F_0 = -\ln \text{Sp} \exp \left\{ \sum_{\mathbf{p}} \int_0^{1/T} d\tau \left[\frac{\dot{\Delta}^2(\mathbf{p})}{2g^2} + \frac{\Delta^2(\mathbf{p})\omega^2(\mathbf{p})}{2g^2} \right] + \int \Delta(\mathbf{r}) \psi^+(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} + \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon(p) a_{\mathbf{p}}^+ a_{\mathbf{p}} \right\}. \quad (4)$$

Функционал $F_0[\Delta]$ имеет минимум при

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta_0 \sin(\mathbf{Q}\mathbf{r} + \varphi), \quad (5)$$

где $Q_{\parallel} = 2p_F$, а Q_{\perp} определяется видом взаимодействия между электронами разных нитей. В приближении самосогласованного поля $\Delta(\mathbf{r})$ находится из соотношения

$$\Delta(\mathbf{r}) = [\langle \psi^+(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) \rangle_0 - N] g^2 / \omega^2(\mathbf{Q}), \quad (5a)$$

где $\langle \rangle_0$ — усреднение с гамильтонианом H_0 , N — плотность электронов. Из соотношения (5а) следует

$$1 = \frac{g^2}{\pi v \omega^2(\mathbf{Q})} \ln \frac{\varepsilon_F}{\Delta_0}, \quad (6)$$

v — скорость на поверхности Ферми.

В дальнейшем нас будут интересовать медленно меняющиеся в пространстве и времени флуктуации фазы φ . Разлагая функционал вблизи его минимума по медленным изменениям φ , получаем

$$F_0[\varphi] = \frac{1}{2} \int \left[-\frac{Nm^*}{(2\rho_F)^2} \dot{\varphi}^2 + C_{\parallel} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 + C_{\perp} \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right) \right] d^3 \mathbf{r} dt. \quad (7)$$

В выражении (7) m^* — эффективная масса, равная

$$m^* = m \left(1 + \frac{\pi v \Delta_0^2}{2g^2} \right). \quad (8)$$

Упругий модуль C_{\parallel} равен

$$C_{\parallel} = \frac{v}{2\pi d^2}, \quad (9)$$

d — расстояние между проводящими нитями. Константа C_{\perp} выражается через спектр фононов:

$$C_{\perp} = \frac{\pi}{2g^2 d^2} \left(\frac{\partial^2 \omega^2(\mathbf{k})}{\partial k_{\perp}^2} \right)_{\mathbf{k}=\mathbf{Q}} \Delta_0^2. \quad (10)$$

В низкотемпературной фазе тепловые и квантовые флуктуации не влияют на качественную картину и ниже не будут учитываться. Для их оценки считаем $\langle \varphi^2 \rangle$ с помощью функционала

$$\langle \varphi^2 \rangle \sim \frac{g^2 d^2}{v} \left(\frac{\partial^2 \omega^2(\mathbf{Q})}{\partial k_{\perp}^2} \right)_{\mathbf{k}=\mathbf{Q}}^{-1} \sqrt{\frac{m}{m^*}}. \quad (11)$$

Если эффекты трехмерности достаточно велики или выполнено условие адиабатичности $m^* \gg m$, то эти флуктуации малы количественно [8, 9]. Существенными являются флуктуации фазы, вызванные примесями. Ниже будем рассматривать случай, когда взаимодействие с примесями достаточно слабое, так что длина свободного пробега много больше размера пары частица–дырка. При этом можно пренебречь их влиянием на амплитуду Δ_0 . Влияние на фазу описывается гамильтонианом H_1 . Вблизи экстремума F_0 гамильтониан H_1 следует заменить функционалом F_i :

$$F_i = \frac{\omega^2(\mathbf{Q}) \Delta_0 U(\mathbf{Q})}{g^2} \sum_i \sin(\mathbf{Q} \mathbf{r}_i + \varphi(\mathbf{r}_i)) = \int f(\mathbf{r}) \sin(\mathbf{Q} \mathbf{r} + \varphi(\mathbf{r})) d^3 \mathbf{r}. \quad (12)$$

При случайном расположении примесей и слабом взаимодействии с ними распределение случайных полей является гауссовым с коррелятором

$$\langle f(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}') \rangle = \gamma \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (13)$$

$$\gamma = n(\omega^2(\mathbf{Q}) \Delta_0 U(\mathbf{Q}) / g^2)^2. \quad (13a)$$

В формуле (13а) n — концентрация примесей. Уравнение на фазу определяется условием минимума функционала $F_0 + F_1$. В отсутствие внешних полей это уравнение имеет вид

$$C_{\perp} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r_x^2} + C_{\perp} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r_y^2} + C_{\parallel} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r_{\parallel}^2} = f(\mathbf{r}) \cos(\mathbf{Q}\mathbf{r} + \varphi(\mathbf{r})). \quad (14)$$

3. Разрушение дальнего порядка

Существование дальнего порядка определяется поведением фононной функции Грина G на нулевой частоте

$$G = \langle b^+(0)b(\mathbf{R}) \rangle. \quad (15)$$

На больших расстояниях основной вклад в вид функции G вносят флуктуации фазы:

$$G(\mathbf{R}) = \frac{\omega(\mathbf{Q})\Delta_0^2}{g^2} \Pi(\mathbf{R}) \cos \mathbf{Q}\mathbf{R}, \quad (16)$$

где

$$\Pi(\mathbf{R}) = \langle e^{i(\varphi(\mathbf{R}) - \varphi(0))} \rangle. \quad (17)$$

Тепловые и квантовые флуктуации в низкотемпературном состоянии приводят к несущественному уменьшению $\Pi(\mathbf{R})$. Если при больших \mathbf{R} величина $\Pi(\mathbf{R})$ стремится к константе, то в системе есть дальний порядок и в амплитуде упругого рассеяния нейтронов и рентгеновских лучей должна быть δ -функциональная особенность при импульсе, равном \mathbf{Q} . Убедимся, что примеси приводят к экспоненциальному или степенному убыванию $\Pi(\mathbf{R})$.

Для вычисления коррелятора $\Pi(\mathbf{R})$ (17) необходимо решить уравнение (14) при произвольном $f(\mathbf{R})$, подставить решение в (17), а затем усреднить, пользуясь соотношением (13). Возьмем за нулевое приближение решение уравнения (14) в линейном по $f(\mathbf{r})$ приближении

$$\varphi^{(0)}(\mathbf{r}) = \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_1) \cos \mathbf{Q}\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_1, \quad (18)$$

где функция $G(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению

$$C_{\parallel} \frac{\partial^2 G}{\partial r_{\parallel}^2} + C_{\perp} \left(\frac{\partial^2 G}{\partial r_x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial r_y^2} \right) = \delta(\mathbf{r}). \quad (19)$$

Фурье-компонента $G(\mathbf{k})$ этой функции равна

$$G(\mathbf{k}) = 1 / (C_{\parallel} k_{\parallel}^2 + C_{\perp} k_{\perp}^2). \quad (20)$$

Подставляя выражение (18) в (17), находим $\Pi(\mathbf{R})$ на больших расстояниях:

$$\Pi(\mathbf{R}) = \exp \left\{ -\frac{\langle (\varphi(\mathbf{R}) - \varphi(0))^2 \rangle}{2} \right\} = \exp \left\{ -\frac{\gamma}{8\pi C_{\parallel}^{1/2} C_{\perp}} \left(\frac{R_{\parallel}^2}{C_{\parallel}} + \frac{R_{\perp}^2}{C_{\perp}} \right)^{1/2} \right\}. \quad (21)$$

При выводе выражения (21) и везде ниже предполагается, что примеси достаточно слабые:

$$8\pi C_{\parallel}^{1/2} C_{\perp} \gamma^{-1} \gg \max\{v\Delta_0^{-1} C_{\parallel}^{-1/2}, dC_{\perp}^{-1/2}\}.$$

Формула (21) показывает, что сколь угодно слабые примеси разрушают дальний порядок. Точно так же можно вычислить средний параметр порядка $\langle \Delta \cos \mathbf{QR} \rangle$:

$$2\langle \Delta \cos \mathbf{QR} \rangle = \Delta_0 \langle e^{i\varphi} \rangle = \Delta_0 \exp(-\langle \varphi^2 \rangle / 2) = 0. \quad (22)$$

Из всего сказанного следует, что даже слабые неоднородности разрушают фазовый переход.

Формулы, аналогичные (21), (22), были получены в [6] при решении задачи о решетке вихрей в случайном потенциале в сверхпроводнике. Для ВЗП они написаны в работах [3, 4]. В этих работах учитывалось лишь нулевое приближение для φ (18). Однако можно убедиться, что каждый из последующих членов разложения, получающегося при решении уравнения (14) итерациями, не мал, и, вообще говоря, нельзя ограничиваться нулевым приближением. Тем не менее, при вычислении средних типа (21), (22) вклад суммы всех членов разложения выше нулевого точно равен нулю, и формулы (21), (22) остаются справедливыми.

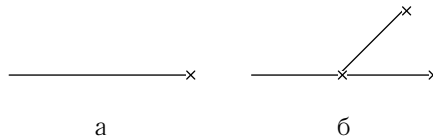


Рис. 1.

Для доказательства этого утверждения и в последующем для вычисления динамических характеристик удобно воспользоваться диаграммной техникой, развитой в работе [10]. Для этого разложим правую часть уравнения (14) в ряд по φ и будем решать получившееся уравнение итерациями. Простейший график, соответствующий $\varphi^{(0)}(\mathbf{r})$, изображен на рис. 1, а. Функции Грина $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$ соответствует сплошная линия, случайному полю $f(\mathbf{r}_1) \cos \mathbf{Qr}_1$ — крестик. По координате крестика производится интегрирование. Более сложный график изображен на рис. 1, б. Диаграмма произвольного порядка представляет собой «дерево». Каждой линии ставится в соответствие функция Грина $G(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$, вершинам —

$$f(\mathbf{r}_i) \frac{1}{m_i!} \frac{d^{m_i}}{d\mathbf{r}_i^{m_i}} \cos \mathbf{Qr}_i.$$

В каждой вершине может сходиться любое число линий. Единственную линию, ведущую из какого-либо креста в точке i к «основанию дерева», назовем входящей в точку i , остальные — выходящими. Тогда m_i равно числу выходящих из точки i линий (порядку i -й вершины). По координатам всех точек с крестами производится интегрирование.

Например, графику на рис. 1, б соответствует выражение:

$$-\frac{1}{2!} \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) G(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3) G(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) f(\mathbf{r}_1) \times \\ \times \cos \mathbf{Qr}_1 f(\mathbf{r}_2) \cos \mathbf{Qr}_2 f(\mathbf{r}_3) \cos \mathbf{Qr}_3 d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2 d^3 \mathbf{r}_3. \quad (23)$$

Для вычисления коррелятора Π (17) разложим экспоненту в ряд по φ . Общий член этого ряда $\langle \varphi(\mathbf{R}_1) \dots \varphi(\mathbf{R}_N) \rangle$ представляет собой N деревьев. Обозначим коррелятор $\langle f(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}') \rangle = \gamma \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ пунктирной линией. Тогда после усреднения все вершины с крестами окажутся соединенными пунктирами. Графики, в которых встречаются соединения вершин нечетного порядка с вершинами четного порядка, содержат в подынтегральных выражениях быстро осциллирующие множители, $e^{i\mathbf{Qr}}$, и поэтому малы.

Рассмотрим теперь любые две, соединенные пунктиром, вершины одинаковой четности. Соединения могут быть двух типов: 1) соединяются две вершины такие, что из каждой можно пройти по сплошным линиям к основанию дерева и не пересечь при этом другую вершину; 2) соединяются такие две вершины, что нельзя из каждой пройти к основанию и не пересечь при этом вторую вершину. Заметим, что если соединенные вершины относятся к разным деревьям, то соединение обязательно относится к первому типу. Примеры соединений первого и второго типов изображены соответственно на рис. 2, а, б, в и г, д.

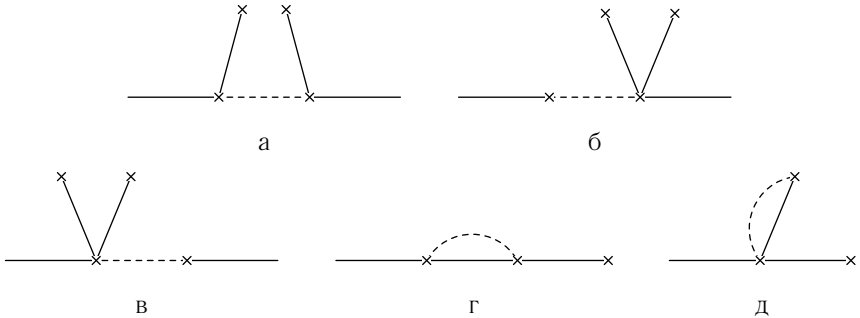


Рис. 2.

Пусть соединение i -й и j -й вершин относится к первому типу и сумма порядков соединенных вершин равна $2N \geq 2$. Отсекая выходящую линию, например, от i -й вершины и приставляя ее к j -й, мы получаем график, которому соответствует точно такой же интеграл, но с другим коэффициентом. Легко сообразить, что таких графиков будет $2N + 1$. При этом сумма коэффициентов S_{ij} равна

$$S_{ij} = \left\langle \int \sum_{m=0}^{2N} \frac{d^m \cos \mathbf{Qr}_i}{d\mathbf{r}_i^m} \frac{d^{2N-m} \cos \mathbf{Qr}_j}{d\mathbf{r}_j^{2N-m}} \frac{1}{m!} \frac{1}{(2N-m)!} f(\mathbf{r}_i) f(\mathbf{r}_j) d^3 \mathbf{r}_i d^3 \mathbf{r}_j \right\rangle. \quad (24)$$

Производя усреднение и пользуясь формулой Лейбница, убеждаемся, что под интегралом стоит производная от периодической функции и S_{ij} равно нулю для $N \geq 1$.

На рис. 2 сокращаются графики a , b , v (соединение первого типа). Точно так же можно убедиться, что если соединение относится ко второму типу, то сумма графиков, получаемых отрезанием выходящих линий одной вершины и вставкой их в другую, равна нулю. Отличие от первого случая состоит лишь в том, что нельзя отрезать ветку, на которой находится вторая вершина. На рис. 2 сокращаются графики z , d (соединение второго типа).

Таким образом, из всей суммы графиков остаются только те, которые соответствуют использованию нулевого приближения (18) для φ , и мы убеждаемся в справедливости формул (21), (22).

Описанные выше сокращения имеют место, если корреляция потенциала в разных точках является δ -функцией. Учет небольшой размазанности приводит к малой перенормировке коэффициентов C и γ в формулах (21), (22).

Выше предполагалось, что период ВЗП несоизмерим с периодом основной решетки. Если они соизмеримы, то в уравнении (14) появится дополнительное слагаемое [1]

$$-\beta \sin M\varphi, \quad (25)$$

где $\beta \sim (\Delta_0/\varepsilon_F)^M$, M — порядок соизмеримости. В этом случае для разрушения дальнего порядка необходимо, чтобы концентрация примесей была выше критической. По порядку величины критическое значение в формулах (13), (13а) равно

$$\gamma_c \sim \sqrt{C_{\parallel} C_{\perp}} \sqrt{\beta M}. \quad (26)$$

Чтобы убедиться в этом, считаем коррелятор $\langle \varphi_k \varphi_{-k} \rangle$ в двух предельных случаях. Если $\gamma \ll \gamma_c$, то в выражении (25) существенны малые φ , и синус можно заменить линейным членом. В этом случае

$$\langle \varphi^2 \rangle = \gamma \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{[C_{\parallel} k_{\parallel}^2 + C_{\perp} k_{\perp}^2 + \beta M]^2} = \frac{\gamma}{8\pi C_{\perp} (\beta M C_{\parallel})^{1/2}} \ll 1. \quad (27)$$

Как видно из формулы (22), в этом пределе примеси слабо влияют на дальний порядок. Если $\gamma \gg \gamma_c$, то слагаемое (25) можно учитывать как возмущение. Вычисляя $\langle \varphi_k \varphi_{-k} \rangle$ с точностью до членов второго порядка по β , получаем

$$\langle \varphi_k \varphi_{-k} \rangle = \frac{\gamma}{(C_{\parallel} k_{\parallel}^2 + C_{\perp} k_{\perp}^2)^2} \left(1 + \left(\frac{8\pi C_{\perp} (C_{\parallel} \beta M)^{1/2}}{\gamma} \right)^4 \right). \quad (28)$$

Таким образом, при $\gamma \gg \gamma_c$ эффекты соизмеримости приводят лишь к несущественному изменению корреляционного радиуса в формуле (21).

Полученные выше результаты относились к соединениям, в которых при медленных флуктуациях фазы не возникает больших кулоновских сил. Например, в ТТФ-ТСНҚ существуют электронная и дырочная ВЗП. Поэтому при медленных флуктуациях не возникает пространственного заряда. Короткодействующая часть кулоновского взаимодействия приводит лишь к изменению коэффициентов C_{\parallel} , C_{\perp} . В соединениях типа КСР проводящей является только одна цепочка

атомов платины. В этом случае пространственные изменения фазы φ означают изменение плотности заряда ρ [11]

$$e \frac{\partial \varphi}{\partial r_{\parallel}} = \pi \rho(r) d^2. \quad (29)$$

Кулоновское взаимодействие приводит к появлению в функционале дополнительного члена F_c :

$$F_c[\varphi] = \frac{1}{2} \sum_k \frac{4e^2 k_{\parallel}^2 |\varphi_k|^2}{(\varepsilon_{\parallel} k_{\parallel}^2 + \varepsilon_{\perp} k_{\perp}^2) \pi d^4}. \quad (30)$$

В формуле (30) ε_{\parallel} и ε_{\perp} — диэлектрические проницаемости вдоль и поперек нитей на больших частотах. При этом функция Грина $G(\mathbf{k})$ принимает вид

$$G_0^{-1}(\mathbf{k}) = C_{\parallel} k_{\parallel}^2 + C_{\perp} k_{\perp}^2 + \frac{4e^2}{\pi d^4} \frac{k_{\parallel}^2}{\varepsilon_{\parallel} k_{\parallel}^2 + \varepsilon_{\perp} k_{\perp}^2}. \quad (31)$$

Последнее слагаемое, описывающее кулоновское взаимодействие, имеет особенность при малых углах между вектором \mathbf{k} и осью z . Как и в теории фазовых переходов [12], задача становится формально четырехмерной и $\langle \varphi^2 \rangle$ расходится на малых k логарифмически. Поэтому $\Pi(R)$ при больших R убывает степенным образом. Соответствующие вычисления и сравнение с экспериментом для КСР сделаны в работе [5] и дают

$$\Pi(R_{\parallel}) = (R_{\parallel}^2 C_{\perp}^2 / C_{\parallel}^2 \varepsilon_{\perp} e^2)^{-\alpha/2}, \quad (32)$$

где

$$\alpha = \frac{\gamma \varepsilon_{\perp}^{1/2} d^2}{32 C_{\perp}^{3/2} (4\pi e^2)^{1/2}}; \quad (32a)$$

в КСР $\alpha \approx 0,055$.

4. Диэлектрическая проницаемость

Большинство квазиодномерных соединений имеют при низких температурах большую диэлектрическую проницаемость. Существует несколько причин, объясняющих это явление. В соединениях типа КСР образуется электронная ВЗП, период которой несоизмерим с периодом основной решетки. Движение этой волны дает главный вклад в диэлектрическую проницаемость. Без учета взаимодействия с примесями статическая проницаемость была бы бесконечной. Слабое взаимодействие с примесями делает проницаемость конечной, но большой.

Из соотношения (29) следует, что взаимодействие с внешним электрическим полем E приводит к дополнительному слагаемому F_E в функционале свободной энергии:

$$F_E[\varphi] = - \int \frac{e\varphi(t)E(t)}{\pi d^2} d^3 \mathbf{r} dt. \quad (33)$$

В формуле (33) предполагается, что поле $\mathbf{E}(t)$ направлено вдоль нитей. Минимизируя функционал $F = F_0 + F_c + F_i + F_E$ (формулы (7), (12), (30), (33)), получаем уравнение для φ :

$$\tilde{G}_0^{-1} \varphi_k(t) + \int f(\mathbf{r}) \cos(\mathbf{Q}\mathbf{r} + \varphi) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3 \mathbf{r} = \frac{e}{\pi d^2} E_{\mathbf{k}}(t), \quad (34)$$

где

$$\tilde{G}_0^{-1} = \frac{Nm^*}{(2p_F)^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + C_{\parallel} k_{\parallel}^2 + C_{\perp} k_{\perp}^2 + \frac{4e^2 k_{\parallel}^2}{(\varepsilon_{\parallel} k_{\parallel}^2 + \varepsilon_{\perp} k_{\perp}^2) \pi d^4}. \quad (35)$$

Разлагая косинус в уравнении (34) и решая это уравнение итерациями, можно найти φ в виде ряда по f и E . В линейном по электрическому полю приближении получим для φ выражение в виде ряда по f , каждый член которого графически изображается деревом (см. рис. 1, б). Отличие от статического случая состоит в том, что в одной из вершин нулевого порядка вместо $f(\mathbf{r}) \cos \mathbf{Qr}$ стоит $Ee/\pi d^2$. Кроме того, вдоль ствола, соединяющего эту вершину с основанием дерева, проходит частота внешнего поля ω . Все отрезки этого ствола изображают функции Грина $G(\omega)$, а отрезки сучьев, как и в статическом случае, изображают функции

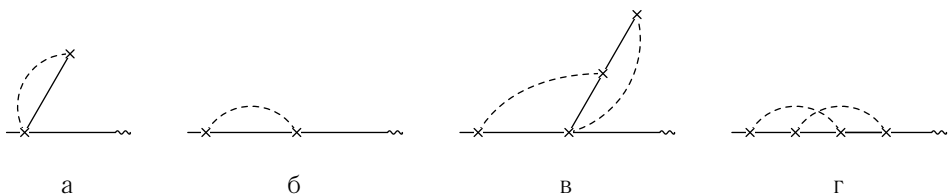


Рис. 3.

Грина $G(0)$. Усреднение по примесям означает, как и раньше, соединение всех крестов всеми возможными способами. Однако полного сокращения диаграмм, как в статическом случае, не происходит, так как в разные части графиков входят разные функции Грина $G(\omega)$ и $G(0)$. Например, собственно энергетическая часть Σ в первом порядке изображается диаграммами рис. 3, а, б и равна

$$\Sigma_1 = \gamma \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} [G(\omega) - G(0)]. \quad (36)$$

Рассмотрим сначала случай слабого кулоновского взаимодействия, когда параметр α велик и можно не учитывать последнее слагаемое в формуле (35). Будем в дальнейшем в скелетные графики подставлять точные функции Грина, $G^{-1} = \tilde{G}_0^{-1} - \Sigma$. При этом функции Грина, изображаемые «сучьями», как на рис. 3, а, так и в статическом случае, не перенормируются. Во втором порядке по γ собственно энергетическая часть Σ_2 изображается графиками 3, в, г и равна

$$\Sigma_2(\mathbf{k}) = \gamma^2 \int G(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}) [G(\mathbf{k}_1)G(\mathbf{k}_2) - G_0(\mathbf{k}_1)G_0(\mathbf{k}_2)] \frac{d^3 \mathbf{k}_1 d^3 \mathbf{k}_2}{(2\pi)^6}, \quad (37)$$

где G_0 — статическая функция Грина (20). В третьем порядке по γ собственно энергетическая часть Σ_3 равна

$$\begin{aligned} \Sigma_3(\mathbf{k}) = & 2\gamma^3 \int G(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) [2G(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k})G(\mathbf{k}_2)G(\mathbf{k}_3)G(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3) - \\ & - G(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k})G(\mathbf{k}_2)G_0(\mathbf{k}_3)G_0(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3) - \\ & - G_0(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k})G_0(\mathbf{k}_2)G_0(\mathbf{k}_3)G(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_3)] \frac{d^3 \mathbf{k}_1 d^3 \mathbf{k}_2 d^3 \mathbf{k}_3}{(2\pi)^9}. \quad (38) \end{aligned}$$

Обозначая

$$-\frac{Nm^*}{(2p_F)^2}\omega^2 - \Sigma(0) = \varkappa,$$

получим для \varkappa алгебраическое уравнение

$$\varkappa + \frac{\omega^2 Nm^*}{(2p_F)^2} = \tilde{\gamma}\sqrt{\varkappa} + 1,1\tilde{\gamma}^2 + \frac{2,3\tilde{\gamma}^3}{\sqrt{\varkappa}} + \dots, \quad (39)$$

где $\tilde{\gamma} = \gamma/4\pi C_{\perp}\sqrt{C_{\parallel}}$.

Уравнение (39) позволяет найти \varkappa и, следовательно, диэлектрическую проницаемость ε как функцию частоты:

$$\varepsilon - 1 = \frac{4e^2}{\pi\varkappa d^4} = \frac{4e^2 f(x)}{\pi d^4 \tilde{\gamma}^2}, \quad x = \frac{(Nm^*)^{1/2}}{2p_F} \frac{\omega}{\tilde{\gamma}^2}. \quad (40)$$

Уравнение (39) позволяет найти ε при больших частотах. Для $x \gg 1$ имеем:

$$f(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{i}{x^3} + \frac{1,1}{x^4}. \quad (41)$$

При малых x можно надеяться на численную точность, если взять достаточно большое число членов ряда в правой части формулы (39). Оставляя один, два или три члена ряда, получим последовательность значений $f_i(0)$:

$$f_1 = 1; \quad f_2 = 0,36; \quad f_3 = 0,23. \quad (42)$$

Таким образом, при слабом взаимодействии электронов с примесями статическая диэлектрическая проницаемость велика, но конечна. Утверждение о конечности ε следует из того, что уравнение (39) при $\omega = 0$ имеет решение при конечном \varkappa . Оно, во всяком случае, справедливо, если не только первые три вычисленные члена ряда, а и все остальные положительны. Если ряд знакопеременный, то не исключена возможность, аналогичная существующей в теории фазовых переходов, когда ε при малых частотах растет степенным образом. Нам более разумной представляется первая возможность, аналогичная существующей в теории эффекта Кондо, когда ε конечна при малых частотах и разложима в ряд по ω^2 . Если воспользоваться уравнением (39), то для $f(x)$ получаем на малых x

$$f(x) = 0,23 + 0,15x^2. \quad (43)$$

В рассматриваемом случае слабого кулоновского взаимодействия частотная зависимость $\varepsilon(\omega)$ имеет две области: $x \gg 1$ и $x \ll 1$.

Если кулоновское взаимодействие достаточно сильное, так что параметр α (32а) мал, то существует промежуточная область частот, где эффективное число проводящих электронов логарифмически зависит от частоты. В области больших частот $\omega \gg \tilde{\omega}$ справедливо разложение (41). Величина $\tilde{\omega}$ определяется из условия равенства первого и четвертого членов в (35)

$$\tilde{\omega}^2 \sim \frac{p_F^2 C_{\perp} e^2}{Nm^* C_{\parallel} \varepsilon_{\perp} d^4}. \quad (44)$$

Для простоты предполагаем, что выполняется неравенство $C_{\parallel}/C_{\perp} \gg \varepsilon_{\parallel}/\varepsilon_{\perp}$. Как показано в [5], этот случай соответствует экспериментальной ситуации. В области $\omega \ll \tilde{\omega}$ разложение по γ приводит к логарифмическим интегралам. Для суммирования старших логарифмов воспользуемся методом ренормализационной группы

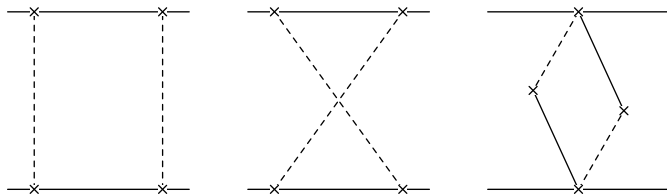


Рис. 4.

или «паркетными» уравнениями. Для эффективной вершины Γ графики второго порядка изображены на рис. 4. Соответствующее «паркетное» уравнение имеет вид

$$\Gamma = \gamma + \int GG\Gamma^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \quad (45)$$

Решая его с логарифмической точностью, получим для безразмерного эффективного взаимодействия $\tilde{\Gamma} = \alpha\Gamma/\gamma$:

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\alpha}{1 - 3\alpha \ln(-\tilde{\omega}^2/\omega^2)} = \frac{1}{3 \ln(-\omega^2/\omega_T^2)}, \quad \omega_T^2 = \tilde{\omega}^2 e^{-1/3\alpha}. \quad (46)$$

Выражение (46) применимо в области больших частот $\omega \gg \omega_T$, где $\tilde{\Gamma} \ll 1$. В этой области $G(\omega)$ можно найти по формуле

$$\frac{\partial G^{-1}(\omega)}{\partial \omega^2} = \mathcal{F}(\omega). \quad (47)$$

В формуле (47) $\mathcal{F}(\omega)$ удовлетворяет уравнению

$$\mathcal{F} = \frac{Nm^*}{(2p_F)^2} + \int \mathcal{F}GG \frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \quad (48)$$

Решая уравнение (48) и подставляя $\mathcal{F}(\omega)$ в (47), получим выражение для $\varepsilon(\omega)$:

$$\varepsilon(\omega) - 1 = \frac{4\pi e^2 N}{m^* \omega^2} \left(3\alpha \ln \frac{\omega^2}{\omega_T^2} - 3i\alpha\pi \right). \quad (49)$$

Формула (49) применима при достаточно больших частотах $\omega \gg \omega_T$, когда $\tilde{\Gamma} \ll 1$. Будем предполагать, как и в теории эффекта Кондо, что $\varepsilon(\omega)$ при низких частотах выходит на константу. С экспоненциальной точностью значение $\varepsilon(0)$ можно получить, если в формулу (49) подставить значение ω , при котором $\tilde{\Gamma}$ порядка единицы:

$$\varepsilon(0) \sim \frac{4\pi e^2 N}{m^* \tilde{\omega}^2} e^{1/3\alpha}. \quad (50)$$

Чтобы найти в формуле (50) зависимость предэкспоненциального множителя от α , необходимо написать уравнение ренормализационной группы с точностью до следующего члена:

$$\frac{d\tilde{\Gamma}}{d\xi} = 3\tilde{\Gamma}^2 + 12\tilde{\Gamma}^3, \quad \xi = \ln \frac{\varepsilon m^* \tilde{\omega}^2}{4\pi e^2 N}. \quad (51)$$

Статическое значение диэлектрической восприимчивости $\varepsilon(0)$ с точностью до численного множителя соответствует такому значению параметра ξ , при котором $\tilde{\Gamma}$ становится порядка единицы. Решая уравнение (51), находим

$$\frac{1}{3\tilde{\Gamma}} - \frac{4}{3} \ln\left(4 + \frac{1}{\tilde{\Gamma}}\right) = -\xi + \frac{1}{3\alpha} - \frac{4}{3} \ln\left(4 + \frac{1}{\alpha}\right), \quad (52)$$

откуда получаем значение $\varepsilon(0)$:

$$\varepsilon(0) = B \frac{\varepsilon_{\perp} C_{\parallel}}{C_{\perp}} \alpha^{4/3} e^{1/3\alpha}, \quad (53)$$

где B — число порядка единицы.

Выше предполагалось, что $\varepsilon_{\perp} C_{\parallel} \gg C_{\perp} \varepsilon_{\parallel}(\infty)$. В обратном предельном случае в формуле (53) вместо $\varepsilon_{\perp} C_{\parallel} / C_{\perp}$ стоит величина $\varepsilon_{\parallel}(\infty)$.

5. Заключение

В работе [5] параметр α оценивается по размеру пятна на рентгенограмме ($\alpha \approx 0,055$). Там же приведены оценки величин: $C_{\parallel} \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$ эВ/Å, $C_{\perp} \approx 10^{-5}$ эВ/Å, $\varepsilon_{\perp} \approx 3$, $\varepsilon_{\parallel}(\infty) \approx 340$. Подставляя эти величины в формулу (53), получаем $\varepsilon \approx 10^4$. Экспериментальное значение $\varepsilon = 1200$ [13]. Учитывая, что формула (53) получена с точностью до численного множителя и входящие в нее параметры известны с плохой точностью, согласие между теорией и экспериментом можно считать удовлетворительным.

В работе [1] обсуждались другие эффекты, приводящие к большой диэлектрической проницаемости. Один из этих эффектов связан со сравнительно малой щелью в электронном спектре и дает в КСР для ε значение 340, меньшее чем экспериментально наблюдаемое значение $\varepsilon = 1200$. Второй эффект связан с движением ВЗП. В [1] предполагалось, что конечность ε возникает из-за зацепления волны за основную решетку вследствие эффектов соизмеримости. Оценить величину этих эффектов трудно. По-видимому, в КСР зацепление за основную решетку слабее, чем рассмотренное выше зацепление за примеси, так как в противном случае не происходило бы исчезновения дальнего порядка.

Отличить два механизма зацепления можно по частотной зависимости ε . Качественное поведение в обоих случаях одинаково: в далекой инфракрасной области при частотах $\omega^2 = 4\pi N e^2 / m^* \varepsilon(0)$ должен быть резонансный максимум, а при более высоких частотах $\varepsilon(\omega)$ отрицательно и падает с частотой по квадратичному закону. Однако при низких температурах в случае зацепления за решетку мнимая часть мала при всех частотах и резонанс узкий. В случае зацепления за примеси резонансный максимум широкий. Качественное поведение функции $\varepsilon(\omega)$ одинаково в случае слабого и сильного кулоновского взаимодействий и при достаточно низких температурах, когда можно не учитывать активационную проводимость, описывается уравнением (39). Из этого уравнения следует, что при

малых частотах $\omega \ll \omega_T$ величина $\varepsilon(\omega)$ вещественна и растет с частотой по закону $\varepsilon(\omega) = \varepsilon(0)(1 + c\omega^2/\omega_T^2)$, при $\omega \sim \omega_T$ появляется мнимая часть ε ; в области резонанса мнимая и вещественная части ε одного порядка. При $\omega \gg \omega_T$ мнимая часть $\varepsilon(\omega)$ меньше вещественной, их отношение с ростом частоты падает по степенному закону в случае слабого кулоновского взаимодействия (формулы (40), (41)) или логарифмически в случае сильного кулоновского взаимодействия (формула (49)).

Максимум в диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega)$ при частотах $\omega \sim \sim 0,002-0,003$ эВ наблюдался экспериментально [14]. При этом действительная и мнимая части были одного порядка, что также свидетельствует в пользу того, что зацепление за примеси сильнее.

В соединениях типа TTF-TCNQ ниже точки перехода существуют две волны зарядовой плотности: электронная и дырочная. Эти волны зацеплены друг за друга и не переносят заряд. Кулоновские эффекты здесь также несущественны. К этим веществам применимы результаты раздела 3 для статических корреляторов в случае слабого кулоновского взаимодействия: корреляционная функция должна падать на больших расстояниях экспоненциально. Большая величина диэлектрической проницаемости в этих соединениях, видимо, связана не с зацеплением за примеси, а со слабым взаимодействием между ВЗП разных знаков.

Литература

- [1] Lee P. A., Rice T. M., Anderson P. W. // Sol. St. Comm. — 1974. — V. 14. — P. 703.
- [2] Comes R., Lambert M., Launois H., Zeller H. R. // Phys. Rev. — 1973. — V. B8. — P. 571.
- [3] Sham L. J., Patton B. R. // Phys. Rev. Lett. — 1976. — V. 36. — P. 733.
- [4] Imry Y., Ma S. K. // Phys. Rev. Lett. — 1975. — V. 35. — P. 1399.
- [5] Bergman D. J., Rice T. M., Lee P. A. Preprint № 07974. — Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey, 1976.
- [6] Ларкин А. И. // ЖЭТФ. — 1970. — Т. 58. — С. 1466.
- [7] Ефетов К. Б., Ларкин А. И. // ЖЭТФ. — 1974. — Т. 66. — С. 2290.
- [8] Бразовский С., Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. — 1976. — Т. 71. — С. 2338.
- [9] Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. — 1974. — Т. 67. — С. 397.
- [10] Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. // ЖЭТФ. — 1973. — Т. 65. — С. 1704.
- [11] Ефетов К. Б., Ларкин А. И. // ЖЭТФ. — 1975. — Т. 69. — С. 764.
- [12] Ларкин А. И., Хмельницкий Д. Е. // ЖЭТФ. — 1969. — Т. 56. — С. 2087.
- [13] Shchegolev I. F. // Phys. Stat. Sol. — 1972. — V. 12. — P. 9.
- [14] Zeller H. R. // Bull. Amer. Phys. Soc., ser. II. — 1974. — V. 19. — P. 195; Bruesch P., Zeller H. R. // Sol. St. Comm. — 1974. — V. 14. — P. 1037.

Нелинейные эффекты при движении вихрей в сверхпроводниках

А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников

В смешанном состоянии сверхпроводников параметр порядка сильно зависит от координат. Для этого случая выведено кинетическое уравнение, описывающее функцию распределения возбуждений по энергиям. Эта функция сильно меняется в сравнительно слабом электрическом поле E . При низких температурах эффективная температура электронов пропорциональна $E^{2/5}$. Если эта температура больше энергетической щели, то большая часть энергии постоянного электрического поля должна переходить в энергию почти монохроматических фононов. В случае большой концентрации примесей получено граничное условие для уравнения диффузии.

Введение

В металлах при низких температурах велико время энергетической релаксации $\tau_\epsilon \sim \Theta_D^2/T^3$. Поэтому в сравнительно слабых электрических полях происходит сильное изменение функции распределения электронов по энергии. В нормальном металле такое изменение не влияет на проводимость. В сверхпроводнике плотность тока и величина энергетической щели сильно зависят от вида функции распределения, поэтому при движении вихрей сравнительно быстро наступает отклонение от закона Ома. Сильное изменение функции распределения электронов при движении вихрей можно обнаружить по спектру испускаемых фононов. При достаточно низких температурах и не очень слабых электрических полях почти вся энергия электрического поля должна переходить в энергию монохроматических фононов с частотой, равной 2Δ . В этом случае электронные возбуждения рождаются электрическим полем в центре вихря, разгоняются до энергии Δ , после чего выходят из области вихря и аннигилируют с испусканием фонона. Обычное кинетическое уравнение, описывающее распределение возбуждений по координатам и импульсам, применимо только в тех случаях, когда и длина пробега, и размер исследуемой области велики по сравнению с v/Δ . В вихревом состоянии по крайней мере одно из этих условий не выполняется. Поэтому импульс и координата

возбуждений не имеют смысла, но имеет смысл функция распределения возбуждений по энергии. Ниже получено кинетическое уравнение для этой функции.

1. Кинетические уравнения для двух функций распределения

При получении кинетических уравнений для функций распределения воспользуемся методом Келдыша [1]. В этом методе уравнения Горькова для функций Грина имеют вид [2]

$$\left\{ i\hat{\tau}_z \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2m} \partial^2 + \check{\Delta} - e\varphi + \mu - \hat{\Sigma} \right\} \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, t') = \delta(t - t') \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (1)$$

где $A(\mathbf{r}, t)$ — векторный потенциал, φ — скалярный потенциал, $\partial = \partial/\partial \mathbf{r} - ie\mathbf{A}\hat{\tau}_z$. В уравнении (1) функция Грина \hat{G} и собственно-энергетическая часть $\hat{\Sigma}$ -матрицы имеют вид

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} G^R & R \\ 0 & G^A \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma^R & \Sigma \\ 0 & \Sigma^A \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В свою очередь величины G , $G^{R,A}$ являются матрицами (2×2), составленными из обычных функций Грина g и функций Горькова F :

$$G = \begin{pmatrix} g_1 & F_1 \\ -F_2 & g_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_z = \begin{pmatrix} \tau_z & 0 \\ 0 & \tau_z \end{pmatrix}, \quad \check{\Delta} = \begin{pmatrix} \hat{\Delta} & 0 \\ 0 & \hat{\Delta} \end{pmatrix}, \\ \tau_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_1 \\ -\Delta_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Взаимодействие электронов с фононами и примесями учитывается с помощью собственно-энергетической части $\hat{\Sigma}$. Считая взаимодействие электронов с фононами и примесями слабым, для собственно-энергетической части $\hat{\Sigma}$ получим выражение

$$\hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}(t, t') = \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}^{imp}(t, t') + \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}^{ph}(t, t'), \\ \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}^{imp}(t, t') = -\frac{inv}{2} \int d\Omega_{\mathbf{p}_1} \sigma_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1} \hat{G}_{\mathbf{p}_1}(t, t') - \frac{i}{2\tau_s} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{p}_1}}{4\pi} \tau_z \hat{G}_{\mathbf{p}_1}(t, t') \tau_z, \\ \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}^{ph(R,A)}(t, t') = \\ = \frac{\nu g^2}{8} \int d\Omega_{\mathbf{p}_1} \{ D_{\mathbf{p}-\mathbf{p}_1}(t' - t) G_{\mathbf{p}_1}^{R,A}(t, t') + D_{\mathbf{p}-\mathbf{p}_1}^{A,R}(t' - t) G_{\mathbf{p}_1}(t, t') \}, \quad (4) \\ \hat{\Sigma}_{\mathbf{p}}^{ph}(t, t') = \frac{\nu g^2}{8} \int d\Omega_{\mathbf{p}_1} \{ D_{\mathbf{p}-\mathbf{p}_1}(t' - t) G_{\mathbf{p}_1}(t, t') - \\ - (D_{\mathbf{p}-\mathbf{p}_1}^R(t' - t) - D_{\mathbf{p}-\mathbf{p}_1}^A(t' - t))(G_{\mathbf{p}_1}^R(t, t') - G_{\mathbf{p}_1}^A(t, t')) \},$$

где $\sigma_{\mathbf{p}\mathbf{p}_1}$ — сечение рассеяния электрона на примеси,

$$\hat{G}_{\mathbf{p}}(t, t') = \frac{i}{\pi} \int d\xi \hat{G}(t, t', \mathbf{R} + \mathbf{r}/2, \mathbf{R} - \mathbf{r}/2) e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} d^3\mathbf{r}, \quad (5)$$

$\xi = p^2/2m - \mu$, v — скорость на поверхности Ферми, $\nu = mp/2\pi^2$ — плотность состояний на поверхности Ферми, τ_s — время пробега электрона с переворотом