



А. М. КРОТ

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ГРАВИТИРУЮЩИХ КОСМОГЕНИЧЕСКИХ ТЕЛ



НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
Объединенный институт проблем информатики

А. М. КРОТ

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ФОРМИРОВАНИЯ
ГРАВИТИРУЮЩИХ
КОСМОГОНИЧЕСКИХ ТЕЛ**



Минск
«Беларуская навука»
2012

Крот, А. М. Статистическая теория формирования гравитирующих космогонических тел / А. М. Крот. – Минск: Беларус. навука, 2012. – 448 с. – ISBN 978-985-08-1442-5.

В монографии предложены статистические модели и эволюционные уравнения статистической механики формирования гравитирующих космогонических тел. Решена известная проблема теории гравитационной конденсации газово-пылевого облака (в частности, гравитационной неустойчивости Джинса) на основе разработанной статистической теории сфероидальных тел. Получены аналитические выражения для плотностей массы и гравитационных потенциалов сфероидальных тел. Впервые предложена статистическая модель антидиффузионного процесса гравитационной конденсации, позволившая разрешить гравитационный парадокс для бесконечно распыленной космической материи. С использованием статистической модели антидиффузионного процесса выведено новое нелинейное времязависимое Шредингера-подобное волновое уравнение, описывающее возникающие нелинейные явления (в частности, гравитационной неустойчивости) вследствие процессов самоорганизации в формирующемся космогоническом теле.

В рамках предложенной статистической теории получен новый закон распределения планетарных расстояний в Солнечной системе, обобщающий знаменитый закон академика О. Ю. Шмидта. Кроме того, по сравнению с другими известными законами планетарных расстояний новый закон дает очень хорошую оценку наблюдаемых планетарных расстояний в Солнечной системе и других экзопланетарных системах.

Предназначена для специалистов в области космических исследований, астрофизики и геофизики, может быть полезна аспирантам и студентам старших курсов университетов физико-математического профиля.

Табл. 4. Ил. 49. Библиогр.: 255 назв.

Р е ц е н з е н т ы:

член-корреспондент НАН Беларуси,
доктор физико-математических наук,
профессор В. И. Корзюк,
доктор физико-математических наук Ю. А. Курочкин

*Светлой памяти
Минервиной Елены Борисовны
посвящается*

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на значительные успехи и достижения в астрофизике и геофизике последних десятилетий, проблемы формирования Солнечной системы и образования планет остаются важными и актуальными и в настоящее время хотя бы потому, что отсутствует общий и непротиворечивый сценарий формирования прото-Солнца и протопланетарной системы из протосолнечной туманности (молекулярного облака). В частности, в астрофизике существует проблема гравитационной конденсации *бесконечно распыленной* газовой-пылевой космической среды, которая тесно связана с проблемой гравитационной неустойчивости и известным критерием Джинса. Основная трудность теории Джинса связана с гравитационным парадоксом, заключающимся в том, что для бесконечной однородной среды не существует потенциала силы тяготения [1]. Другими словами, по причине отсутствия гравитационного поля внутри распыленного молекулярного облака не может возникнуть его гравитационное стягивание.

В последнее время к общим проблемам формирования протопланетарных систем, исследования их динамического поведения, образования и эволюции планет приковано дополнительное внимание ученых в связи с открытием *экстрасолнечных планет*, которое считается одним из самых больших достижений современной астрономии. Общечеловеческое понимание нашего места во Вселенной внезапно изменилось в 1995 г., когда М. Мэйор и Д. Кьелоц из Женевской обсерватории в Швейцарии объявили об открытии экстрасолнечной планеты, по массе сравнимой с планетой Юпитер, вокруг звезды, подобной нашему Солнцу. Астрономы Дж. Марси и П. Батлер, работающие в США, вскоре подтвердили это открытие, в результате чего родилось новое научное направление наблюдательной экстрасолнечной планетологии, стремительно развивающееся последние полтора десятка лет (см. <http://exoplanet.eu/> и <http://exoplanets.org/>). Теперь известно более 450 таких объектов, а недавнее обнаружение планет с массами, приблизительно равными массе Земли, свидетельствует о том, что экстрасолнечные планеты низкой массы также существуют. Кроме получения важных научных знаний о формировании и структуре новых планетарных систем – *экзопланетарных систем*, эти открытия вызывают неподдельный интерес у научной общественности относительно перспектив поиска жизни во Вселенной.

Однако рассматриваемые в настоящей монографии вопросы касаются в основном проблем космогонии и только частично они затрагивают космологию. Вообще говоря, космогония по О. Ю. Шмидту [2] включает как *планетную*, так и *звездную космогонию*, т. е. именно такие направления и развиваются в рамках различных космогонических теорий. В связи с этим *космогонические тела* объединяют звезды, протозвезды, межзвездные молекулярные облака, планетарные системы, протопланетные газово-пылевые диски, планеты, протопланеты, естественные спутники планет. К *космологическим телам* относятся более масштабные космические объекты (например, галактики и их скопления) исходя из того, что космология – наука, изучающая свойства и эволюцию Вселенной в целом. Итак, предложенная в монографии статистическая теория сфероидальных тел описывает именно *модели формирования гравитирующих космогонических тел*.

Известен ряд космогонических теорий для объяснения формирования Солнечной системы, образования планет и оценки планетарных орбит [1–10]:

электромагнитные теории, основанные на работах О. Биркеланда [11], Х. П. Берлаге [12], Х. Альвена [13] и др.;

гравитационные теории, базирующиеся на работах О. Ю. Шмидта [2, 6, 14], Л. Э. Гуревича и А. И. Лебединского [15, 16], М. Вулфсона [17], В. С. Сафронова [1], С. Доула [18], А. В. Витязева [8] и др.;

небулярные теории, в основу которых положены работы фон Вайцзеккера [19, 20], Дж. Койпера [21, 22], Ф. Хойла [23, 24], Д. тер Хаара [7, 25], Т. Накано [26], А. Камерона [4, 7] и др.;

квантово-механические теории, основанные на работах Э. Нельсона [27, 28], Л. Ноттала [29, 30], Дж. Орда [30, 31], де Оливейра Нето [9, 32], А. Агнесе и Р. Феста [33], Эль Наши [34, 35], Е. Сидхарта [36] и др.

Несмотря на большой объем исследований и огромное количество работ, направленных на изучение формирования Солнечной системы, указанные теории не могут полностью объяснить все наблюдаемые явления, в частности четыре группы фактов по тер Хаару [6; 37, с. 277].

В связи с этим автором настоящей монографии в 1995 г. была предложена *статистическая теория* формирования космогонических тел [38–62], базирующаяся на так называемой модели сфероидального тела, образующегося посредством многочисленных гравитационных взаимодействий его частей и частиц (см. также недавние статьи в международных журналах и книгах [10, 63–66]). Термин «сфероидальное тело» означает сфероподобное тело, у которого поверхности равной плотности массы (изостеры) представляют собой сферы (при отсутствии видимого движения) либо сфероиды (в случае его вращения). Область исследований в рамках статистической теории гравитационных взаимодействий, представленная в настоящей монографии, в основном относится к *гравитации Ньютона* и частично затрагивает *ньютоновскую квантовую гравитацию* (эта область выделена дугой на рис. В.1, который был предложен на сайте Бременского университета, см. <http://www.zarm.uni-bremen.de/2forschung/gravi/gravitymain.htm>).

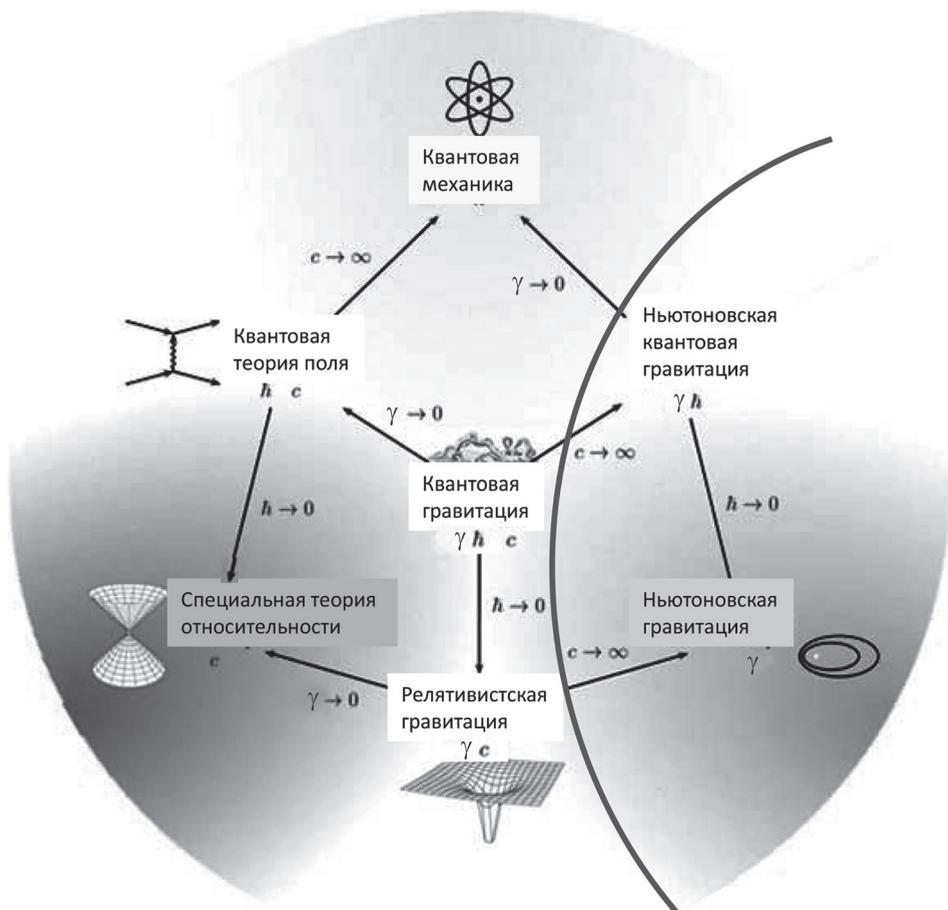


Рис. В.1

Так, в гл. 1 настоящей монографии рассматривается проблема гравитационной конденсации газово-пылевого протопланетного облака с точки зрения формирования протопланет в своем собственном гравитационном поле. В частности получено наиболее общее эволюционное уравнение относительно функции распределения [10, 63], которое обобщает известное уравнение Джинса, характеризующее динамическое поведение протопланетарной системы.

Как показано в гл. 2, полученные функции распределения частиц, а также плотность массы неподвижного сфероидального тела характеризуют начальный этап эволюции: от молекулярного облака (туманности) к формирующемуся ядру (прото-Солнцу) вместе с внешней оболочкой (солнечной туманностью).

Дифференциальное уравнение, описывающее процесс начальной гравитационной конденсации сфероидального тела из бесконечно распределенного вещества в окрестности механического равновесия, выведено в параграфе 3.4. Другими словами, это уравнение показывает, что гравитационному стягива-

нию молекулярного облака (туманности) предшествует *антидиффузионный процесс* начальной гравитационной конденсации (начального гравитационного сжатия сфероидального тела) [10, 63], квантово-механическая интерпретация которого приведена в параграфе 3 и в статье [65]. Глава 4 посвящена исследованию волновых и автоволновых процессов в слабогравитирующем сфероидальном теле и разработке сценария возникновения гравитационного поля на основе лавинообразного антидиффузионного массопереноса, когда помимо *антидиффузионной скорости* движения частиц в формирующемся сфероидальном теле возникает обычная (наблюдаемая) гидродинамическая скорость. Главным итогом проведенных исследований в этой главе явился вывод нелинейного времязависимого Шредингер-подобного уравнения [65, 66], описывающего не только состояния вириального механического равновесия, но и *состояния гравитационной неустойчивости*, приводящие к формированию космогонического тела.

Глава 5 посвящена исследованию статистических моделей *вращающегося* сфероидального тела с целью описания эволюции протопланетного газообразного (газово-пылевого) облака вокруг формирующейся звезды (в частности, прото-Солнца) на основе моделирования процесса уплощения от начальных сферических форм через уплощенные (сплюснутые) эллипсоидальные формы к протопланетному диску.

В гл. 6 предлагаемая статистическая теория развивается преимущественно с целью разработки моделей формирования Солнечной системы и объяснения закона распределения в ней планетарных расстояний [10, 63], хотя результаты, приведенные в параграфах 6.5 и 6.6, вполне пригодны к построению моделей формирования экзопланетарных систем.

Исследования, излагаемые в данной монографии, в области теоретического обоснования процессов самоорганизации в распыленной газовой космической среде и построения статистических моделей формирования планетарных систем и образования планет, включая планеты вне Солнечной системы, широко обсуждались и докладывались на ряде международных конференций под эгидой Генеральной ассамблеи Европейского союза геонаук (General Assembly of European Geosciences Union – EGU) и Европейского конгресса планетарных наук (European Planetary Science Congress – EPSC). В частности, в период с 2006 по 2010 г. автор настоящей монографии был организатором (в качестве председателя и сопредседателя) международных научных сессий: PS15 «Models of Solar system forming» (2–7 апреля 2006 г., Вена, Австрия), PS7.1 «Extrasolar planets and planet formation» (16–20 апреля 2007 г., Вена, Австрия), PS9 «Extrasolar planets and planet formation» (13–18 апреля 2008 г., Вена, Австрия) и PS8 «Extrasolar planets and planet formation, exoplanetary magnetospheres and radio emissions» (19–24 апреля 2009 г., Вена, Австрия) Генеральной ассамблеи Европейского союза геонаук (EGU), ON1 «Planetary formation and the origin of the Solar System» (18–22 сентября 2006 г., Берлин, Германия) и OG1 «Origin and evolution» (14–18 сентября 2009 г., Потсдам, Германия) Европейского конгресса планетарных наук (EPSC).

Результаты, представленные в этой монографии, частично опубликованы в статье [10] в авторитетном международном журнале «Chaos, Solitons & Fractals» издательства «Elsevier» (импакт-фактор журнала – 3, 12), посвященной по решению редколлегии этого журнала памяти выдающегося ученого современности, Нобелевского лауреата И. Пригожина, а также в ряде других статей автора, изданных в международных издательствах «Springer» (в книге «Observing our Changing Earth» [63]), «Elsevier» (в журнале «Advances in Space Research»), «World Scientific» (в книге «Topics on Chaotic Systems» [64]), «Asian Academic Publisher» (в журнале «Nonlinear Science Letters A» [65]) и др.

Тема настоящих исследований соответствует приоритетному направлению фундаментальных и прикладных научных исследований Республики Беларусь по математическому и физическому моделированию систем, структур и процессов в природе и обществе. Данная работа выполнялась автором в руководимой им лаборатории моделирования самоорганизующихся систем ОИПИ НАН Беларуси в рамках задания Инфотех-08 «Методы математического моделирования процессов самоорганизации в активных средах» ГКПНИ «Научные основы информационных технологий и систем» (2006–2010 гг.) и задания Информатика и космос 1.2.04 «Математические модели и методы исследования самоорганизующихся систем в приложениях к задачам анализа природных явлений и распознавания динамических процессов в технических устройствах» ГПНИ «Научные основы и инструментальные средства информационных и космических технологий» (2011–2013 гг.), а также будет продолжена в рамках формирующейся Государственной научно-технической подпрограммы «Космические исследования 2015» (2013–2015 гг.). В русле представленных в данной монографии исследований ее автор был привлечен к разработке предложения по крупному международному научному проекту «Darwin» в рамках тематического направления 1-го космического радиовидения Европейского космического агентства (ESA) на 2015–2025 гг., посвященному исследованию условий формирования экзопланет и появления там форм жизни.

Отдельные разделы книги и результаты использовались в курсах лекций по дисциплинам «Аналитическая и компьютерная аэрогидродинамика», «Методы математического моделирования и анализа сложных динамических систем», читаемых автором на кафедре математической физики ФПМИ БГУ.

Автор выражает благодарность официальным рецензентам монографии – заведующему кафедрой математической физики БГУ, члену-корреспонденту НАН Беларуси, доктору физико-математических наук, профессору В. И. Корзюку и заведующему лабораторией теоретической физики Института физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, доктору физико-математических наук Ю. А. Курочкину, а также анонимному рецензенту от ОФМИ НАН Беларуси за полезные замечания и рекомендации. Автор признателен коллективу лаборатории моделирования самоорганизующихся систем ОИПИ НАН Беларуси за интерес к данной монографии и посвящает ее безвременно ушедшей из жизни ведущему научному сотруднику этой лаборатории, кандидату техни-

ческих наук Минервиной Елене Борисовне – вдохновителю и инициатору написания данной монографии.

Автор благодарен выдающемуся ученому современности – лауреату Нобелевской премии Илье Пригожину, ознакомившемуся в 1997 г. с начальными положениями излагаемой статистической теории формирования сфероидальных тел и давшему мощный стимул к ее развитию во время выполнения совместного международного научного проекта В–95 ISTC «Theory and methods of discrete dynamic systems in digital signal processing applications» (1997–2000 гг.), руководителем которого был автор настоящей монографии, а координатором – профессор И. Пригожин. Особую благодарность автор выражает профессору М. Эль Наши (Distinguished Visiting Professor of Jiatong University and Donghua University, Shanghai, China and Cairo University, Egypt), который тесно сотрудничал с профессором И. Пригожиным в Международных Сольвеевских институтах физики и химии (International Solvay Institutes for Physics and Chemistry), за его внимание и поддержку работы [10].

Автор хотел бы также поблагодарить профессора М. Гранде (Solar System Physics, Institute of Mathematical and Physical Sciences, University of Wales, UK), доктора Х. Ламмера (Space Research Institute, Austrian Academy of Sciences, Austria), профессора Д. Уинтерхэлтера (Jet Propulsion Lab, Caltech, Astrophysics and Space Science, NASA, USA) и доктора Дж. Чоу (Astronomy Unit, Queen Mary University of London, UK) за их помощь автору настоящей монографии в организации и проведении сессий PS15 «Models of Solar system forming» и PS8 «Extrasolar planets and planet formation, exoplanetary magnetospheres and radio emissions» Генеральной ассамблеи Европейского союза геонаук, проходивших 2–7 апреля 2006 г. и 19–24 апреля 2009 г. в Вене (Австрия), на которых обсуждались многие результаты, излагаемые в этой монографии.

Автор хотел бы также выразить благодарность профессору Джай-Хуан Хи (Donghua University, Shanghai, China) за его тщательное рецензирование статей автора [65] и полезные рекомендации, которые способствовали получению новых результатов, а также доктору К. Джекели (School of Earth Sciences, Ohio State University, USA) и доктору М. Вермееру (TKK, Finland) – организаторам IAG симпозиума GS002 «Gravity Field» на XXIV Генеральной ассамблее IUGG2007, состоявшейся в г. Перуджия (Италия) с 2 по 13 июля 2007 г., за их полезные замечания и предложения по работе [63]. Автор благодарит профессора Х. Скиадаса (Technical University of Crete, Chania, Greece) – организатора ежегодных международных конференций по исследованию хаотических явлений «СНАОС» и главного редактора международного журнала в области нелинейных теорий «Chaotic Modeling and Simulation Journal», членом редколлегии которого является автор настоящей монографии, за его постоянное внимание к данным исследованиям.

Особую благодарность автор хотел бы выразить своим родителям – Кроту Михаилу Степановичу и Кулагиной Полине Адамовне, а также своей супруге Ткачевой Полине Павловне – докторанту БГУ и дочери Александре за поддержку и помощь в оформлении рукописи монографии.

**О ПРОБЛЕМАХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ
НАЧАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО СТЫГИВАНИЯ
РАСПЫЛЕННОЙ КОСМИЧЕСКОЙ МАТЕРИИ**

Решающую роль в формировании познаний о Вселенной и об окружающем нас космическом пространстве сыграл закон Всемирного тяготения, установленный И. Ньютоном еще в 1687 г. [67]. Дальнейшие исследования, связанные с общей теорией относительности А. Эйнштейна [68], продвинули наши представления о формировании Вселенной, хотя и остались многие нерешенные проблемы, о которых говорится в настоящей главе. В своих попытках понять процессы образования галактик и их скоплений космологи ищут свидетельства сгущения космической материи, т. е. космических неоднородностей или текстур, в ранней Вселенной [69, 70]. Однако стандартной космологической теории расширяющейся Вселенной (в частности, модели Г. Гамова «горячей Вселенной» и инфляционной модели А. Гута «раздувающейся Вселенной» [71]) противоречат показатели наблюдений крупномасштабной структуры Вселенной [69]. В настоящее время получены также наблюдательные данные по анизотропии микроволнового излучения, свидетельствующие уже не в пользу теории текстур [72]. Инфляционная же теория, напротив, предсказывает спектр микроволнового фона, находящийся в хорошем соответствии с наблюдательными данными, а с привлечением дополнительной гипотезы о существовании темной материи позволяет объяснить даже образование крупномасштабной структуры Вселенной [73–75].

Хотя настоящая монография посвящена преимущественно проблемам космогонии, тем не менее общий подход, развиваемый в ней, заключается в существовании *подобных этапов самоорганизации материи* в сценариях формирования как крупномасштабных космических объектов – галактик и их скоплений, так и менее масштабных – звезд и планетарных систем из распыленной космической материи [10, 65]. Известно (см., например, [8]), что межзвездная космическая среда содержит очень мало пыли и практически ведет себя как однокомпонентная газовая среда. Поэтому основные результаты в теории гравитационной конденсации и гравитационной неустойчивости впервые были получены именно для такой однокомпонентной среды известным астрофизиком Дж. Джинсом в 1902 г. [76; 77, с. 346–348].

Однако основная трудность теории Джинса связана с гравитационным парадоксом: для бесконечной однородной среды не существует потенциала силы тяготения [1]. Кроме выше упомянутой существуют и другие принципи-

альные трудности теории гравитационной конденсации и теории гравитационной неустойчивости в *бесконечно распыленных средах*, например проблема формирования центра распыленной космической материи при ее начальном гравитационном стягивании, известные проблемы статистической механики газово-пылевого протопланетного облака – невозможность нахождения общего, а не частного решения уравнения Джинса вследствие трудности определения аналитического выражения для гравитационного потенциала молекулярного (газово-пылевого) облака, бесконечное значение плотности массы на периферии вращающегося молекулярного (газово-пылевого) облака согласно теории Джинса и многие другие.

Настоящая глава посвящена детальному описанию проблем возникновения начального гравитационного стягивания распыленного космического вещества и выявлению возможного пути их решения на основе новых эволюционных уравнений статистической механики молекулярного (газово-пылевого) облака [10, 63], полученных в параграфе 1.7 данной главы.

1.1. О законе Всемирного тяготения Ньютона и проблеме образования центра распыленной космической материи при ее начальном гравитационном стягивании

Обзоры крупномасштабного распределения галактик показывают, как неоднородна современная Вселенная. Галактики проявляют тенденцию к скупиванию (рис. 1.1), образуя слои и сгущения, которые окружают более «бедные» области – войды (пустоты) [69]. В связи с этим описание происхождения и эволюции структуры Вселенной – одна из самых грандиозных и актуальных проблем, с которыми столкнулась современная космология. В новых обзорах по распределению галактик обнаруживаются огромные пузыри и слои, простирающиеся на сотни миллионов световых лет. Наиболее популярные модели Г. Гамова (горячей Вселенной) и А. Гута (раздувающейся Вселенной [71]) успешно описывают многие аспекты строения Вселенной, но все же не позволяют объяснить крупномасштабное скупивание галактик, т. е. материи во Вселенной [69, 70].

В попытках понять процессы образования галактик и их скоплений космологи ищут свидетельства скупивания, т. е. космических неоднородностей – текстур [69, 70], в ранней Вселенной. Однако стандартной космологической теории расширяющейся Вселенной (даже с учетом фазы инфляции Гута – кратковременного быстрого расширения [71]) противоречат данные наблюдений крупномасштабной структуры [69]. Тем не менее полученные в настоящее время наблюдательные данные по анизотропии микроволнового излучения свидетельствуют уже не в пользу теории текстур Спергела–Турока, так как, согласно последней, доплеровский пик в микроволновом излучении подавлен [72]. Напротив, инфляционная теория предсказывает спектр микроволнового фона, находящийся в хорошем согласии с наблюдательными данными, а с при-

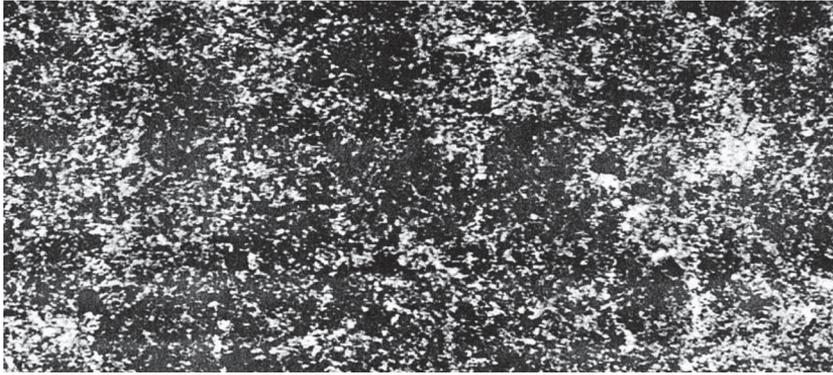


Рис. 1.1. Фрагмент карты небосвода с нанесенными галактиками (указаны белыми точками), расположенными на расстояниях до 2 млрд световых лет

влечением *дополнительной гипотезы о существовании темной материи* позволяет даже объяснить образование крупномасштабной структуры Вселенной [73–75].

В связи с этим возможный ответ заключается в существовании *схожих этапов самоорганизации материи в сценариях формирования* как крупномасштабных космических объектов – галактик и их скоплений, так и менее масштабных – звезд и планетарных систем из распыленной космической материи [10, 65]. Современные представления о распыленной космической материи на основании астрофизических данных, полученных с помощью радиотелескопов, говорят о том, что она представляет собой холодную пористую газопопылевую среду, содержащую текстуры и распределенную в межзвездном пространстве «с некоторой тенденцией к локальной кластеризации в многочисленных «ядрах» [4].

Если условно разделить эту среду на элементарные участки, то, пользуясь терминологией гидродинамики [78], их можно рассматривать как «жидкие частицы» массой m_i (рис. 1.2); в связи с этим заметим, что такие жидкие частицы не являются элементарными и сами состоят из множества элементарных частиц массой m_0 [78]. Согласно закону Всемирного тяготения, установленному гениальным физиком Исааком Ньютоном [67, 79], жидкие частицы должны взаимодействовать между собой посредством локальных гравитационных сил, величина которых определяется законом Ньютона:

$$F_{ij} = \gamma \frac{m_i m_j}{r_{ij}^2}, \quad (1.1.1)$$

где $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² – постоянная Всемирного тяготения (гравитационная постоянная); m_i и m_j – массы взаимодействующих i -й и j -й жидких частиц; r_{ij} – расстояние между i -й и j -й частицами. Другими словами, в соответствии с законом Всемирного тяготения некоторая частица m_i будет

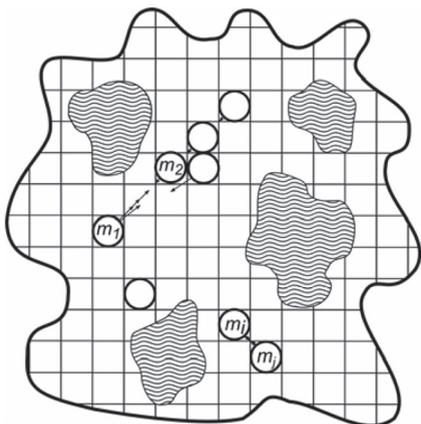


Рис. 1.2. Взаимодействие частиц в пористой газовой-пылевой среде

притягивать другую частицу m_j с силой F_{ij} , определяемой формулой (1.1.1). Очевидно, что с такой же по величине силой и другая частица m_j притягивает частицу m_i . Вектор, изображающий силу F_{ij} в ее действии на частицу m_i , располагается на луче, имеющем начало в центре масс m_i первой частицы, и направлен в сторону второй частицы m_j ; вектор же, изображающий силу притяжения частицей m_i частицы m_j , имеет начало в центре масс m_j и расположен на противоположно ориентированном луче, направленном к частице m_i (рис. 1.2).

Если рассмотреть все парные взаимодействия жидких частиц между собой, то

может быть вычислена результирующая сила всех гравитационных взаимодействий частиц космической материи между собой:

$$\vec{F}_{\Sigma} = \sum_{ij} \vec{F}_{ij} = -\gamma \sum_{ij} \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{ij}. \quad (1.1.2)$$

Направление результирующей силы \vec{F}_{Σ} будет определяться местоположением *большого* числа жидких частиц, составляющих газовой-пылевую материю, т. е. местоположением плотно заполненного подпространства жидкими частицами, в котором почти отсутствуют полости (дыры).

В частности, если рассмотреть совершенно идеальный случай распределения космической материи в виде отрезка линии из однотипных частиц диаметром $D=1$ (рис. 1.3), то нетрудно видеть, что результирующая гравитационная сила будет направлена к геометрическому центру данного отрезка.

Это неудивительно, так как из общего числа N всех частиц число частиц, притягивающих выделенную частицу (отмечена штриховкой на рис. 1.3) к периферии отрезка, равно 1, а число частиц, притягивающих эту частицу к центру, составляет $N-1$. В случае большого ансамбля частиц ($N \rightarrow \infty$) результирующая центральная сила $F_c \sim N$, а результирующая периферийная сила $F_p \sim 1$, т. е. имеет место $F_c \gg F_p$ с ростом общего числа частиц N .

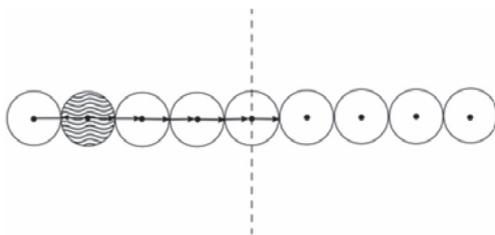


Рис. 1.3. Схема притяжения частиц, размещенных в линию

Во втором идеальном случае распределения космической материи в виде плоской фигуры – диска (рис. 1.4), равномерно заполненного радиально расположенными однотипными частицами ($D_i=1$), число которых N

вдоль радиального направления приближенно определяет диаметр этого диска, число периферийных частиц примерно пропорционально длине окружности πN , а число внутренних частиц – площади внутреннего круга $\pi[(N-2)/2]^2$. Другими словами, при $N \rightarrow \infty$ результирующая центральная сила $F_c \sim N^2$, а результирующая периферийная сила $F_p \sim N$, т. е. $F_c \gg F_p$ при неограниченном увеличении ансамбля частиц N . Это означает, что периферийные частицы, составляющие оболочку, практически не притягивают внутренние частицы дискообразного тела.

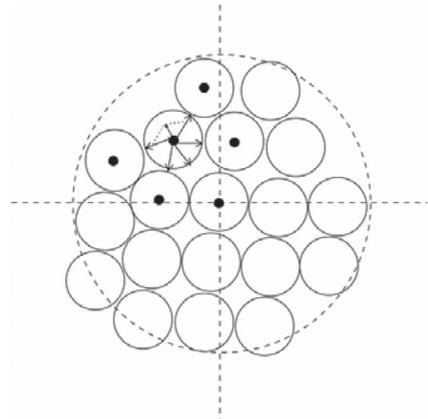


Рис. 1.4. Схема взаимодействия частиц внутри дискообразной фигуры

Наконец, третий случай распределения космической газовой-пылевой материи относится к случаю объемной фигуры – шара, равномерно заполненного однотипными частицами, диаметром, равным длине последовательности N радиально расположенных частиц диаметром $D_i=1$ каждая (рис. 1.5).

Если рассмотреть любое сечение упомянутого выше шара, проходящее через его геометрический центр, а затем произвольно выделить диаметр в нем, составленный из радиально расположенных жидких частиц, то приходим к рассмотрению первой модели (см. рис. 1.3). Действительно, из рис. 1.5 видно, что на пробную частицу, расположенную на диаметре, не могут действовать боковые результирующие силы в силу симметрии кругового сечения относительно диаметра шара (поскольку по обе стороны от диаметра находится примерно равное число частиц, то результирующие периферийные силы взаимно компенсируются). В итоге на пробную частицу действует только некомпенсированная центральная результирующая сила, *радиально направленная к центру* вдоль диаметра шара. Очевидно, что при размещении пробной частицы в самом центре шара результирующая центральная гравитационная сила равна нулю из-за притяжения равного количества частиц, расположенных

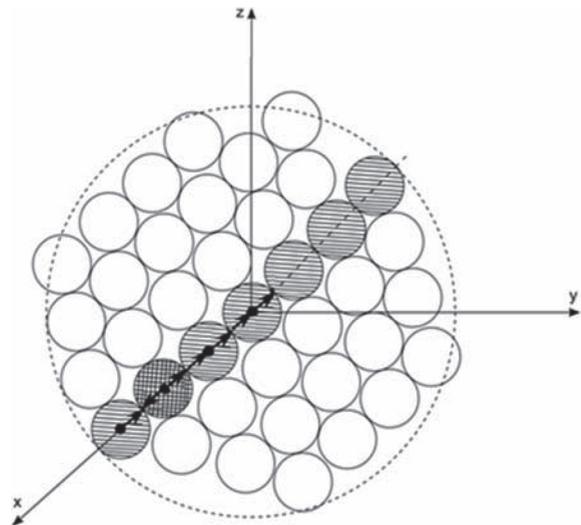


Рис. 1.5. Схема притяжения частиц внутри шара

по всем направлениям от центра. По мере удаления пробной частицы от центра к периферии результирующая центральная гравитационная сила возрастает пропорционально количеству частиц, содержащихся в объеме внутреннего коцентрического шара, на поверхности которого располагается данная пробная частица. Как и в предыдущем случае, это означает, что периферийные частицы, составляющие оболочку в виде сферического слоя, не притягивают внутренние частицы шара, что подтверждается известной теоремой Ньютона [67, 79, 80]. Действительно, когда N достаточно велико, то по аналогии с предыдущим (вторым) случаем результирующая центральная сила $F_c \sim N^3$, а результирующая периферийная сила $F_p \sim N^2$, т. е. $F_c \gg F_p$ при больших N , в результате чего *центр тяжести (центр массы) облака газовой-пылевой материи совпадает с его геометрическим центром.*

Поскольку вопрос об определении центра распыленной материи как системы частиц (в частности, газовой-пылевого облака) является существенным при ее начальном гравитационном стягивании, рассмотрим некоторые математические основы нахождения центра масс системы частиц. Как указывал Ф. Мультон [80], *центр массы* систем частиц, имеющих равные массы, т. е. равных материальных точек, определяется как точка, расстояние до которой от любой плоскости равно *среднему расстоянию* всех материальных точек от этой плоскости. Это должно иметь место для трех координатных плоскостей.

Действительно, пусть (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) и т. д. представляют прямоугольные координаты различных материальных точек и $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ – прямоугольные координаты их центра массы. Тогда по определению имеем

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i, \quad \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i, \quad (1.1.3)$$

где N – число частиц в газовой-пылевом облаке. Если m_0 – масса каждой частицы, т. е. масса всей системы частиц равна $M = m_0 N$, то из (1.1.3) непосредственно получим, что

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{m_0 \sum_{i=1}^N x_i}{m_0 N} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_0 x_i, & \bar{y} &= \frac{m_0 \sum_{i=1}^N y_i}{m_0 N} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_0 y_i, \\ \bar{z} &= \frac{m_0 \sum_{i=1}^N z_i}{m_0 N} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_0 z_i. \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

Остается доказать, что расстояние до точки $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ от любой другой плоскости является также *средним расстоянием* материальных точек от плоскости [80]. С этой целью запишем уравнение произвольной плоскости

$$ax + by + cz + d = 0. \quad (1.1.5)$$

Расстояние до точки $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ от этой плоскости определяется формулой

$$\bar{d} = \frac{a\bar{x} + b\bar{y} + c\bar{z} + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, \quad (1.1.6)$$

а расстояние до некоторой точки (x_i, y_i, z_i) от этой же плоскости соответственно равно

$$d_i = \frac{ax_i + by_i + cz_i + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}. \quad (1.1.7)$$

Тогда из уравнений (1.1.3), (1.1.6), (1.1.7) следует, что

$$\bar{d} = \frac{a \sum_{i=1}^N x_i + b \sum_{i=1}^N y_i + c \sum_{i=1}^N z_i + Nd}{N\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sum_{i=1}^N (ax_i + by_i + cz_i + d)}{N\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N}, \quad (1.1.8)$$

что и требовалось доказать. Поэтому точка $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, представленная уравнениями (1.1.3), удовлетворяет определению центра массы по отношению ко всем плоскостям.

Когда же система частиц содержит частицы неравной массы, возможно рассмотрение двух случаев, при которых массы этих частиц соизмеримы и несоизмеримы [80]. В случае, когда массы частиц являются соизмеримыми, выбирается некая единица массы m_0 , на которую все N масс частиц делятся без остатка. Предположим, что первая частица имеет массу $p_1 m_0$, вторая – $p_2 m_0$ и т. д., и пусть $p_1 m_0 = m_1$, $p_2 m_0 = m_2$ и т. д. В таком случае можно считать, что система частиц как бы состоит из $p_1 + p_2 + \dots$ материальных точек, имеющих каждая массу m_0 . Тогда, согласно изложенному выше относительно формул (1.1.4), получаем

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^N m_0 p_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_0 p_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x_i, & \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^N m_0 p_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_0 p_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i y_i, \\ \bar{z} &= \frac{\sum_{i=1}^N m_0 p_i z_i}{\sum_{i=1}^N m_0 p_i} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i z_i. \end{aligned} \quad (1.1.9)$$

что и доказывает требуемое.

В том случае, когда массы частиц являются несоизмеримыми, выберем произвольную единицу массы m_0 , меньшую каждой из N масс частиц. Тогда массы этих частиц будут выражены в виде произведения m_0 на целое число плюс некоторые остатки. Если пренебречь остатками, то уравнения (1.1.9) дают центр массы. Теперь возьмем за новую единицу массы любую долю от

m_0 . В итоге остатки останутся прежними или уменьшатся (в зависимости от их величины) [80]. Доля от m_0 может быть взята столь малой, что каждый остаток будет меньше любой заданной величины. Очевидно, что уравнения (1.1.9) применимы также, если m_i являются массами частиц минус остатки. Но так как доли m_0 стремятся к нулю как к пределу, то сумма остатков тоже стремится к нулю, т. е. выражения (1.1.9) стремятся к пределам, в которых m_i являются массами материальных точек [80]. Поэтому во всех случаях (соизмеримых либо несоизмеримых масс частиц) уравнениями (1.1.9) определяется точка, которая удовлетворяет определению центра массы.

Тот факт, что если определение центра массы выполнено для трех координатных плоскостей, то оно также выполнено для всякой другой плоскости, легко может быть доказан, не прибегая к общей формуле для расстояния до любой точки от любой плоскости [80]. Например, плоскость Oyz может быть переведена в любое положение изменением начала и последовательным вращением системы координат около различных осей. Следовательно, для доказательства справедливости формул по определению центра масс системы частиц достаточно показать, что уравнения (1.1.9) не меняются, во-первых, при изменении начала координат и, во-вторых, при вращении вокруг одной из осей. В самом деле, для изменения начала координат перенесем его вдоль оси Ox на расстояние a :

$$x = x' + a.$$

Тогда с учетом этой подстановки первое уравнение (1.1.9) примет вид

$$\bar{x}' + a = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i (x'_i + a) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x'_i + a \frac{\sum_{i=1}^N m_i}{M},$$

откуда

$$\bar{x}' = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x'_i,$$

т. е. формула имеет тот же вид, что и раньше.

Сейчас повернем оси Ox и Oy вокруг оси Oz на угол θ . Подстановка, выполняющая вращение, является известным преобразованием поворота:

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta; \quad y = x' \sin \theta + y' \cos \theta.$$

После этой подстановки первые два уравнения (1.1.9) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{x}' \cos \theta - \bar{y}' \sin \theta &= \cos \theta \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x'_i - \sin \theta \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i y'_i, \\ \bar{x}' \sin \theta + \bar{y}' \cos \theta &= \sin \theta \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i x'_i + \cos \theta \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i y'_i. \end{aligned}$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. О проблемах возникновения начального гравитационного стягивания распыленной космической материи	9
1.1. О законе Всемирного тяготения Ньютона и проблеме образования центра распыленной космической материи при ее начальном гравитационном стягивании	10
1.2. Теорема о вириале.....	22
1.3. О гравитационной неустойчивости Джинса, вращательной неустойчивости Рэлея и теореме Пуанкаре для вращающейся газовой-пылевой среды в собственном гравитационном поле	26
1.4. О принципиальных трудностях теории гравитационной конденсации и теории гравитационной неустойчивости в бесконечно распыленных средах	39
1.5. Основы статистической механики газовой-пылевой протопланетного облака	52
1.6. О проблемах статистической механики газовой-пылевой протопланетного облака.....	58
1.7. Эволюционные уравнения статистической механики молекулярного (газово-пылевого) облака.....	69
Выводы и комментарии к гл. 1	74
Глава 2. Статистическая модель начального гравитационного взаимодействия частиц в газовой-пылевой среде	76
2.1 Вывод функции распределения частиц по пространству на основе статистической модели.....	77
2.2 Распределение плотности массы в результате начального гравитационного стягивания газовой-пылевой среды.....	84
2.3 Критическое (пороговое) значение плотности массы и параметра гравитационного сжатия.....	90
2.4 Напряженность и потенциал гравитационного поля сфероидального тела, образованного начальным гравитационным взаимодействием частиц	94
2.5. Потенциальная энергия гравитирующего сфероидального тела.....	101
2.6. Вероятностная трактовка физических величин, описывающих гравитационное взаимодействие частиц в сфероидальном теле.....	107
2.7. Статистическая модель гравитации с точки зрения общей теории относительности Эйнштейна.....	110
2.8. Зависимость физических величин, описывающих слабо гравитирующее сфероидальное тело, от параметра гравитационного сжатия.....	115
Выводы и комментарии к гл. 2	121
Глава 3. Уравнения и параметры состояния формирующегося сфероидального тела в процессе медленно текущего начального гравитационного сжатия	124
3.1. Давление в сфероидальном теле, образованном начальным гравитационным полем ансамбля частиц	125

3.2. Внутренняя энергия сфероидального тела, образованного посредством гравитационных взаимодействий частиц	131
3.3. Масса Джинса и необходимое число частиц для гравитационного связывания сфероидального тела	136
3.4. Основное антидиффузионное уравнение начального гравитационного сжатия сфероидального тела из бесконечно распределенной материи	140
3.5. Общие дифференциальные уравнения для физических величин, описывающих антидиффузионный процесс начального гравитационного сжатия сфероидального тела вблизи состояния механического равновесия	148
3.6. Важные частные случаи основного уравнения гравитационного сжатия и его решения вблизи состояния механического равновесия сфероидального тела	158
3.7. Гравитермодинамическое соотношение для гравитирующего сфероидального тела...	164
3.8. Плотности потоков массы и внутренней энергии для медленно гравитирующего сфероидального тела	170
3.9. Динамические состояния формирующегося сфероидального тела вблизи точек механического равновесия	178
3.10. Объяснение динамических состояний стягивающегося сфероидального тела на основе квантово-механического описания начального гравитационного взаимодействия частиц	183
Выводы и комментарии к гл. 3	194
Глава 4. Волновые и автоволновые уравнения и процессы в слабо гравитирующем сфероидальном теле	200
4.1. Пространственно-периодические решения антидиффузионного уравнения гравитационного стягивания сфероидального тела	202
4.2. Возникновение волновых возмущений в сфероидальном теле в процессе его медленно текущего гравитационного стягивания	209
4.3. Исследование распространения сферических автоволн в медленно сжимаемом слабо гравитирующем сфероидальном теле	217
4.4. Плотность антидиффузионного потока массы и антидиффузионная скорость движения частиц в процессе начального гравитационного сжатия формирующегося сфероидального тела	230
4.5. Взаимосвязи предложенной статистической теории сфероидальных тел со статистической механикой Нельсона и масштабно-релятивистской теорией Ноттала	239
4.6. Нелинейное волновое Шредингер-подобное уравнение в статистической теории сфероидальных тел	248
4.7. Уравнения движения частиц вдали от центра слабо гравитирующего сфероидального тела, моделируемого посредством идеальной сплошной среды	252
4.8. Уравнения слабого гравитационного поля в периферийной области сфероидального тела для случая наблюдаемых скоростей частиц	258
Выводы и комментарии к гл. 4	269
Глава 5. Статистические модели вращающегося и гравитирующего сфероидального тела	274
5.1. Теорема Пуанкаре и модель Роша в статистической интерпретации для медленно вращающегося и гравитирующего сфероидального тела	275
5.2. Вывод неравновесной функции распределения частиц по пространственным координатам в сфероидальном теле при его начальном вращении	289
5.3. Вывод равновесной функции распределения частиц по координатам в пространстве и функции плотности массы на основе статистической модели равномерно вращающегося гравитирующего сфероидального тела с небольшой угловой скоростью	297

5.4. Вывод функции распределения величины удельного момента импульса и плотности момента импульса для равномерно вращающегося сфероидального тела в состоянии относительного механического равновесия	306
5.5. Функция распределения частиц по пространству для вращающегося и гравитирующего сфероидального тела с точки зрения общей теории относительности	314
5.6. Определение гравитационного потенциала равномерно вращающегося сфероидального тела в дальней зоне гравитационного поля на основе общего решения уравнения Пуассона	321
5.7. Плотность массы вращающегося уплощенного (дискообразного) сфероидального тела и модель формирования вращающегося сфероидального диска	333
Выводы и комментарии к гл. 5	344
Глава 6. Статистическая теория гравитации в приложениях к моделям формирования солнечной и экзопланетарных систем и исследованию проблем образования планет	349
6.1. Модель эволюции уплощенного вращающегося и гравитирующего сфероидального тела и образования протопланет	354
6.2. Приложение статистической теории вращающихся сфероидальных тел к проблемам формирования планет Солнечной системы и распределения планетарных расстояний	362
6.3. Расчет орбит планет и тел Солнечной системы в центрально-симметричном гравитационном поле вращающегося сфероидального тела на основе дифференциального уравнения Бине.....	371
6.4. Расчет орбиты планеты Меркурий и оценка углового смещения перигелия Меркурия на основе статистической теории гравитирующих сфероидальных тел.....	382
6.5. Функции распределения движущихся в гравитационном поле сфероидального тела частиц за счет тепловой эмиссии при формировании внешней (протопланетарной) оболочке	396
6.6. Приложение статистической модели движущихся в гравитационном поле сфероидального тела частиц за счет тепловой эмиссии к проблемам формирования экзопланетарных систем и образования экстрасолнечных планет	406
6.7. Статистическая теория гравитирующих сфероидальных тел в приложении к проблемам современной космологии	417
Выводы и комментарии к гл. 6	423
Послесловие (о возможности применения статистической теории формирования гравитирующих космогонических тел к расчету траекторий космических аппаратов).....	429
Литература	435

Научное издание

Крот Александр Михайлович

**СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
ФОРМИРОВАНИЯ ГРАВИТИРУЮЩИХ
КОСМОГОНИЧЕСКИХ ТЕЛ**

Редактор *Г. В. Малахова*

Художественный редактор *И. Т. Мохнач*

Технический редактор *О. А. Толстая*

Компьютерная верстка *Л. И. Кудерко*

Подписано в печать 25.07.2012. Формат 70×100¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 36,45. Уч.-изд. л. 25,0. Тираж 120. Заказ 145.

Издатель и полиграфическое исполнение:

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука».
ЛИ № 02330/0494405 от 27.03.2009. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск.