

В. В. Сорокин

# ГИДРАВЛИКА И ТЕПЛООБМЕН ШАРОВЫХ ЗАСЫПОК

В УСЛОВИЯХ АКТИВНОЙ ЗОНЫ ВОДО-ВОДЯНЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКТОРОВ С МИКРОТВЭЛАМИ



## УДК 536.24:532.54:621.039.546

Сорокин В. В. Гидравлика и теплообмен шаровых засыпок в условиях активной зоны водо-водяных ядерных реакторов с микротвэлами / В. В. Сорокин. – Минск : Беларус. навука, 2010. – 191 с. – ISBN 978-985-08-1151-6.

В книге изложены основные вопросы гидравлики и теплообмена в тепловыделяющих сборках (TBC) ядерных реакторов насыпного типа с микротвэлами. Форма топлива в TBC – шаровые микротвэлы диаметром около миллиметра, состоящие из топливного ядра и герметичной оболочки. Рассмотрены гидромеханика одно- и двухфазной жидкости в засыпках микротвэлов, основные структуры и параметры множеств шаров; теплоотдача к одно- и двухфазному теплоносителю, включая нестационарные процессы; обсуждены проблемы создания TBC с радиальным и осевым движением теплоносителя, их свойства и особенности расчета. Приведены примеры устройства микротвэлов и TBC.

Основное внимание уделено описанию физической картины процессов, протекающих вокруг микротвэла и в TBC, описанию и методическим особенностям проведения принципиальных экспериментов, выявлению возможных неустойчивых режимов протекания процессов. Приведены основные соотношения и зависимости, позволяющие приступить к расчету устройств с микротвэлами без привлечения дополнительных справочных данных. Математический анализ и выкладки по возможности упрощены.

Предназначена для научно-технических работников, занимающихся проблемами атомной техники и специалистов по процессам переноса в пористых средах.

Табл. 36. Ил. 117. Библиогр.: 106 назв.

#### Рецензенты:

член-корреспондент НАН Беларуси, доктор технических наук В. А. Бородуля, доктор технических наук Б. Е. Тверковкин

ISBN 978-985-08-1151-6

 © Сорокин В. В., 2010
 © Оформление. РУП «Издательский дом «Беларуская навука», 2010

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение
Глава 1. Гидродинамика теплоносителя при осевом течении через неподвижный слой шаровых микротвэлов.
1.1. Геометрические характеристики неподвижного слоя шаров       9         1.2. Модель обтекания микротвэла струей жидкости       12         1.3. Гидравлическое сопротивление шара в слое       12         1.4. Система уравнений для описания течения и теплообмена в слое       12         1.5. Явление запирания       22         1.6. Клапанный эффект       22         1.7. Неравномерность поля скоростей за слоем шаров       26         1.8. Течение в слое за распределительной решеткой       32         1.9. Особенности течения жидкости в порах шаровых засыпок       36
Глава 2. Тепловые процессы в неподвижном слое шаров
2.1. Обтекание нагретого шара однородным и струйным потоками       40         2.2. Сопротивление отдельного шара в тепловыделяющем слое шаров       44         2.3. Локальный коэффициент теплоотдачи одиночного шара при однородном и струйном обтекании       48         2.4. Локальный коэффициент теплоотдачи шара в кубической укладке       52         2.5. Процессы разогрева и остывания тепловыделяющего слоя шаров       58         2.6. Зависимости для расчета теплопередачи в засыпках       62
Глава З. Гидродинамика и теплообмен регулярных укладок и засыпок шаров в узких каналах
3.1. Методика экспериментального исследования засыпок шаров в кольцевых каналах       66         3.2. Структура шаровых засыпок в кольцевых каналах       67         3.3. Гидродинамика кольцевых засыпок       68         3.4. Теплообмен в кольцевых засыпках       69         3.5. Сопротивление и теплоотдача засыпки шаров в узких трубах.       71         3.6. Гидродинамика и теплообмен регулярных укладок шаров.       74         3.7. Взаимосвязь теплоотдачи и сопротивления в шаровых засыпках       76
Глава 4. Гидродинамика ТВС с засыпками шаровых твэлов и осевым движением водопарового теплоносителя
4.1. Гидродинамика двухфазного потока в шаровых засыпках       77         4.2. Гидродинамическое сопротивление при течении двухфазной смеси в шаровой засыпке при небольших массовых паросодержаниях       79         4.3. Гидродинамическое сопротивление при течении пароводяной смеси в шаровой засыпке при высоких абсолютных давлениях       80

4.4. Гидродинамическое сопротивление при течении двухфазной смеси в шаровой за-	80
4.5. Особенности силоарлики проходарних потоков в шаровних засниках	95
4.5. Особенности гидравлики двухфазных потоков в шаровых засынках	))
в системе вода-пар	100
Глава 5. Теплообмен в слое шаров ТВС с осевым движением водопарового тепло-	
носителя	103
5.1. Кипение в тепловыделяющей засыпке	103
шаров	109
5.3. Исследование теплоотдачи при кипении в засыпках шаров	113
5.4. Расчет теплоотдачи при кипении в шаровых засыпках	114
5.5. Пузырьковое кипение в засыпке микротвэлов	117
5.6. Кризис кипения в засыпке микротвэлов	123
Глава 6. Некоторые особенности гидродинамикии теплообмена цилиндрических	
тепловыделяющих сборок с засыпкой из шаровых микротвэлов и радиальным те-	
чением теплоносителя	129
6.1. Геометрические характеристики тонкого зернистого слоя с учетом влияния сте-	
нок в плоском и цилиндрическом исполнении	129
6.2. Основы моделирования процессов в тепловыделяющем слое	134
6.3. Постановка модельного эксперимента по исследованию гидродинамики и тепло-	
обмена в цилиндрической ТВС	136
6.4. Особенности расчета коллекторов	140
Глава 7. Оптимизация гидродинамических и теплофизических параметров цилинд-	
рических ТВС с засыпкой из шаровых микротвэлов и радиальным течением тепло-	1.42
носителя	143
7.1. Варианты выполнения засыпок микротвэлов	143
7.2. Условие гидромеханической устойчивости насыпной ТВС	145
7.3. Условия сопряжения на границе раздела пористых сред	146
7.4. Гидродинамические предпосылки использования засыпок микротвэлов 7.5. Линеаризованная квазиодномерная модель термогидродинамики ТВС радиально-	148
го типа	151
7.6. Двумерная модель безотрывного продольно-поперечного движения жидкости	171
в кольцевом тепловыделяющем слое	161
/./. Модель расчета ТВС с засыпкои шаровых микротвэлов	165
7.8. Гидромеханика входного раздаточного устроиства	1/2
Приложение 1. Изготовление, контроль качества и характеристики шаровых микро-	
ТВЭЛОВ	173
<b>Приложение 2.</b> Перспективы применения микротвэлов в ВВЭР	180
Литература	187

## введение

Основным назначением ядерной энергетики является безопасное производство необходимого количества энергии с минимальными экологическими издержками, сокращение потребления органического топлива и в результате сохранение атмосферного кислорода, уменьшение эмиссии углекислого газа, окислов азота, серы и других вредных элементов и соединений в биосферу Земли.

Доля атомной энергетики в общем энергетическом балансе планеты должна составлять 70–80%. Однако атомная энергетика в современном технологическом виде (стержневые твэлы, топливо на основе урана-235) не в состоянии решить эту проблему. Как следствие после пятидесятилетней истории развития атомной энергетики ее доля в общем энергетическом балансе планеты составляет около 4%.

Перед атомной энергетикой продолжают стоять пять нерешенных проблем: ядерная и радиационная безопасность реакторов;

конкурентоспособность с тепловыми электрическими станциями, оснащенными парогазовыми установками (ПГУ), пылеугольными котлами суперСКД;

воспроизводство ядерного топлива;

долговременное безопасное недорогое хранение радиоактивных отходов; нераспространение ядерного оружия и утилизация оружейного плутония.

Внедрение топлива в форме шаровых микротвэлов в атомную энергетику позволяет решить или существенно ослабить эти проблемы. Шаровой микротвэл состоит из топливного ядра, покрытого защитной оболочкой. Оболочки разделяют топливо и теплоноситель и обеспечивают удержание продуктов деления ядер. Микротвэлы из-за малого размера (диаметр 0,6–4,2 мм) имеют высокую удельную площадь поверхности и характеризуются низкой температурой топлива в центре твэла. Тепловые переходные процессы в засыпках микротвэлов протекают быстро. Их оболочки не имеют швов, они прочные и стойкие, надежно удерживают продукты деления, могут работать при больших степенях выгорания топлива, высоких температурах. Микротвэлы можно перегружать без остановки реактора.

Микротвэлы были разработаны для высокотемпературных газоохлаждаемых реакторов. Последние исследования показали, что эти же микротвэлы с оболочками из пироуглерода и карбида кремния могут найти применение в реакторах LWR, например ВВЭР и ВВЭР на воде сверхкритических параметров. Они имеют необходимую коррозионную стойкость в водяном и водопаровом теплоносителе в рабочем режиме ВВЭР и аварийных режимах, в воде сверхкритических параметров, совместимы с реакторными материалами. Последствия перегрева топлива в ВВЭР с микротвэлами существенно мягче аналогичных для ВВЭР со стержневыми твэлами. Ядерная и радиационная безопасность даже при такой опасной аварии, как отрыв дна корпуса реактора, обеспечивается отводом тепла окружающим воздухом за счет его естественной циркуляции через активную зону.

Применение шаровых микротвэлов позволяет использовать одноконтурную схему получения пара или воды со сверхкритическими параметрами и достигнуть КПД цикла на уровне 50%. При этом возможно использование всего набора стандартного оборудования тепловых электрических станций. Таким образом, уже при сегодняшних ценах на газ ядерная энергетика на шаровых микротвэлах может конкурировать с ПГУ. Удвоение стоимости газа приведет к росту стоимости электроэнергии, произведенной на тепловой станции, на 75%, а удвоение стоимости урана для АЭС – только на 5%, так как основную стоимость ядерного топлива составляет не уран, а технология и техника изготовления твэлов, стоимость которых сохраняется на прежнем уровне.

Технология изготовления оболочек шаровых твэлов обеспечивает достижение большей (до 5 раз) глубины выгорания топлива. Соответственно снижаются количество радиоактивных отходов и стоимость топливной составляющей. Становится возможным использование топлива в металлической форме.

Шаровой микротвэл дает и другие преимущества при эксплуатации реакторов, в частности:

реактор на шаровых микротвэлах может работать в маневренном режиме, так как нет опасности возникновения ни кризиса кипения, ни перегрева топлива внутри твэла при снижении расхода теплоносителя;

исключаются все автоколебательные неустойчивости, связанные с тепловой инерцией твэла: у стержневого твэла тепловая инерция составляет около 5 с, а у шарового микротвэла на два порядка ниже – 0,03–0,06 с;

исключаются потеря устойчивости твэлов и вибрация при больших скоростях парожидкостной смеси;

исключается опасность перегрева твэлов практически при любых реальных толщинах отложений на их поверхностях по двум причинам: во-первых, из-за очень большой суммарной поверхности микротвэлов; во-вторых, из-за большого запаса по уровню перепада температур между центром твэла и теплоносителем;

реактор с шаровыми микротвэлами обладает возможностью ввода и вывода топлива гидротранспортом, например возможна дозагрузка топлива в активную зону по мере его выгорания;

возможна замена топлива транспортного реактора без вскрытия крышки корпуса реактора и соответственно корпуса транспортного средства.

Значительная удельная мощность позволяет создавать высокопоточные реакторы для трансмутации долгоживущих изотопов, исследовательских целей,

космических полетов, наработки изотопов (<sup>60</sup>Co, <sup>99</sup>Tc, <sup>135</sup>I, <sup>194</sup>Ir), сжигания оружейного плутония. Использование шаровых микротвэлов облегчит перевод ядерной энергетики на уран-233. Микрошары из тория пневмотранспортом будут введены в зону воспроизводства реактора, выдержаны там время, определяемое наработкой допустимого количества урана-232, и извлечены из реактора.

Подвижность шаровых твэлов при некоторых конструктивных решениях активной зоны обеспечивает самоочищение поверхностей при работе на «грязных» теплоносителях, в частности возможны работа реактора на забортной морской воде и опреснение морской воды, проходящей через активную зону реактора.

Учитывая необходимость расширения производства энергии за счет атомной составляющей, США в 2005 г. приняли энергетический билль (Energy Policy Act of 2005, public law 109–58–AUG. 8, 2005), предписывающий разработать модульный реактор мощностью 100–300 МВт и сверхвысокотемпературный газовый реактор для производства электричества и водорода. Оптимальными для обеих технологий являются ТВС с шаровыми микротвэлами.

Программы INPRO и G IV также предусматривают разработки ядерных реакторов 4-го поколения на шаровых микротвэлах. Следует ожидать, что 5-е поколение будет основано на применении ADS – ядерных реакторов с подкритической активной зоной под управлением ускорителя – генератора нейтронов. Подкритичность системы может иметь уровень, исключающий саму возможность возникновения неконтролируемой цепной реакции при любых обстоятельствах. Ускоренные до энергий в несколько гигаэлектронвольт или несколько десятков гигаэлектронвольт заряженные частицы взаимодействуют с ядрами тяжелых элементов (мишень из свинца, висмута, тория, урана и т. п.) с образованием нейтронов. Ввод этих нейтронов выводит ранее подкритическую активную зону на заданный рабочий уровень критичности. Ускорительная техника с нужными характеристиками имеется. Как наиболее перспективный рассматривается ускоритель протонов BWLAP/ABC3D (материалы Междунар. науч. конф. «Глобальные проблемы безопасности современной энергетики». К 20-летию катастрофы на Чернобыльской АЭС. Москва, 4-6 апр. 2006 г. – М.: МНЭПУ, 2006. – 562 c.).

Большие преимущества в реакторе 5-го поколения даст применение металлического топлива в форме микротвэлов с перегрузкой без остановки реактора. Это позволит получить широкий спектр энергий нейтронов (от релятивистских до тепловых), эффективный для деления тяжелых ядер и минимизации количества долгоживущих изотопов. Обеспеченность топливом в рамках 5-го поколения достигается за счет неисчерпаемых запасов тяжелых ядер на планете, поскольку в качестве топлива подходят любые тяжелые ядра (и уран-238, и торий-232), причем не требуются дефицитные ресурсы нечетных ядер урана и плутония. Топливо не придется экономить, поэтому возможна выработка энергии в нефорсированных системах повышенной надежности. Изотопный состав активной зоны и отработанного топлива может быть оптимизирован в направлении исключения образования трансурановых и долгоживущих изотопов. Долговременное захоронение РАО не потребуется. Активная зона с подкритическим количеством топлива ядерно- и радиационно безопасна, может работать в маневренном режиме. Отпадает необходимость в дорогих системах безопасности и управления, локализации аварий, обогащения топлива. Финансовый риск снизится. Проблема нераспространения исчезнет из-за отсутствия трансурановых ядер в цикле.

Электростанция, оснащенная таким реактором, может использоваться в базовой энергетике для производства энергии, делящихся материалов, переработке радиоактивных отходов других типов АЭС. Полученные делящиеся материалы будут использованы на транспортных и транспортабельных ядерных энергетических установках.

В предсталенной книге обобщены результаты исследований, проведенных в ИТФ СО АН СССР, ИЯЭ АН БССР/ОИЭЯИ – Сосны НАН Беларуси, по гидравлике и теплообмену шаровых микротвэлов и в тепловыделяющих сборках (ТВС) с засыпками микротвэлов. Данные других исследовательских групп и научных школ привлекаются только для дополнения материала или углубленного освещения отдельных проблем. Соответственно ограничен и список использованных источников научной и технической литературы. При изложении материала основное внимание уделено описанию физической картины процессов, протекающих вокруг микротвэла и в ТВС, описанию и методическим особенностям проведения принципиальных экспериментов, получению формул и данных, пригодных для инженерных приложений, в перспективных для технического использования диапазонах параметров, выявлению возможных неустойчивых режимов протекания процессов. Приведены основные соотношения и зависимости, позволяющие приступить к расчету устройств с микпривлечения справочных ротвэлами без дополнительных данных. Математический анализ и выкладки по возможности упрощены.

Книга включает семь глав и два приложения. В первой главе рассмотрена гидромеханика однофазной жидкости в шаровых засыпках и основные структурные параметры множества шаров, во второй – теплоотдача к однофазному теплоносителю. В третьей обсуждаются проблемы гидромеханики и теплообмена в ограниченных шаровых структурах, когда размер системы сравним с размером микротвэла. Адиабатические процессы при течении двухфазной жидкости (жидкость/пар) в засыпке проанализированы в четвертой главе. Кипение двухфазной жидкости в засыпке с внутренними источниками тепловыделения (малоизученный процесс) рассмотрено в пятой главе. Нестационарные процессы в засыпках и геометрические формы множества шаров, вопросы моделирования ТВС – предмет шестой главы. Исследованию процессов в ТВС с радиальным движением теплоносителя, расчету и оптимизации ТВС посвящена седьмая глава. В первом приложении затронуты вопросы производства и испытания микротвэлов, их стойкости в высокотемпературной газовой среде, воде и паре; во втором – пример использования микротвэлов в ВВЭР.

## ГИДРОДИНАМИКА ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ ПРИ ОСЕВОМ ТЕЧЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕПОДВИЖНЫЙ СЛОЙ ШАРОВЫХ МИКРОТВЭЛОВ

## 1.1. Геометрические характеристики неподвижного слоя шаров

Для описания свойств зернистых слоев и гидродинамических процессов, протекающих в таких слоях, последние удобно представить как некоторую сплошную среду с эффективными характеристиками. Эти характеристики определяются параметрами твердой фазы и свойствами движущейся через нее жидкости. Величины параметров могут быть найдены экспериментально или теоретически.

Типичным теоретическим подходом является процедура осреднения уравнений сохранения массы, импульса и энергии по объему, содержащему множество зерен и жидкость между ними. Полученные дифференциальные уравнения выражают связи между средними скоростью течения, температурой, давлением через параметры зернистой среды и жидкости в форме интегралов по поверхности и объему зерен. Прямое вычисление таких интегралов обычно не проводят, используют эксперимент. Экспериментальные данные интерпретируют в терминах проницаемости, пористости, эффективной теплопроводности и др.

В более ранних подходах экспериментально устанавливали корреляции, например, между перепадом давлений и расходом через засыпку, перепадом температур и тепловым потоком, а соответствующие коэффициенты связывали со свойствами зернистой среды. От перепадов переходили к дифференциалам (в пределе).

Ценные результаты позволяют получить подход, основанный на выделении в зернистой среде типичной ячейки (зерна с окружающей жидкостью или поры со стенкой порового канала), расчет течения (процесса) в ячейке, осреднение результатов по ячейкам с переходом к свойствам собственно зернистого слоя.

Далее используются все упомянутые подходы. Будем рассматривать зернистый слой как изотропную среду с некоторыми обобщенными параметрами [1]. Введем характеристики слоя:

диаметр сферической частицы d; пористость (объемная доля пустот в слое)  $\varepsilon$ ; объемную концентрацию твердой фазы  $\tau = 1 - \varepsilon$ ; минимальное относительное проходное сечение между частицами  $\psi_{\min}$ ; средний гидравлический диаметр каналов между частицами (диаметр пор)  $d_{e}$ ; среднее расстояние между частицами l. Пусть слой состоит из сферических частиц одного диаметра. Обозначим индексом «0» параметры плотной упаковки, при которых шары касаются друг друга и находятся в устойчивом положении.

Параметры є и т определяются экспериментально. Поскольку характерные размеры микротвэлов порядка 1 мм, характеристики є и т могут быть найдены методом Архимеда без каких-либо методических затруднений. Величины l и  $\psi_{\min}$  устанавливаются расчетом на основе модельных представлений о засыпках и о структуре упорядоченных укладок шаров.

Слой шаров одинакового диаметра может образовывать упорядоченные плотные упаковки или укладки, характеризующиеся определенными значениями  $\varepsilon_0$  и  $\tau_0$  (табл. 1.1.1). Пористость случайной засыпки имеет промежуточное значение в диапазоне между соответствующими величинами кубической и тетраэдрической упаковок.

Тип упакорки	ε		Ψ <sub>min 0</sub>	
тип упаковки	формула	числовое значение	формула	числовое значение
Кубическая	$1 - \pi/6$	0,47640123	$1 - \pi/4$	0,21460185
Орторомбическая	$1 - \pi/3\sqrt{3}$	0,39540020	$1 - \pi/2\sqrt{3}$	
Октаэдрическая	$1 - \pi/3\sqrt{2}$	0,25951949		0,093100325
Тетрагональная	$1 - 2\pi/9$	0,30186831		
Тетраэдрическая (максимально плотная)	$1 - \pi/3\sqrt{2}$	0,25951949		

Таблица 1.1.1

Имеется большое число опытов по исследованию пористости случайной засыпки шаров одного диаметра. При этом  $\varepsilon_0$  составляет 0,37–0,4. Более плотная засыпка получается, например, при утряске. Далее по умолчанию принято  $\varepsilon_0 = 0,4$ . Доля площади просветов (или проходное сечение) в произвольном сечении засыпки составляет величину  $\varepsilon$ .

Для определения  $\psi_{\min 0}$  засыпки можно использовать линейную интерполяцию между значениями  $\tau_{0\kappa}$  и  $\psi_{\min 0\kappa}$  (кубическая упаковка) и  $\tau_{0\tau}$  и  $\psi_{\min 0\tau}$  (тетраэдрическая упаковка) [1]:

$$\psi_{\min 0} = \psi_{\min 0\tau} + (\tau_{0\tau} - \tau_0)(\psi_{\min 0\tau} - \psi_{\min 0\kappa})/(\tau_{0\tau} - \tau_{0\kappa}).$$
(1.1.1)

При  $\tau_0 = 0,6$  получим  $\psi_{\min 0} = 0,1718$ .

Рассмотрим процесс расширения упаковки с потерей контакта между частицами (кипящий слой). Слой расширяется за счет увеличения расстояния l между частицами при их неизменной взаимной ориентации. Тогда для кубической и тетраэдрической упаковок при уменьшении концентраций от  $\tau_0$  до  $\tau$  будут справедливы формулы

$$l_{\kappa}/d = (\tau_{0\kappa}/\tau_{\kappa})^{1/3} - 1; \quad \psi_{\min\kappa} = 1 - (1 - \psi_{\min0\kappa})(\tau_{\kappa}/\tau_{0\kappa})^{2/3} = 1 - 1,209 \tau_{\kappa}^{2/3};$$
  

$$l_{\tau}/d = (\tau_{0\tau}/\tau_{\tau})^{1/3} - 1; \quad \psi_{\min\tau} = 1 - (1 - \psi_{\min0\tau})(\tau_{\tau}/\tau_{0\tau})^{2/3} = 1 - 1,108 \tau_{\tau}^{2/3}.$$
(1.1.2)

Естественно предположить, что для случайной засыпки, занимающей промежуточное положение между названными типами упаковок, формулы имеют такой же вид, как и (1.1.2), что с учетом (1.1.1) дает

$$l/d = (\tau_0/\tau)^{1/3} - 1; \quad \psi_{\min} = 1 - (1 - \psi_{\min 0})(\tau/\tau_{0\kappa})^{2/3} = 1 - 1,164 \tau_{\kappa}^{2/3}. \tag{1.1.3}$$

Формулы (1.1.3) установлены для  $\tau < 0,6$ , при  $\tau \ge 0,6$  следует пользоваться формулой (1.1.1) или выражением

$$\psi_{\min 0} = 0,5079 - 0,5602\tau_0. \tag{1.1.4}$$

На рис. 1.1.1 представлена зависимость  $\psi_{\min}$  от  $\varepsilon$ , вычисленная по соотношениям (1.1.4) и формуле Лейбензона:

$$\psi_{\min} = 0,625\varepsilon^{1,4}.$$
 (1.1.5)

На рис. 1.1.2 приведены зависимость  $\psi_{\min}$  от  $\varepsilon$ , вычисленная по формулам (1.1.3), (1.1.4), а также зависимость l/d от  $\varepsilon$ . Для приближенных расчетов при  $0 < \varepsilon < 0,8$  можно использовать формулу

$$\Psi_{\min} = \varepsilon - 0.23. \tag{1.1.6}$$

Эквивалентный гидравлический диаметр канала  $d_e$  определяется как отношение учетверенной площади поперечного сечения канала к смоченному периметру. Если относительное проходное сечение слоя для случайной засыпки равно  $\varepsilon$ , а смоченный периметр равен удельной поверхности частиц  $S_{em}$  в единице объема слоя ( $S_{em} = 6\tau/d$  для засыпки из шаров одинакового диаметра), то

$$d_{e} = 4\varepsilon/S_{em} = 2\varepsilon d/3\tau. \tag{1.1.7}$$



1,0 l/d,  $\Psi_{min}$ 0,8 0,6 0,4 0,2 2 0,2 0,4 0,6 0,8 1

Рис. 1.1.1. Зависимость минимального проходного сечения  $\psi_{\min}$  от пористости є шаровых засыпок: l – расчет по формуле (1.1.5); 2 – по (1.1.4)

Рис. 1.1.2. Зависимость минимального проходного сечения  $\psi_{\min}$  и расстояния между шарами *l* от пористости є: *l*, *2*, *3* – расчеты для  $\psi_{\min}$  соответственно формулам (1.1.3), (1.1.4), (1.1.6); *4* – расчеты для *l* по формуле (1.1.3)

Возле ограничивающих стенок геометрические параметры засыпки шаров могут отличаться от приведенных. Если отношение диаметра шара к характерному размеру контейнера с засыпкой больше чем 0,1–0,03, то средняя пористость засыпки будет, как правило, выше, чем у бесконечной засыпки при прочих равных условиях.

Анализ рис. 1.1.2 показывает, что относительно небольшая переупаковка засыпки может приводить к появлению нефиксированных частиц (l > 0).

## 1.2. Модель обтекания микротвэла струей жидкости

Рассмотрим обтекание нагретого шара тонкой струей несжимаемой жидкости [2]. Пусть на шар радиусом a и с температурой поверхности  $T_w$  (рис. 1.2.1) набегает струя радиусом  $r_0$  и температурой  $T_0$ . Считаем течение ламинарным, изобарическим и безотрывным, а систему изолированной. Струя образует на поверхности шара тонкую пленку толщиной  $\delta$ . Скорость на внешней границе зависит от координаты  $x = \varphi a$ . Будем рассматривать обтекающую пленку как некоторый пограничный слой; температуру поперек слоя примем постоянной.

Уравнения пограничного слоя имеют вид

$$\rho v_x \partial v_x / \partial x + \rho v_y \partial v_x / \partial y = \partial(\mu \partial v_x / \partial y) / \partial y;$$
  

$$\partial \rho v_x / \partial x + \partial \rho v_y / \partial y = 0; \quad \rho T = \rho_0 T_0 = \text{const.}$$
(1.2.1)

Условие постоянства расхода

$$G = 2\pi a \sin \varphi \int_{0}^{\delta} dy(rv_x).$$
(1.2.2)

Граничные условия

$$v_x = v_y = 0$$
 при  $y = 0; v_x = U_m(x), v_y = 0$  при  $y = \delta.$  (1.2.3)

Воспользуемся методом Кармана–Польгаузена, представив  $v_x$  в виде полинома третьей степени от  $\eta = y/\delta$ . Проинтегрируем преобразованное уравнение движения (1.2.1) поперек слоя в пределах от 0 до  $\delta$ . Получим систему уравнений



Рис. 1.2.1. Схема обтекания шара тонкой струей

$$d/dx \int_{0}^{\delta} dy (\rho v_x^2) = -(\mu \partial v_x / \partial y) \Big|_{y=0};$$

$$\rho T = \rho_0 T_0.$$
(1.2.4)

Представим скорость v<sub>x</sub> полиномом

$$v_x = U_{\rm m}(3\eta - \eta^3)/2.$$
 (1.2.5)

Подставим формулу (1.2.5) в систему (1.2.4), уравнение (1.2.2) интегрируем по толщине слоя:

$$d(\rho \delta U_{\rm m}^2)/dx = -(105/34) \mu U_{\rm m}/\delta; \ \rho \delta U_{\rm m} \sin \varphi = 4G/5\pi a; \ \rho T = \rho_0 T_0.$$
(1.2.6)

Введем обозначения  $A = 4G/5\pi a$  и  $W = U_m/\sin \phi$  и, исключив  $\delta$  из первых двух уравнений системы (1.2.6), получим формулу

$$(1/W^2)dW/dx = -(105/34)(\mu\rho/A^2)\sin^3\varphi$$

или с учетом уравнения состояния

$$(1/W^2)dW/dx = -(105/34)(\rho_0 T_0/A^2)(\mu/T)\sin^3\varphi.$$
(1.2.7)

Обозначим  $W_0 = W(\phi_0)$ . Решением (1.2.7) будет

$$1/W = 1/W_0 + 105/34)(\rho_0 T_0 a/A^2) \int_{\phi_0}^{\phi_1} d\phi((\mu/T)\sin^3\phi).$$
(1.2.8)

Для вычисления интеграла в (1.2.8) необходимо задать зависимость  $\mu(T)$ . Ограничимся для простоты случаем  $\mu \sim T$  (газ) и получим

$$\frac{1/W = 1/W_0 + (105/34)(\rho_0 m_0 a/A^2)[(\cos^3 \varphi)/3 - \cos \varphi) - ((\cos^3 \varphi_0)/3 - \cos \varphi_0)]}{((\cos^3 \varphi_0)/3 - \cos \varphi_0)]; \quad W_0 = U_{\rm m0}/\sin \varphi_0.$$
(1.2.9)

Ввиду малости  $\phi_0$  имеем  $\sin \phi_0 \approx \phi_0 \approx x_0/a \approx r_0/a$ . Значение  $U_{\rm m0}$  находим из условия, что при переходе струи в слой скорость непрерывна, т. е.  $U_{\rm m0} = U_0$ . Следовательно, выражение (1.2.9) для угла  $\phi_1$  (при малом угле  $\phi_2 = \pi - \phi_1$ ) будет

$$r_1/aU_1 = r_0/aU_0 + (105/34)(\rho_0\mu_0a/A^2)[((\cos^3\varphi_1)/3 - \cos\varphi_1) - ((\cos^3\varphi_0)/3 - \cos\varphi_0)].$$

Разложим косинусы в ряд и ограничимся ввиду малости углов  $\phi_0$  и  $\phi_2$  первыми двумя членами разложения:

$$r_1 U_1 = r_0 / U_0 + (70/17) \rho_0 \mu_0 a / A^2.$$
(1.2.10)

Так как, с одной стороны,  $G = (5/4)\pi a \sin \phi_1 \rho_1 U_1 \delta_1 = \pi r_1^2 \rho_1 U_1$ , т. е.  $\delta_1 = (4/5)r_1$ , а с другой, из выражений (1.2.6) следует  $\rho_1 U_1 r_1 = A/\sin \phi_1 = Aa/r_1$ , то

$$U_1 = (5/4)Aa/\rho_1 r_1^2.$$
(1.2.11)

13

Подставив это значение в формулу (1.2.10), получим с учетом выражения для *А* и уравнения состояния

$$\chi^{3}/\vartheta = 1 + \upsilon/\kappa^{5},$$
 (1.2.12)

где

$$\chi = r_1/r_0; \ \vartheta = T_1/T_0; \ \upsilon = 12,86/\text{Re}_0, \ \text{Re}_0 = 2\rho_0 a U_0/\mu_0; \ \kappa = r_0/a.$$
(1.2.13)

Для вычисления силы сопротивления F воспользуемся теоремой импульсов:

$$F = \pi r_0^2 \rho_0 U_0^2 (1 - r_1^2 \rho_1 U_1^2 / r_0^2 \rho_0 U_0^2) = \pi r_0^2 \rho_0 U_0^2 (1 - U_1 / U_0), \qquad (1.2.14)$$

откуда находим выражение для коэффициента сопротивления

$$\zeta = 2(r_0/a)^2(1 - U_1/U_0).$$

Используя условие постоянства расхода и уравнение состояния, получаем для отношения скоростей

$$U_1/U_0 = \rho_0/\rho_1(r_0/r_1)^2 = (r_0/r_1)^2 T_1/T_0$$

и далее

$$\zeta = 2(r_0/a)^2 (1 - (r_0/r_1)^2 T_1/T_0).$$
(1.2.15)

Из выражений (1.2.12) и (1.2.15) следует

$$\zeta = 2\kappa^2 (1 - 9^{1/3} / (1 + v/\kappa^5)^{2/3}).$$
(1.2.16)

Зависимость  $\zeta$  от  $\kappa = r_0/a$  при различных числах  $\text{Re}_0$  представлена на рис. 1.2.2 для случая  $T_w = T_0$ . При достаточно малых 9 эта зависимость близка к предельной:  $\zeta = 2\kappa^2$ .



Рис. 1.2.2. Расчетная зависимость сопротивления  $\zeta$  при обтекании шара от параметра струи  $\kappa = r_0/a$ : l – предельная зависимость  $\zeta = 2\kappa^2$ ; 2 – зависимость при Re<sub>0</sub> = 100; 3 – 200; 4 – 500; 5 – 10<sup>3</sup>; 6 – 2·10<sup>3</sup>; 7 – 5·10<sup>3</sup>; 8 – 10<sup>4</sup>; 9 – 10<sup>5</sup>

$$\zeta = 2(S_0/S_a)(1 - (S_0/S_1)),$$

где  $S_a$  – сечение шара;  $S_0$  и  $S_1$  – площади поперечных сечений набегающей и сходящей струй. То же можно получить, применив закон сохранения импульса в интегральной форме к схеме, представленной на рис. 1.2.1.

Считая, что  $S_0 = \psi_{\min}, S_a = 1 - \psi_{\min}, S_1 = 1$ , получаем для изотермического течения

$$\zeta = 2\psi_{\min}$$
. (1.2.17)

Согласно формуле (1.2.16), нагрев снижает сопротивление шара. Обозначив  $\zeta^* = \zeta_{9=1}$ , получим  $\zeta/\zeta^* = [(1 + \upsilon/\kappa^5)^{2/3} - \vartheta^{1/3}]/[(1 + \upsilon/\kappa^5)^{2/3} - 1)].$  (1.2.18) Данные визуализации обтекания шара в засыпке (см. параграф 1.9) показывают наличие и важность струйных и отрывных структур в засыпке. Рассмотренное модельное течение только частично соответствует наблюдаемому, но оказывается полезной эвристической схемой. Например, засыпку можно разбить на ячейки, в каждой из которых содержится один шар, обтекаемый струей диаметром, соответствующим минимальной площади просвета прохода между предыдущими шарами. А отверстие перфорации в проницаемой стенке контейнера, ограничивающего засыпку, можно предусмотреть таким, что струя на выходе из такого отверстия примерно соответствует струям внутри засыпки. Тогда состояния обтекания граничных и внутренних зерен засыпки окажутся близкими.

### 1.3. Гидравлическое сопротивление шара в слое

Разделим зернистый слой на множество ячеек. Каждая включает шар и жидкость вокруг него («внешнее обтекание шара в слое»). Введем в рассмотрение градиент давления, обусловленный присутствием других частиц, и учтем струйный характер обтекания шара. Представим перепад давления на слое толщиной H в виде произведения двух сомножителей, из которых первый зависит лишь от концентрации, а второй – от числа Рейнольдса [1, 2]:

$$2(\Delta p/\rho v_0^2)(d/H) = f_1(\tau)f_2(\text{Re}).$$
(1.3.1)

Пусть течение несжимаемой жидкости сквозь слой шаровых частиц одного диаметра одномерное и стационарное. Сила **F**, действующая на выделенную частицу в слое:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2, \tag{1.3.2}$$

где  $\mathbf{F}_1$  – сила гидравлического сопротивления частицы. При квадратичном законе сопротивления

$$\mathbf{F}_{1} = \zeta \,(\pi d^{2}/4) \,\rho u \mathbf{u}/2. \tag{1.3.3}$$

Здесь **u** – определяющая скорость потока относительно частицы;  $\zeta$  – коэффициент, который зависит от выбора **u** и пористости. Сила **F**<sub>2</sub> – архимедова сила, обусловленная наличием градиента давления в потоке, обтекающем частицу:

$$\mathbf{F}_{2} = -(\pi d^{3}/6) \operatorname{grad}(p). \tag{1.3.4}$$

С учетом формулы для числа шаров *n* в единице объема  $n = 6\tau/\pi d^3$  суммарную силу воздействия на все шары в единице объема слоя можно представить в виде

$$\mathbf{f} = \mathbf{F}_1 n = \frac{3}{4} (\tau/d) \zeta \rho u \mathbf{u} - \tau \operatorname{grad}(p).$$
(1.3.5)

С другой стороны, сила давления равна силе реакции частиц на поток:

$$grad(p) = -3/4(\tau/d)\zeta\rho u\mathbf{u} + \tau grad(p); \ \tau = 1 - \varepsilon;$$
  

$$grad(p) = -3/4(\tau/\varepsilon d)\zeta\rho u\mathbf{u}.$$
(1.3.6)

15

Интегрируя по толщине слоя *H*, находим для одномерного течения

$$\Delta p = 3/4(\zeta \tau/\varepsilon)(H/d)\rho u \mathbf{u}. \tag{1.3.7}$$

Струя, обтекающая данный шар, формируется предыдущим рядом шаров. В качестве определяющей возьмем максимальную скорость в промежутке между шарами  $v_{\rm m}$ :  $v_{\rm m} = v_{\rm D}/\psi_{\rm min}$ , где  $v_{\rm D}$  – скорость, отнесенная к полному сечению (средняя расходная или скорость Дарси). Из выражения (1.3.7) следует

$$2(\Delta p/\rho v_{\rm D}^2)(d/H) = 3/2(\tau/\varepsilon \psi_{\rm min}^2)\zeta(\tau,{\rm Re}).$$

Поскольку для изотермического струйного течения (согласно формуле (1.2.17))  $\zeta = 2\psi_{\min}$ , то (Re<sub>m</sub> =  $v_D d/\psi_{\min} v$ )

$$2(\Delta p/\rho v_{\rm D}^2)(d/H) = (3\tau/\epsilon \psi_{\rm min}) f_2({\rm Re}_{\rm m}).$$
(1.3.8)

В левую часть уравнения (1.3.8) входят величины, определяемые экспериментально. Сомножитель ( $3\tau/\epsilon\psi_{min}$ ) в правой части зависит только от пористости. Вид функции  $f_2$  также определяется по данным экспериментов.

Для проверки уравнения была проведена серия опытов в вихревой камере [1], схема которой изображена на рис. 1.3.1.

Камера состоит из корпуса *I*, в котором на подшипнике 2 размещен ротор *3* с лопатками *4*. Воздух подается через улиточный коллектор *5* и регулируемый направляющий аппарат *6*, закручивает ротор, проходит через ограничительную решетку *7*, слой частиц *8* во внутренней полости ротора *3* и выходит в атмосферу через отверстие в крышке *9*. Давление за слоем измеряется трубкой статического напора *10* и выводится на внешний измерительный прибор через ртутный затвор *11*. Торцевые стенки *12* камеры имеют гиперболический профиль, т. е. высота камеры *h* меняется по радиусу *r* так, что  $rh(r) = r_0h_0$ , где  $h_0 -$  высота камеры у направляющего аппарата радиусом  $r_0$ . Использовались [1] две камеры:  $r_0 = 100$  мм,  $h_0 = 30$  мм и  $r_0 = 175$  мм,  $h_0 = 50$  мм.



Рис. 1.3.1. Схема экспериментальной установки: *1* – корпус; *2* – подшипник; *3* – ротор; *4* – лопатки; *5* – коллектор; *6* – направляющий аппарат; *7* – решетка; *8* – слой частиц; *9* – выхлопное отверстие; *10* – трубка статического напора; *11* – ртутный затвор; *12* – торцевая стенка

Выбор вихревой камеры в качестве экспериментальной установки обоснован тем, что в обычных слоях частиц малого диаметра для исследований в области больших чисел Рейнольдса частицы приходится прижимать к поддерживающей решетке, что порождает значительную неравномерность профиля скорости (см. параграф 1.7) и проявление «клапанного эффекта» (см. параграф 1.6). В вихревой камере, где нет поддерживающей решетки, профиль скорости равномерный и измерения точнее.

Для формирования слоя в камере применялась свинцовая дробь двенадцати номеров (от 2 до 5 мм), стальные шарики диаметром 0,5–1,5 мм и подшипниковые шары диаметром 10 мм. Измерения



Рис. 1.3.2. Сравнение расчетов с данными экспериментов: *1* – по формуле (1.3.9); *2* – по данным [4]; *3* – [18]

проводили так: вначале слой доводили до состояния псевдоожижения, затем увеличивали число оборотов и шары укладывались под действием центробежных сил, формируя неподвижный слой. Пористость монодисперсного слоя получалась равной 0,33–0,4, т. е. не превосходила пористости свободной засыпки. Для получения пористости менее 0,33 применяли полифракционную смесь шаров диаметром 0,8 и 10 мм, благодаря чему удалось снизить пористость до 0,22.

После обработки экспериментальных данных получили для функци<br/>и $f_{\rm 2}$ двухчленную интерполяционную формулу

$$f_2(\text{Re}_{\text{m}}) = 0,646 + 587/\text{Re}_{\text{m}}.$$
 (1.3.9)

Сравнение с экспериментальными данными (значки) показано на рис. 1.3.2.

Наблюдаемое удовлетворительное обобщение экспериментальных данных по формуле (1.3.9) однопараметрической кривой  $f_2(\text{Re}_m)$  доказывает полезность положения о струйном характере обтекания частиц в слое и иллюстрирует удобство использования выражения (1.3.8) для обработки экспериментальных данных.

#### 1.4. Система уравнений для описания течения и теплообмена в слое

Для вывода феноменологической системы основных уравнений слоя рассмотрим двухфазную («двухжидкостную») модель сплошной среды [1, 2]. Среда включает две взаимодействующие фазы: собственно жидкость, занимающую долю объема  $\varepsilon$ , и твердую фазу, занимающую оставшийся объем  $\tau(\tau + \varepsilon = 1)$ . Взаимодействие между средами учитывается с помощью силы **f**, вид которой определяется конкретными условиями взаимодействия, а также некоторыми дополнительными требованиями общего характера. К числу последних относится инвариантность силы взаимодействия по отношению к преобразованию Галилея, а также в точной постановке задачи условие симметрии, состоящее в том, что при виртуальной перемене фаз местами сила взаимодействия лишь переменит знак.

Обозначив скорость жидкости *v*, а скорость твердой фазы *w* (частиц), напишем уравнение неразрывности фаз:

$$\frac{\partial \varepsilon \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\varepsilon \rho \mathbf{v}) = 0;$$

$$\frac{\partial \tau \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\tau \rho_{\mathbf{w}} \mathbf{w}) = 0.$$
(1.4.1)

Уравнение движения жидкости имеет вид

$$\varepsilon \rho d\mathbf{v}/dt = -\varepsilon \operatorname{grad}(p) + \mu \Delta \mathbf{v} - \mathbf{f} + \varepsilon \rho \mathbf{g}, \qquad (1.4.2)$$

где µ – коэффициент динамической вязкости жидкости; **g** – ускорение вследствие действия внешних массовых сил.

Членом  $\mu\Delta v$  в уравнении (1.4.2) пренебрегаем, поскольку внутри слоя градиенты средней скорости обычно значительно меньше местных градиентов, которые учитываются силой сопротивления. Выражение (1.4.2) запишем, вводя явное выражение для **f** по формуле (1.3.5):

$$\rho d\mathbf{v}/dt = -\operatorname{grad}(p) - 3/4(\tau/\varepsilon d)\zeta\rho u\mathbf{u} + \rho \mathbf{g}, \qquad (1.4.3)$$

где и – скорость жидкости относительно твердой фазы.

Для твердой фазы имеем уравнение движения «жидкости шаров»

$$\tau \rho_{\tau} d\mathbf{w}/dt = \operatorname{div} \mathbf{T} + \operatorname{div}(\mu_{\tau} \operatorname{grad} \mathbf{w}) + \mathbf{f} + \tau \rho_{\tau} \mathbf{g}, \qquad (1.4.4)$$

где **T** – тензор напряжений в жидкости, связанный с наличием твердых частиц;  $\mu_{\tau}$  – коэффициент динамической вязкости жидкости шаров, вызванной их колебательным движением; **f** =  $3/4(\tau/\epsilon d)\zeta\rho u$ **u**.

Рассматривая в нашем случае зернистый слой как неподвижную или движущуюся как целое недеформируемую среду, можно положить  $\mu_{\tau} = 0$ ,  $\mathbf{T} = -p_t \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичный тензор,  $p_t$  – «гидростатическое» давление в зернистом слое. С учетом этих выражений формула (1.4.4) запишется так:

$$\tau \rho_{\tau} d\mathbf{w}/dt = -\operatorname{grad}(p_{\tau}) + 3/4(\tau/\varepsilon d)\zeta\rho u\mathbf{u} + \tau \rho_{\tau} \mathbf{g}.$$
 (1.4.5)

Несимметрия взаимодействия жидкости и частиц выражается в том, что в формуле (1.4.3) учитывается лишь архимедова сила, порожденная градиентом давления жидкой фазы, и не учитывается архимедова сила, действующая на данную жидкую частицу из-за того, что она находится в неоднородном «газе» частиц.

Таким образом, гидростатическое давление в жидкости не должно зависеть от присутствия твердой фазы. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим смесь жидкости с твердыми частицами, находящимися в некотором сосуде высотой H в поле силы тяжести. Пусть ось z направлена вниз. Применительно к данному случаю уравнение (1.4.3) дает

$$dp/dz = \rho g; \quad p_1 = p_0 + \rho g H,$$
 (1.4.6)

где  $p_0$  – давление на свободной поверхности;  $p_1$  – давление на дно сосуда.

Для твердой фазы по формуле (1.4.4)

$$dp_t/dz = \tau(\rho_\tau - \rho)g; \quad p_{t1} = \tau(\rho_\tau - \rho)gH.$$
(1.4.7)

Выражение (1.4.6) соответствует известному закону гидростатики, а формула (1.4.7) показывает, что давление твердой фазы определяется ее весом, приходящимся на единицу площади за вычетом выталкивающей силы.

В качестве величины относительной скорости *u*, входящей в уравнения, целесообразно брать максимальную скорость обтекания частицы, определяемую по минимальному проходному сечению  $\psi_{\min}$ . Для неподвижной засыпки  $u = v_{\rm m} = v_{\rm D}/\psi_{\rm min} = v_{\rm c} \epsilon/\psi_{\rm min}$ , где  $v_c$  – средняя скорость. Для обобщения на случай движущейся твердой фазы рассмотрим слой частиц, перемещающийся как целое со скоростью **w** в потоке жидкости, имеющей вне слоя скорость **v**<sub>D</sub>. В системе координат, связанной со слоем, максимальная скорость обтекания

$$\mathbf{u} = (\mathbf{v}_{\rm D} - \mathbf{w})/\psi_{\rm min}.\tag{1.4.8}$$

Основной переменной, принятой в уравнении движения (1.4.3), является скорость  $\mathbf{v}_c$ . Через нее необходимо выразить вектор  $\mathbf{v}_D$ , входящий в (1.4.8). Для определения величины  $\mathbf{v}_D$  заметим, что средняя скорость обтекания частицы в движущейся системе координат  $\mathbf{u}_{av}$  выражается в виде

$$\mathbf{u}_{av} = (\mathbf{v}_{\mathrm{D}} - \mathbf{w})/\varepsilon. \tag{1.4.9}$$

С другой стороны, согласно закону сложения скоростей,

$$\mathbf{v}_c = \mathbf{u}_{av} + \mathbf{w}.\tag{1.4.10}$$

Соотношения (1.4.9) и (1.4.10) дают

$$\mathbf{v}_{\mathrm{D}} = \varepsilon \mathbf{v}_{\mathrm{c}} + \tau \mathbf{w}. \tag{1.4.11}$$

Используя выражение (1.4.11), из формулы (1.4.8) получаем

$$\mathbf{u}_{av} = (\mathbf{v}_{\mathrm{D}} - \mathbf{w})/\varepsilon. \tag{1.4.12}$$

Следует отметить, что уравнение (1.4.12) инвариантно относительно преобразования Галилея.

Коэффициент  $\zeta$  в уравнениях (1.4.3) и (1.4.5) может быть представлен в форме  $\zeta = 2\psi_{\min}(2\underline{a} + \underline{b}/\text{Re}_m)$ , где  $\underline{a}, \underline{b}$  – числа (в общем случае зависят от структуры пористой среды).

Уравнение баланса энергии для жидкости представим в виде

$$\varepsilon \rho di/dt = \operatorname{div}(\Lambda_{\rm ef} \operatorname{grad} T) + 6\tau/d\alpha_{\tau}(T_{\tau} - T); \qquad (1.4.13)$$

для слоя частиц

$$\tau \rho_{\tau} c_{\tau} dT_{\tau}/dt = \operatorname{div}(\lambda_{s\tau} \operatorname{grad} T_{\tau}) - 6\tau/d\alpha_{\tau} (T_{\tau} - T) + q, \qquad (1.4.14)$$

где  $\Lambda_{ef} = \Lambda + \Lambda^* - эффективный коэффициент теплопроводности жидкости; <math>\lambda_{s\tau} -$ каркасный коэффициент теплопроводности структуры шаров;  $\alpha_{\tau} -$ коэффициент