

# **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

Учебник

Москва Вологда  
«Инфра-Инженерия»  
2021

УДК 621.3.01  
ББК 31.21  
Т33

А в т о р ы :

И. Я. Лизан, К. Н. Маренич, И. В. Ковалёва, Н. С. Пичко, В. И. Сухарев, Я. В. Зубова

Р е ц е н з е н т ы :

*Гранков М. В.*, кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры программного обеспечения вычислительной техники и информационных автоматизированных систем Донского государственного технического университета (г. Ростов-на-Дону);

*Пшеничный А. И.*, начальник Усинского регионального управления ООО «ЛУКОЙЛ-Энергосети»;

*Ямтурин Н. П.*, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой конструирования и технологии радиоэлектронных средств АПИ НГТУ

**Т33            Теоретические основы электротехники : учебник / [И. Я. Лизан и др.] – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2021. – 628 с. : ил., табл.  
ISBN 978-5-9729-0663-5**

Предложены сведения о теоретических основах электротехники. Освещены теория линейных электрических цепей с сосредоточенными параметрами, теория нелинейных электрических и магнитных цепей, а также переходные процессы. Рассмотрена методика решения типовых задач, даны задания для самопроверки и ответы к ним.

Для студентов инженерно-технических специальностей.

УДК 621.3.01  
ББК 31.21

ISBN 978-5-9729-0663-5

© Издательство «Инфра-Инженерия», 2021

© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2021

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	9
<b>РАЗДЕЛ 1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ.....</b>	10
<b>    1.1. Электрические цепи и их элементы. Законы</b>	
электрических цепей.....	10
1.1.1 Электрическая цепь.....	10
1.1.2 Электрический ток, электродвижущая сила, напряжение.....	13
1.1.3 Активные элементы цепи.....	17
1.1.4 Пассивные элементы цепи.....	20
1.1.5 Основные законы электрических цепей.....	24
1.1.6 Контрольные вопросы и примеры.....	34
<b>    1.2. Электрические цепи постоянного тока и методы их расчета.....</b>	37
1.2.1 Электрические цепи постоянного тока.....	37
1.2.2 Методы преобразования.....	39
1.2.3 Метод, основанный на непосредственном применении законов Кирхгофа.....	42
1.2.4 Метод контурных токов.....	44
1.2.5 Метод узловых напряжений.....	48
1.2.6 Метод наложения (суперпозиции).....	52
1.2.7 Метод эквивалентного генератора (активного двухполюсника).....	46
1.2.8 Принцип взаимности.....	50
1.2.9 Баланс мощностей.....	54
1.2.10 Передача электрической энергии по двухпроводной линии.....	60
1.2.11 Контрольные вопросы.....	63
1.2.12 Примеры решения типовых задач.....	65
1.2.13 Задачи по разделу и ответы к ним.....	77
<b>    1.3. Электрические цепи однофазного гармонического тока</b>	86
1.3.1 Основные понятия и соотношения для линейных цепей переменного тока.....	86
1.3.2 Среднее, середневыпрямленное и действующее значения переменных токов и напряжений.....	89
1.3.3 Представление гармонических токов, напряжений и ЭДС комплексными числами.....	94

1.3.4. Гармонический ток в элементах R, L, C.....	101
1.3.5. Последовательное соединение элементов R, L, C.	
Треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей.....	105
1.3.6. Параллельное соединение элементов R, L, C.	
Треугольники токов, проводимостей и мощностей.....	108
1.3.7. Связь между сопротивлениями и проводимостями электрической цепи переменного тока.....	112
1.3.8. Мощности электрических цепей гармонического тока.	
Баланс мощностей .....	114
1.3.9. Методика расчета электрических цепей гармонического тока.....	119
1.3.10. Резонансные явления в электрических цепях.....	123
1.3.11. Контрольные вопросы.....	133
1.3.12. Примеры решения типовых задач.....	135
1.3.13. Задачи по разделу и ответы к ним.....	141
<b>1.4. Электрические цепи с индуктивно связанными элементами.....</b>	<b>147</b>
1.4.1. Определения и обозначения основных величин.....	147
1.4.2. Основные законы и положения.....	150
1.4.3. Трансформатор без стального сердечника (воздушный трансформатор).....	158
1.4.4. Контрольные вопросы.....	161
1.4.5. Примеры решения типовых задач.....	162
1.4.6. Задачи по разделу и ответы к ним.....	173
<b>1.5. Несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях.....</b>	<b>183</b>
1.5.1. Разложение периодической несинусоидальной функции времени в тригонометрический ряд Фурье.....	183
1.5.2. Действующее и среднее значения несинусоидальных токов и напряжений.....	187
1.5.3. Мощности периодических несинусоидальных токов....	190
1.5.4. Методика расчета линейных электрических цепей несинусоидального тока.....	192
1.5.5. Контрольные вопросы.....	193
1.5.6. Примеры решения типовых задач.....	194
1.5.7. Задачи по разделу и ответы к ним.....	204
<b>1.6. Четырехполюсники и электрические фильтры.....</b>	<b>213</b>

1.6.1. Четырехполюсники и их системы уравнений.....	213
1.6.2. Режимы холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника .....	216
1.6.3. Эквивалентные схемы четырехполюсника.....	218
1.6.4. Характеристическое сопротивление и постоянная передачи четырёхполюсника.....	221
1.6.5. Электрические фильтры. Основные понятия и обозначения.....	224
1.6.6. Условия прозрачности фильтра.....	225
1.6.7. Частотные характеристики фильтров.....	227
1.6.8. Фильтры низких частот.....	229
1.6.9. Фильтры верхних частот.....	231
1.6.10. Полосовые и заграждающие фильтры.....	233
1.6.11. Контрольные вопросы.....	236
1.6.12. Примеры решения типовых задач.....	236
1.6.13. Задачи по разделу и ответы к ним .....	244
<b>1.7. Трехфазные электрические цепи.....</b>	<b>249</b>
1.7.1. Понятие о многофазных цепях.....	249
1.7.2. Трехфазная система ЭДС. Порядок чередования фаз.....	250
1.7.3. Схемы соединения трехфазных систем. Фазные и линейные токи и напряжения.....	253
1.7.4. Симметричные трехфазные цепи при соединении приемника «звездой».....	257
1.7.5. Симметричные трехфазные цепи при соединении приемника «треугольником».....	262
1.7.6. Несимметричные трехфазные цепи при соединении приемника «звездой».....	265
1.7.7. Несимметричные трехфазные цепи при соединении приемника «треугольником».....	268
1.7.8. Мощность трехфазных цепей.....	270
1.7.9. Вращающееся магнитное поле.....	272
1.7.10. Метод симметричных составляющих. Симметричные составляющие трехфазной системы величин.....	274
1.7.11. Применение метода симметричных составляющих к расчету симметричных трехфазных приемников.....	281
1.7.12. Применение метода симметричных составляющих к расчету несимметричных трехфазных приемников.....	282
1.7.13. Высшие гармоники в трехфазных цепях.....	293

1.7.14. Контрольные вопросы и примеры.....	301
1.7.15. Примеры решения типовых задач.....	303
1.7.16. Задачи по разделу и ответы к ним.....	318
<b>РАЗДЕЛ 2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ.....</b>	<b>327</b>
<b>2.1. Нелинейные электрические цепи постоянного тока.....</b>	<b>327</b>
2.1.1. Нелинейные элементы, их характеристики и параметры.....	327
2.1.2. Графический метод расчета нелинейных цепей постоянного тока.....	332
2.1.3. Графоаналитический метод расчета нелинейных цепей.....	334
2.1.4. Контрольные вопросы.....	337
2.1.5. Примеры решения типовых задач.....	338
2.1.6. Задачи для самостоятельного решения.....	347
<b>2.2. Магнитные цепи, основные законы и методы расчета.....</b>	<b>355</b>
2.2.1. Магнитное поле и его основные характеристики.....	355
2.2.2. Ферромагнитные материалы и их характеристики.....	359
2.2.3. Магнитные цепи. Законы магнитных цепей.....	364
2.2.4. Расчет неразветвленных магнитных цепей.....	373
2.2.5. Расчет разветвленных магнитных цепей.....	376
2.2.6. Постоянные магниты и методика их расчета.....	381
2.2.7. Контрольные вопросы.....	386
2.2.8. Примеры решения типовых задач.....	386
2.2.9. Задачи для самостоятельного решения.....	397
<b>2.3. Нелинейные электрические цепи переменного тока.....</b>	<b>404</b>
2.3.1. Нелинейные элементы и их характеристики.....	404
2.3.2. Методы расчета нелинейных цепей переменного тока..	410
2.3.3. Нелинейные цепи, содержащие катушки индуктивности с ферромагнитным сердечником.....	418
2.3.4. Формы кривых тока, напряжения и магнитного потока катушки с ферромагнитным сердечником.....	425
2.3.5. Эквивалентная схема и векторная диаграмма катушки индуктивности с ферромагнитным сердечником.....	430
2.3.6. Расчет катушки с ферромагнитным сердечником по действующему значению величин.....	438
2.3.7. Трансформаторы. Режимы работы трансформаторов....	442
2.3.8. Эквивалентная схема и векторная диаграмма	

трансформатора.....	447
2.3.9. Контрольные вопросы.....	451
2.3.10. Примеры решения типовых задач.....	453
2.3.11. Задачи для самостоятельного решения.....	476
<b>РАЗДЕЛ 3. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ.....</b>	<b>480</b>
<b>3.1. Классический метод анализа переходных процессов....</b>	<b>480</b>
3.1.1. Возникновение переходных процессов. Законы коммутации.....	480
3.1.2. Классический метод расчета переходных процессов....	484
3.1.3. Переходные процессы в цепи RL.....	487
3.1.4. Переходные процессы в цепи RC.....	500
3.1.5. Переходные процессы в цепи RLC.....	512
3.1.6. О скачках тока в индуктивностях и напряжений на емкостях.....	525
3.1.7. Расчет переходных процессов в электрических цепях методом наложения (интеграл Диамеля).....	529
3.1.8. Контрольные вопросы.....	534
3.1.9. Примеры решения типовых задач.....	535
3.1.10. Задачи для самостоятельного решения.....	569
<b>3.2. Операторный метод расчета переходных процессов....</b>	<b>574</b>
3.2.1. Применение преобразования Лапласа к расчету переходных процессов.....	574
3.2.2. Закон Ома в операторной форме.....	577
3.2.3. Законы Кирхгофа в операторной форме.....	583
3.2.4. Переход от изображений к функциям времени.....	587
3.2.5. Контрольные вопросы.....	588
3.2.6. Примеры решения типовых задач.....	589
3.2.7. Задачи для самостоятельного решения.....	609
<b>3.3. Переходные процессы в нелинейных цепях.....</b>	<b>612</b>
3.3.1 Общая характеристика переходных процессов в нелинейных цепях.....	612
3.3.2 Метод условной линеаризации.....	615
3.3.3 Метод аналитической аппроксимации.....	616
3.3.4 Метод графического интегрирования.....	617
<b>Приложение А. Электрические и магнитные единицы Международной системы (СИ).....</b>	<b>619</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>623</b>

**Посвящается 20-летию  
филиала Ухтинского государственного технического университета  
в г. Усинске**

**Уважаемые студенты технических вузов!**

**Уважаемые студенты!**

Эта книга адресована именно вам. В своем стремлении освоить секреты и особенности вашей будущей специальности, вы непременно столкнетесь с необходимостью получения знаний в области электротехники. И это объективно. Ведь электротехника, электроэнергетика прочно вошли в жизнь современного общества, обосновались в целом спектре многочисленных отраслей промышленности, стали определять саму возможность выполнения тех или иных технологических процессов. Поэтому успех инженера, специалиста – командира на производстве в значительной степени определяется тем, насколько он компетентен в вопросах эксплуатации электротехнического оборудования.

Книга «Теоретические основы электротехники» является базовым учебным материалом в этой области знаний. Здесь систематизированы сведения о типовых и сложных процессах в электрических схемах, электромагнитных контурах различной конфигурации и структуры, раскрыты принципы расчета их параметров, даны необходимые примеры и исчерпывающие пояснения.

Данная книга – плод творческого сотрудничества ученых и специалистов Донецкого национального технического университета и Ухтинского государственного технического университета (филиал в г. Усинске).

Авторский коллектив, имея богатый опыт научно-образовательной деятельности в области электротехники и электроэнергетики, а также опыт разработки и издания многочисленных монографий и учебной литературы, подготовил данное учебное пособие, адаптированное для восприятия студентами, осваивающими широкий круг специальностей и специализаций.

Мы уверены, что эта книга позволит с успехом освоить столь непростой учебный курс «Теоретические основы электротехники».

С пожеланием успехов,

ректор Донецкого национального  
технического университета (г. Донецк),  
доктор технических наук,  
профессор

К.Н. Маренич

Известно, что решающая роль в развитии современной мировой экономики принадлежит электрификации. Сегодня нет такой области техники, где в том или ином виде не использовалась бы электрическая энергия. А значит, любой современный ученый, занимающийся исследованиями в сфере технических наук, любой современный инженер, в какой бы производственной отрасли он ни трудился, обязан владеть основами электротехники. Владеть не просто как «уверенный пользователь», а как специалист, понимающий принципы работы электротехнического оборудования. Поэтому курс «Теоретические основы электротехники» входит в число базовых общетехнических дисциплин.

В результате изучения этого курса вы должны освоить комплекс знаний и умений, касающихся использования электротехнических устройств и приборов в сфере профессиональной деятельности, а также получить представление об основах анализа работы электротехнических устройств.

Названные компетенции будут необходимы вам не только при выполнении тех или иных технологических процессов. В условиях технической революции резко возросла ответственность ученого и инженера за социальные последствия своего труда, поэтому исключительное значение для современного специалиста приобретает умение изыскивать наиболее эффективные методы организации и управления производством, прогнозирования научно-технической деятельности. И знание теоретических основ электротехники является одним из условий успешного решения этих задач.

Представленная книга – своеобразный символ дружбы и сотрудничества между двумя вузами: она является результатом совместной работы ученых и специалистов Донецкого национального технического университета и филиала Ухтинского государственного технического университета в г. Усинске. Изданный в год двадцатилетия филиала, учебник стал подарком авторского коллектива молодому вузу. Уверен, что эта книга будет для студентов наших университетов и других технических вузов достойным помощником в постижении основ избранной профессии.

Ректор Ухтинского государственного  
технического университета,  
председатель Совета ректоров  
вузов Республики Коми,  
доктор технических наук, профессор Н. Д. Щадая

## ВВЕДЕНИЕ

Учебник предназначен для углубленного изучения курса «Теоретические основы электротехники» студентами дневной и заочной формы обучения как электрических, так и неэлектрических специальностей.

В учебнике изложен материал по теории линейных электрических цепей с сосредоточенными параметрами, теории нелинейных электрических и магнитных цепей, а также по переходным процессам. Учебник охватывает материал по следующим разделам:

- электрические цепи и их элементы. Законы электрических цепей;
- электрические цепи постоянного тока и методы их расчета;
- электрические цепи однофазного переменного тока;
- электрические цепи с индуктивно связанными элементами;
- несинусоидальные ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях;
- четырехполюсники и электрические фильтры;
- трехфазные электрические цепи;
- нелинейные электрические цепи постоянного тока;
- нелинейные электрические цепи переменного тока;
- магнитные цепи, основные законы и методы расчета;
- классический метод анализа переходных процессов;
- операторный метод расчета переходных процессов;
- переходные процессы в нелинейных цепях.

Каждый раздел учебника содержит теоретическую часть, контрольные вопросы, раздел, где изложена методика решения типовых задач и раздел с набором задач для самостоятельного решения по степени сложности (простые задачи, задачи средней сложности, задачи повышенной сложности) с приведенными ответами.

Таким образом, учебник охватывает и теоретическую часть курса, и учебный практикум, который облегчит студенту дневной и заочной формы обучения работу по изучению достаточно сложной учебной дисциплины.

## РАЗДЕЛ 1 ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

### 1.1. Электрические цепи и их элементы. Законы электрических цепей

#### 1.1.1. Электрическая цепь

Электрической цепью называется совокупность источников и приемников электрической энергии и соединяющих их проводов, которые образуют замкнутый путь для электрического тока.

Электромагнитные процессы в электрической цепи могут быть описаны с помощью таких понятий, как электродвижущая сила (ЭДС), электрическое напряжение, электрический ток, электрический заряд, магнитный поток, электрическое сопротивление, индуктивность, взаимная индуктивность и емкость.

Электрическая цепь состоит из отдельных частей, которые выполняют определенные функции, называемых элементами цепи. Основными элементами цепи являются источники и приемники электрической энергии. К числу элементов цепей относятся также соединительные провода – линии электропередачи (ЛЭП).

Графическое изображение электрической цепи называется электрической схемой (рис. 1.1).

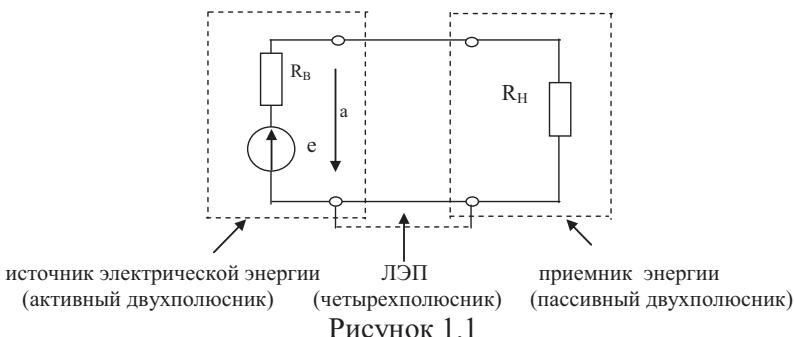


Рисунок 1.1

Источники электрической энергии – это устройства, которые превращают неэлектрические виды энергии (механическую, химическую, тепловую, атомную и др.) в энергию электрическую.

Источниками электрической энергии являются машинные генераторы, аккумуляторы, солнечные батареи и др.

Приемники электрической энергии (электрические потребители)

– это устройства, которые превращают электрическую энергию в другие виды энергии. Так, если электрическая машина потребляет электрическую энергию, то она является электродвигателем, превращая электрическую энергию в механическую. Аккумулятор, в процессе его заряда, превращает электрическую энергию в химическую. В этом понимании множество электрических устройств являются обратимыми, то есть могут быть и источниками и потребителями.

Участок электрической цепи, который связан с другой цепью с помощью двух зажимов (полюсов), называется двуихполюсником. Если в состав двухполюсника входят источники энергии, то такой двухполюсник называют активным. Двуихполюсники, которые не содержат источники энергии, называют пассивными (рис. 1.1).

Участок цепи, который с остальной цепью связан с помощью четырех зажимов, называется четыреихполюсником.

Четыреихполюсники, также же как и двухполюсники, могут быть активными и пассивными. Они могут быть устройствами любой сложности и назначения. На рис. 1.1 пассивный четыреихполюсник представлен в виде линии электропередач (ЛЭП) и связывает между собой источник и приемник электрической энергии в одну общую цепь.

Электрические цепи подразделяются на неразветвленные и разветвленные. Неразветвленная цепь (рис. 1.1) представляет собой последовательное соединение источника электрической энергии и одного или нескольких приемников. Во всех элементах такой цепи протекает один и тот же электрический ток.

Разветвленная электрическая цепь представляет сложное соединение источников и приемников электрической энергии. В различных участках такой цепи (рис. 1.2) могут протекать различные электрические токи.

Для разветвленной электрической цепи вводятся такие понятия как ветвь, узел и контур.

Ветвью называют участок цепи, образованный последовательным соединением элементов и заключенный между двумя узлами.

В каждой ветви течет свой электрический ток. На схемах ветви обозначаются путем показа стрелкой электрического тока.

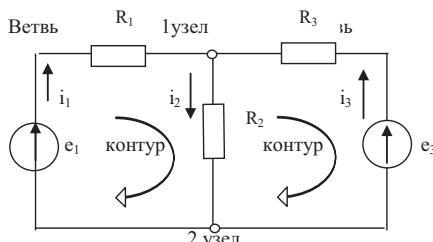


Рисунок 1.2

Узлом называют точку цепи, в которой соединяется не менее трех ветвей. Несколько точек цепи, которые могут быть слиты в одну общую точку (рис. 1.3), образуют только один узел. На схемах узлы обозначаются цифрами.

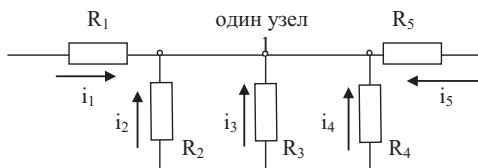


Рисунок 1.3

Контуром называют часть цепи, образованную несколькими ветвями, вдоль которых можно сделать замкнутый обход. Независимым контуром называют такой контур, который отличается хотя бы одною ветвью, которая не входит в другие контуры. На схемах контуры отображаются путем показа стрелкой направления его обхода.

Таким образом, схема цепи, приведенная на рис. 1.2, содержит три ветви ( $v=3$ ), два узла ( $y=2$ ) и два независимых контура ( $k=2$ ). Всего в этой цепи три контура. Определение и обозначение на схеме числа ветвей, узлов и независимых контуров, называется анализом электрической цепи. Такой анализ всегда предшествует электрическому расчету любой цепи.

По своему назначению различают электрические цепи для передачи и преобразования электрической энергии и цепи для передачи и преобразования информации (линии связи, радиотехнические линии, цепи автоматики и телемеханики и др.). В курсе ТОЭ в основном изучаются цепи передачи и преобразования электрической энергии.

### 1.1.2. Электрический ток, электродвигущая сила, напряжение

Электрическим током называют упорядоченное движение электрических зарядов под воздействием электрического поля.

Мерой тока служит количество электричества, которое проходит через заданную поверхность (через поперечное сечение проводника) в единицу времени:

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (1.1)$$

Эту величину называют силой тока или просто током.

За единицу тока – Ампер, принимают такой ток, который проходя по двум прямолинейным проводникам бесконечной длины и бесконечно малого круглого сечения, расположенным на расстоянии 1 метра друг от друга в вакууме, вызвал бы между этими проводами силу, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины.

Сила тока равняется 1 Амперу, если за 1 секунду через поперечное сечение проводника протекает 1 Кулон количества электричества.

В соответствии с законом сохранения электрических зарядов изменение количества электричества внутри любой области, ограниченной замкнутой поверхностью  $S$  (рис. 1.4), всегда равняется количеству электричества, которое прошло через эту поверхность, то есть заряды из ниоткуда не возникают и не исчезают в никуда, а происходит только их перемещение. Поэтому, если любой объем пространства, где протекают электрические токи, окружить замкнутой поверхностью, то сумма токов, которые входят в этот объем, должна равняться сумме токов, которые выходят из него. Эта сумма учитывает токи всех видов:

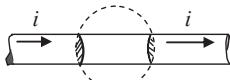


Рисунок 1.4

- ток проводимости, обусловленный движением электронов, которые являются структурными элементами вещества;

- ток переноса, или конвекционный ток, который представляет собой движение свободных электронов или позитивных и негативных ионов;

- ток сдвига, или ток поляризации, который вызывается изменением во времени электрического поля.

Если обозначить через  $\delta$  плотность тока независимо от его вида, то для любой замкнутой поверхности  $S$  будем иметь:

$$i = \oint_S \delta d\bar{S} = 0. \quad (1.2)$$

Это равенство является выражением одного из фундаментальных принципов электротехники – принципа непрерывности электрического тока. В соответствии с этим принципом линии токи всегда являются замкнутыми линиями.

В электрической цепи, состоящей из проводников, положительные заряды под действием электрического тока перемещаются от точек более высокого потенциала к точкам более низкого потенциала. Отрицательные заряды перемещаются в противоположном направлении (рис. 1.5). Направление перемещения положительных зарядов принимается за действительное направление тока.

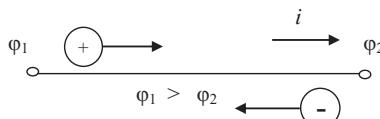


Рисунок 1.5

Часто при анализе электрических цепей действительное направление тока заранее неизвестно, поэтому в каждой ветви

анализируемой цепи выбирают некоторый ориентир – так называемое положительное направление тока.

Положительное направление тока выбирается произвольно и указывается стрелкой (рис. 1.2 – 1.3). Если в результате расчета цепи, выполненной с учетом избранных положительных направлений, ток в ветви имеет знак плюс ( $i > 0$ ), то это означает, что его действительное направление совпадает с выбранным положительным направлением. В противном случае, когда ток отрицателен ( $i < 0$ ), он направлен противоположно.

Для длительного существования электрического тока необходимо наличие электрического поля, которое вызывает разделение зарядов на положительные и отрицательные, и перемещение их вдоль замкнутой цепи. Разделение зарядов осуществляется силами неэлектрического характера, называемых сторонними силами. Эти силы возникают при нагревании тел, при контакте разнородных металлов, при химическом взаимодействии металлов с растворами кислот, оснований или солей, при перемещении проводников в магнитном поле. Электрическое поле, созданное посторонними силами, принято называть сторонним полем и оценивать напряженностью этого поля  $\bar{\varepsilon}_{\text{ст}}$ .

Под действием сил стороннего поля все время происходит деление зарядов. Положительные заряды перемещаются к «плюсу» источника, а отрицательные – к «минусу». Эти заряды, накапливаясь на электродах, создают в области внутри и вне источника свое электрическое поле, напряженность которого  $\bar{\varepsilon}_{\text{эл}}$  направлена от положительного электрода к отрицательному (рис. 1.6, а).

Причину, которая разделяет заряды и вызывает их движение называют электродвижущей силой (ЭДС). Значение ЭДС любого источника, в котором осуществляется деление зарядов, оценивается работой сторонних сил по перемещению единичного заряда от электрода с низшим потенциалом к электроду с более высоким потенциалом внутри самого источника. Например, для химического источника ЭДС  $e_{AB}$  определяется как линейный интеграл  $\bar{\varepsilon}_{\text{cm}}$  на пути от электрода А к электроду В внутри источника:

$$e_{AB} = \int_{AnB}^{\bar{\varepsilon}_{\text{cm}}} \bar{d}\ell . \quad (1.3)$$

Если зажимы источника соединить проводником, сопротивлением  $R$ , и создать, таким образом, замкнутую цепь (рис. 1.6, б), то в ней установится электрический ток. Направление этого тока совпадает с направлением ЭДС. При этом во внешней цепи заряды будут перемещаться под действием сил потенциального поля, а внутри источника – под действием сил стороннего поля.

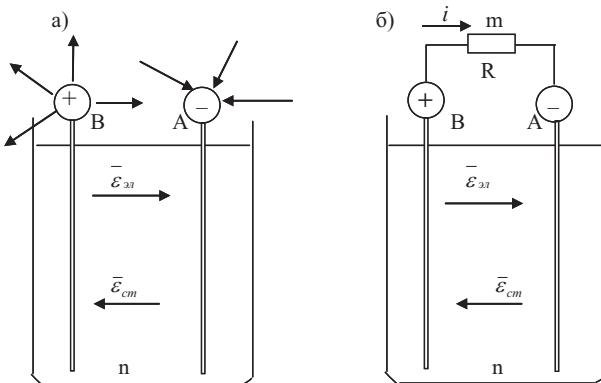


Рисунок 1.6

Под напряжением понимается некоторый электрический параметр, который оценивается работой сил потенциального поля по перемещению единичного заряда от электрода с высоким потенциалом к электроду с более низким потенциалом во внешней электрической цепи. Так для рассматриваемого примера напряжение  $u_{BA}$  равно:

$$u_{BA} = \int_{BmA}^{-} \mathcal{E}_{\text{эл}} d\ell. \quad (1.4)$$

Единицей измерения ЭДС и напряжения служит Вольт. Один Вольт (1 В) – это электрическое напряжение, которое вызывает в цепи постоянный ток силой 1 А при мощности 1 Вт.

Для напряжения, как и для тока, на определенном участке цепи выбирается положительное направление. В избранном произвольно положительном направлении и отсчитывается напряжение.

Пусть на рис. 1.7 отсчет напряжения ведется от точки 1 к точке 2. Когда потенциал точки 1 выше потенциала точки 2, напряжение положительно, в противном случае оно отрицательно ( $u_{21} = -u_{12}$ ). В дальнейшем положительное направление для напряжения будем обозначать не стрелкой, а с помощью двух индексов, соответствующих цифровому или буквенному обозначению точек на схеме. При этом предусматривается, что направление для напряжения показывается от первого индекса ко второму (рис. 1.7).

Положительными направлениями токов и напряжений пользуются при исследовании процессов, которые происходят в электротехнических устройствах и расчете электрических цепей. Отчетливое уяснение этих важных понятий совершенно обязательно для усвоения всего последующего материала.

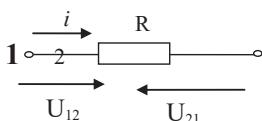


Рисунок 1.7

### 1.1.3. Активные элементы цепи

В теории электрических цепей источники электрической энергии представляют эквивалентными схемами замещения. Источник с известной ЭДС и внутренним сопротивлением можно представить одной из двух возможных схем. Одна из них получила название источника ЭДС, а вторая источника тока.

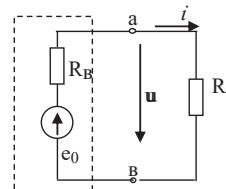
Источник ЭДС изображается в виде двух последовательно включенных элементов: идеального источника ЭДС  $e_0$  и резистора, сопротивление которого равняется внутреннему сопротивлению источника  $R_B$  (рис. 1.8).

На рисунке сам источник ЭДС обозначен пунктиром и подключен к внешней цепи сопротивлением  $R$ , в которой протекает ток.

Основной характеристикой источника ЭДС является вольт–амперная характеристика (рис. 1.9). Для реального источника это будет падающая прямая 1, так как увеличение тока приводит к росту

напряжения на внутреннем сопротивлении источника, а напряжение на внешней цепи падает:

$$u = e_0 - iR_e.$$



Источник ЭДС  
Рисунок 1.8

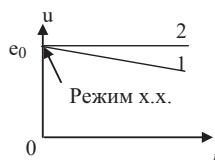


Рисунок 1.9

Режим работы источника, когда внешняя цепь разорвана ( $i = 0$ ), называется **режимом холостого хода**, при этом напряжение равно ЭДС ( $u = e_0$ ).

Если  $R_e \ll R$ , то есть источник энергии находится в режиме, близком к режиму холостого хода, можно практически пренебречь его внутренним напряжением. Такой источник энергии без внутреннего сопротивления ( $R_e = 0$ ) называют **идеальным источником ЭДС (источником неизменного напряжения)**.

Напряжение на зажимах такого источника не зависит от сопротивления приёмника и всегда равно ЭДС, а его вольт-амперная характеристика – прямая, параллельная оси тока (прямая 2 на рис.1.9). Теоретически это означает, что мощность  $p = ei$  с увеличением тока безгранично возрастает. Такой источник является источником бесконечно большой мощности.

**Источник тока** изображают в виде двух параллельно включенных элементов: идеального источника тока  $i_0$  и резистора, сопротивление которого равно внутреннему сопротивлению источника  $R_e$  (рис. 1.10). На рисунке источник тока показан пунктиром, а внешняя цепь показана в виде резистора  $R$  и в ней протекает ток  $i$ .

Основной характеристикой источника тока также является вольт-амперная характеристика (рис. 1.11). На рисунке, для наглядности, изменено положение осей. Для реального источника тока это будет падающая прямая 1, так как с ростом напряжения

будет увеличиваться ток  $i_e$  в резисторе  $R_e$ , а ток во внешней цепи будет падать:

$$i = i_0 - i_e.$$

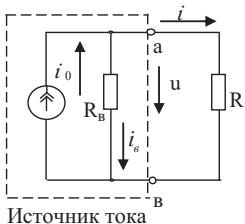


Рисунок 1.10

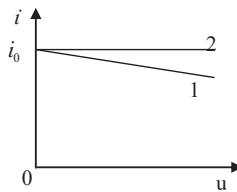


Рисунок 1.11

Таким образом, при изменении сопротивления нагрузки  $R$  ток  $i_0$  не изменяется, а изменяется лишь распределение его в параллельных ветвях  $R$  и  $R_e$ . Такой источник является источником конечной мощности.

Если предположить, что  $R_e \gg R$ , то при одном и том же напряжении на зажимах сопротивлений  $R$  и  $R_e$  ток  $i_e \ll i$ , то есть источник энергии работает в режиме, близком к, так называемому, «короткому замыканию». Принимая  $R_e = \infty$ , а  $i_e = 0$  получаем **идеальный источник тока** (источник с заданным током). Его вольт-амперная характеристика представляет собой прямую, параллельную оси напряжения (прямая 2 на рис. 1.11). Такой источник является источником бесконечно большой мощности, то есть мощность источника с увеличением напряжения безгранично возрастает.

При расчёте электрических цепей пользуются как одной, так и другой эквивалентной схемой источника. **Энергетическая эквивалентность** источника ЭДС и источника тока определяется равенством мощностей, отдаваемых ими во внешнюю цепь, при этом следует иметь в виду, что сами источники в энергетическом плане не эквивалентны друг другу и мощности, развиваемые ими неодинаковы. Например, при разрыве внешней цепи тепловые потери в источнике ЭДС отсутствуют, а в источнике тока они равны величине  $i_e^2 R_e$ .

В качестве формулы эквивалентного перехода от одной схемы к другой следует принять соотношение:

$$e_0 = i_0 R_e. \quad (1.5)$$

Принимая величину  $R_e$  одинаковой для каждой из схем, по формуле (1.5) определяют либо величину  $i_0$ , либо  $e_0$ , в зависимости от того какая схема источника задана и к какой следует перейти.

#### 1.1.4. Пассивные элементы цепи

Рассмотрим приёмники электрической энергии, которые являются пассивными элементами цепи. Они выполняют своё назначение при воздействии на них источников электрической энергии. Рассмотрим три простейших двухполюсных идеализированных элемента, в каждом из которых проявляется одно из основных свойств электромагнитного поля.

Из курса физики известно, что электрический ток, протекая по проводнику, вызывает его нагрев, то есть происходит преобразование электрической энергии в энергию тепловую. С другой стороны, при протекании тока в проводнике и вне его возникают электрическое и магнитное поля. В случае переменного тока эти поля изменяются во времени. Изменяющееся магнитное поле наводит в проводнике ЭДС самоиндукции, а изменение электрического поля сопровождается изменением электрических зарядов в проводниках.

Эти три явления взаимосвязаны и в электрических цепях нельзя выделить какой-либо участок, где существовало бы одно явление, а другого бы не было. Однако при графическом изображении реальной электрической цепи её представляют эквивалентной схемой с некоторыми идеализированными элементами, каждый из которых учитывает только одно из явлений и не учитывает другие. Такими элементами являются резистивный элемент, индуктивный и ёмкостной.

**Резистивный элемент** представляет собой идеализированный элемент цепи, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую. В соответствии с известным из курса физики законом Ленца-Джоуля, электрическая

энергия, преобразуемая в резистивном элементе в тепловую энергию за время  $t$  определяется выражением:

$$W_T = \int_0^t u i dt = \int_0^t i^2 R dt. \quad (1.6)$$

Основным параметром резистивного элемента является **электрическое сопротивление  $R$** . Единицей измерения сопротивления является **Ом**:

$$[R] = \text{Ом}.$$

Количественно сопротивление  $R$ , в соответствии с законом Ома, определяется как отношение напряжения на элементе к току в нём:

$$R = \frac{u}{i}. \quad (1.7)$$

Основной характеристикой резистивного элемента является вольт-амперная характеристика (рис. 1.12). Если сопротивление  $R$  не зависит от тока и его напряжения, то имеет место прямая пропорциональность между напряжением и током (прямая 1). В этом случае сопротивление называется **линейным**. Если величина сопротивления зависит от тока и напряжения, то вольт-амперная характеристика будет нелинейная (кривая 2) и такое сопротивление называется **нелинейным**.

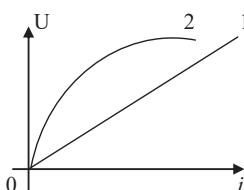


Рисунок 1.12

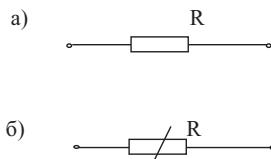


Рисунок 1.13

Условное графическое изображение резистивных элементов приведено: на рис. 1.13 а) для линейных элементов; б) для нелинейных.

Таким образом, термин «сопротивление» и соответствующее ему буквенное обозначение  $R$  применяют как обозначение самого элемента цепи, так и для количественной оценки его величины.

Реальный элемент, использующийся для монтажа электрических цепей и приближающийся по своим свойствам к рассмотренному резистивному элементу, называется **резистором**.

**Индуктивный элемент** представляет собой идеализированный элемент цепи, в котором энергия источника электрической энергии преобразуется в энергию магнитного поля:

$$W_M = \frac{Li^2}{2}. \quad (1.8)$$

Основным параметром индуктивного элемента является **индуктивность  $L$** . Единицей измерения индуктивности является **Генри**:

$$[L] = \text{Гн.}$$

Количественно индуктивность определяется как отношение потокосцепления катушки  $\Psi$  к току в её обмотке  $i$ :

$$L = \frac{\Psi}{i}. \quad (1.9)$$

Основной характеристикой индуктивного элемента является **вебер-амперная характеристика** (рис. 1.14). Как и для резистивных элементов, индуктивность является **линейной**, если её характеристика представляет линейную зависимость между потокосцеплением и током (прямая 1). В этом случае величина индуктивности не зависит от  $\Psi$  и  $i$ , и является постоянной величиной. Нелинейная вебер-амперная характеристика (кривая 2) говорит о том, что сам элемент является **нелинейным** и величина индуктивности зависит от величин  $\Psi$  и  $i$ .

Условное графическое изображение индуктивных элементов приведено: на рис. 1.15 а) для линейных элементов; б) для нелинейных (индуктивный элемент с ферромагнитным сердечником).

Термин «**индуктивность**» и его буквенное обозначение  $L$  применяют как для схемного обозначения элемента, так и для количественной оценки его величины.

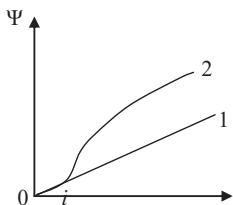


Рисунок 1.14

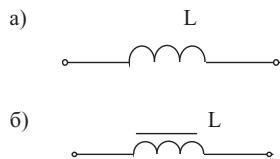


Рисунок 1.15

Реально существующий элемент, используемый в электрической аппаратуре, называется **катушкой индуктивности**. Свойства катушки индуктивности достаточно близки к свойствам рассмотренного идеализированного элемента.

**Емкостной элемент** – идеализированный элемент цепи, в котором энергия источника электрической энергии преобразуется в энергию электрического поля:

$$W_s = \frac{Cu_c^2}{2}. \quad (1.10)$$

Основным параметром ёмкостного элемента является **ёмкость**. Единицей измерения ёмкости является **Фараада**:

$$[C] = \Phi.$$

Фараада является слишком крупной единицей, поэтому в практических целях используются более мелкие доли – микрофараада ( $1\Phi 10^{-6}$ ) и пикофараада ( $1\Phi 10^{-12}$ ).

Количественно ёмкость определяется как отношение заряда  $q$  ёмкостного элемента к напряжению на нём  $u_c$ :

$$C = \frac{q}{u_c}. \quad (1.11)$$

Основной характеристикой ёмкостного элемента является **кулон-вольтная характеристика**, форма которой и определяет деление ёмкостных элементов на **линейные и нелинейные**. На рис.1.16 приведена линейная характеристика 1 для элемента, ёмкость которого не зависит ни от заряда, ни от напряжения; и характеристика 2 для элемента, ёмкость которого изменяется в зависимости от расположения на ней рабочей точки.

Условное графическое изображение ёмкостных элементов приведено: на рис. 1.17 а) для линейных элементов; б) для нелинейных.

Термин «**ёмкость**» и его буквенное обозначение  $C$  применяют как для схемного указания элемента, так и для количественной оценки его величины.

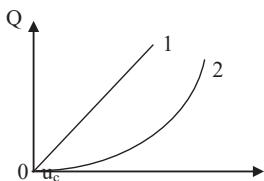


Рисунок 1.16

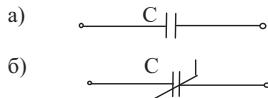


Рисунок 1.17

Реальный элемент, используемый в технической аппаратуре, приближающийся по своим свойствам к идеализированному ёмкостному элементу называется **конденсатором**.

### 1.1.5. Основные законы электрических цепей

К числу основных законов электрических цепей относятся экспериментально установленные законы: **закон Ома**, для электрической ветви или её отдельных участков; **первый закон Кирхгофа**, для электрического узла; **второй закон Кирхгофа**, для

электрического контура; **закон Ленца-Джоуля**, устанавливающий связь между тепловой энергией цепи и её параметрами.

Указанные законы лежат в основе всех методов расчёта электрических цепей.

### Закон Ома

Этот закон применяется к участку электрической цепи, где протекает один и тот же электрический ток, и устанавливает связь между током, а также напряжением и ЭДС, действующими на этом участке.

**Формулировка закона Ома:** электрический ток на участке цепи прямо пропорционален алгебраической сумме напряжения и ЭДС, действующих на этом участке, и обратно пропорционален суммарному сопротивлению данного участка.

Для определения знаков тока, напряжения и ЭДС, предварительно должны быть указаны их положительные направления (пункт 1.1.2) на рассматриваемом участке цепи.

**Правило знаков** при этом может быть предложено следующее: ток в выражении закона Ома принимается всегда со знаком «плюс», а знаки напряжения и ЭДС принимаются либо со знаком «плюс», если их направления совпадают с направлением тока, либо со знаком «минус», если их направления противоположны направлению тока.

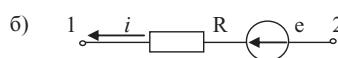
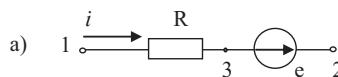


Рисунок 1.18

Например, для рис. 1.18 а) закон Ома представляется в виде:

$$i = \frac{u_{12} + e}{R}, \quad (1.12)$$

а для рис. 1.18 б):

$$i = \frac{-u_{12} + e}{R}. \quad (1.13)$$

Для участка цепи 1-3 (рис. 1.18 а) закон Ома принимает вид:

$$i = \frac{u_{13}}{R} \quad \text{или} \quad i = \frac{-u_{31}}{R}. \quad (1.14)$$

Таким образом, в выражении закона Ома значение ЭДС может и не быть, но величина напряжения присутствует всегда.

**Пример:** Определить ток на участке 1-2 электрической цепи постоянного тока (рис. 1.19), если  $E_1 = 20$  В,  $E_2 = 68$  В,  $E_3 = 12$  В,  $R_1 = R_2 = R_3 = 1$  Ом,  $R_4 = 6$  Ом,  $U_{12} = 9$  В.

**Решение:** В соответствии с правилом знаков, выражение закона Ома запишется в виде:

$$I = \frac{U_{12} + E_1 - E_2 + E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{9 + 20 - 68 + 12}{1 + 1 + 1 + 6} = -3 \text{ А}$$



Рисунок 1.19

Знак «минус» перед числовым значением тока означает, что действительное направление тока противоположно выбранному положительному направлению.

### Первый закон Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа непосредственно вытекает из принципа непосредственности электрического тока и может быть **сформулирован** следующим образом: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю:

$$\sum_{K=1}^n i_k = 0. \quad (1.15)$$

В этом уравнении одинаковые знаки должны быть взяты для токов, имеющих одинаковые положительные направления относительно узловой точки. В дальнейшем в качестве **правила знаков** при записи уравнений по первому закону Кирхгофа примем следующее: токи, направленные к узлу, записывать с положительными знаками, а направленные от узла – с отрицательными.

Если к данному узлу присоединен источник тока, то ток этого источника также должен быть учтен. Так, например, для узла 1 фрагмента электрической цепи (рис. 1.20) уравнения по первому закону Кирхгофа запишется в виде:

$$i_1 + i_0 - i_2 - i_5 = 0, \quad (1.16)$$

а для узла 2:

$$i_5 + i_2 + i_3 - i_4 = 0. \quad (1.17)$$

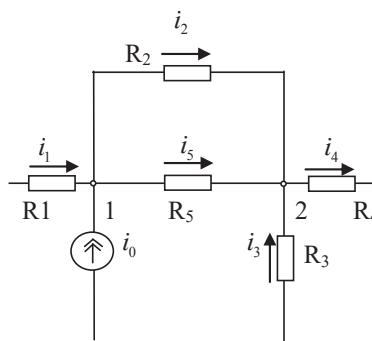


Рисунок 1.20

### Второй закон Кирхгофа

Данный закон применяется к контурам электрической цепи и имеет две формулировки:

– в любом замкнутом контуре цепи алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме напряжений на сопротивлениях, которые входят в этот контур, то есть:

$$\sum_{K=1}^n e_K = \sum_{K=1}^m i_K R_K ; \quad (1.18)$$

– в любом контуре цепи алгебраическая сумма напряжений на зажимах ветвей, которые входят в этот контур, равняется нулю:

$$\sum_{K=1}^n u_K = 0 . \quad (1.19)$$

В основе правила знаков при записи уравнений по второму закону Кирхгофа лежит произвольно выбранное направление обхода рассматриваемого контура, которое показывается стрелкой внутри контура. Если положительные направления токов, напряжений и ЭДС совпадают с направлением обхода контура, то в уравнениях они записываются с положительными знаками, при их направлении против обхода контура они указываются с отрицательными знаками.

Так, например, для контура фрагмента электрической цепи, приведенной на рис. 1.21, уравнения по второму закону Кирхгофа, в соответствии с указанными формулировками, запишутся в виде:

$$e_1 - e_2 + e_3 = i_1 R_1 - i_2 R_2 - i_3 R_3 + i_4 R_4 ; \quad (1.20)$$

$$u_{12} + u_{23} + u_{34} - u_{14} = 0 . \quad (1.21)$$

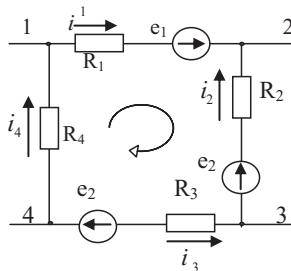


Рисунок 1.21

Если в состав контура входит источник тока, то обход контура необходимо выбрать таким образом, чтобы избежать захода в сам идеализированный источник тока.

Например, для цепи, приведённой на рисунке 1.22, уравнение по Второму закону Кирхгофа должно иметь вид:

Законы Кирхгофа справедливы для линейных и нелинейных электрических цепей.

$$e_1 = i_1 R_1 + i_2 R_2 - i_3 R_3 - i_4 R_4 + i_5 R_5. \quad (1.22)$$

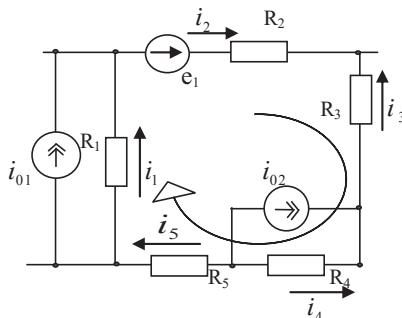


Рисунок 1.22

### Матричная форма записи уравнений Кирхгофа

В практической электротехнике обычно решаются задачи анализа электрических цепей, когда, например, известны конфигурация и элементы цепи, а требуется определить токи, напряжения и мощности тех или иных участков цепи.

Задачи анализа могут быть решены при помощи законов Кирхгофа. Однако современные методы анализа электрических цепей с применением компьютерной техники требуют несколько иной формы записи уравнений Кирхгофа. Для этого применяются некоторые топологические понятия, к числу которых относятся, в частности ориентированные графы.

Методику составления ориентированного графа рассмотрим на примере электрической цепи, приведенной на рис. 1.23. на схеме пронумерованы узлы, выбраны положительные направления токов в ветвях и показаны направления обхода контуров.

Для характеристики геометрической структуры схемы электрической цепи можно воспользоваться графом, линейные отрезки которого, часто называемые рёбрами, изображают ветви схемы электрической цепи. Такой (неориентированный) граф для электрической схемы (рис. 1.23) приведен на рис. 1.24.

На рис. 1.24 цифрами показаны номера узлов, а кружочками – номера ветвей.

**Направленным** (ориентированным) графом называется такой, у которого каждая ветвь имеет определённое направление (ориентацию). Для графов электрических схем направление (ориентация) ветвей, как правило, совпадает с положительными направлениями токов и напряжений, которые выбраны при составлении уравнений состояния электрических цепей.

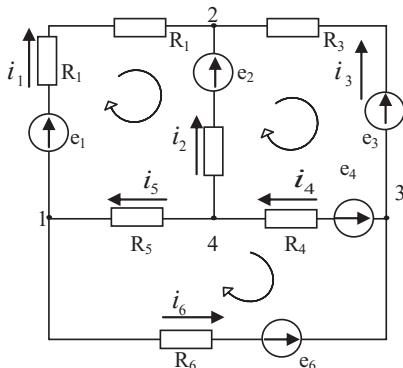


Рисунок 1.23

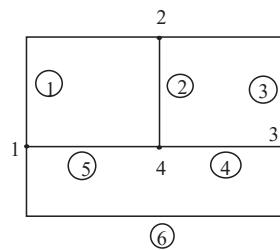


Рисунок 1.24

Для рассматриваемой схемы (рис. 1.23) направленный граф, у которого направления ветвей совпадают с положительными направлениями токов и напряжений, приведен на рис. 1.25.

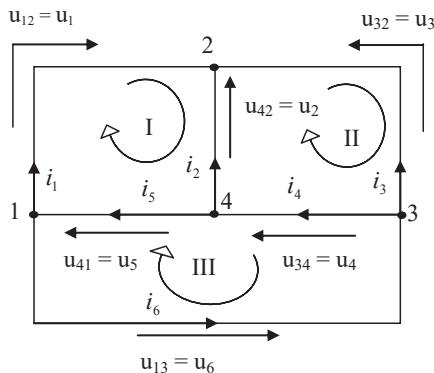


Рисунок 1.25

Для направленного графа рис. 1.25 можно записать уравнения на основании первого (1.23) и второго (1.24) законов Кирхгофа в следующем виде:

$$\left. \begin{array}{l} -i_1 + i_5 - i_6 = 0; \\ i_1 + i_2 + i_3 = 0; \\ -i_3 - i_4 + i_6 = 0; \\ -i_2 + i_4 - i_5 = 0; \end{array} \right\} \quad (1.23)$$

и

$$\begin{aligned} u_{12} - u_{42} + u_{41} &= 0; \\ u_{42} - u_{32} + u_{34} &= 0; \\ -u_{41} - u_{34} - u_{13} &= 0. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Однако уравнения (1.23) и (1.24) могут быть представлены в несколько иной, так называемой, **матричной форме записи**. Для этого токи и напряжения представим в виде матриц (таблиц):

$$i_v = \begin{vmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{vmatrix}; \quad u_v = \begin{vmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{vmatrix};$$

где  $i_v$  - матрица – столбец токов ветвей;

$u_v$  – матрица – столбец напряжений на зажимах ветвей.

Далее введем понятия об **узловой матрице А и контурной матрице В**.

Узловая матрица «А» представляет собой таблицу, где по горизонтали обозначаются номера ветвей, а по вертикали – номера узлов. В клетках таблицы указываются цифры: 1 – если на пересечении № ветви - № узла присутствует ток с положительным знаком; - 1; если присутствует ток с отрицательным знаком и цифра «нуль», если в данном узле такой ток отсутствует.

Так для схемы (рис. 1.23) или ориентированного графа (рис.1.25), узловая матрица представится таблицей:

№ ветви	1	2	3	4	5	6
№ узла	1	-1	0	0	0	-1
	2	1	1	1	0	0
A =	3	0	0	-1	-1	0
	4	0	-1	0	1	-1
						0

Контурная матрица «В» – это таблица, где по горизонтали указываются номера ветвей, а по вертикали – номера контуров. В клетках таблицы указываются цифры 1, -1 и 0, в зависимости от знака напряжения на зажимах ветвей, входящих, в контур или отсутствия данной ветви в контуре.

Так для графа (рис. 1.25) рассматриваемой схемы, контурная матрица представится таблицей:

№ ветви	1	2	3	4	5	6
№ контура	I	1	-1	0	0	1
B =	II	0	1	-1	1	0
III	0	0	0	-1	-1	-1

Таким образом, система уравнений по законам Кирхгофа в матричной форме может быть записана в виде:

$$\left. \begin{array}{l} A i_e = 0 \\ B u_e = 0 \end{array} \right\} \quad (1.25)$$

Для рассматриваемого примера цепи (рис. 1.23) уравнения Кирхгофа в матричной форме представляются в виде:

$$\left( \begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 \hline
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\
 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 3 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\
 4 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0
 \end{array} \right) \cdot \left( \begin{array}{c|c}
 i_1 & \\ \hline
 i_2 & \\ \hline
 i_3 & \\ \hline
 i_4 & \\ \hline
 i_5 & \\ \hline
 i_6 & 
 \end{array} \right) = 0$$

Накладывая матрицу – столбец  $i_a$  на строки матрицы «А», получим уравнения (1.23), составленные по первому закону Кирхгофа.

Накладывая матрицу – столбец  $u_a$  на строки матрицы «В», получим уравнения (1.24), составленные по второму закону Кирхгофа.

$$\left( \begin{array}{c|ccccc|c}
 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\
 \hline
 I & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 II & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 III & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1
 \end{array} \right) \cdot \left( \begin{array}{c|c}
 u_1 & \\ \hline
 u_2 & \\ \hline
 u_3 & \\ \hline
 u_4 & \\ \hline
 u_5 & \\ \hline
 u_6 & 
 \end{array} \right) = 0$$

### Закон Ленца-Джоуля

Этот закон устанавливает связь между электрической энергией, поступающей в электрическую цепь, с одной стороны, и напряжением (током), а так же параметрами цепи, с другой стороны.

Энергия, затрачиваемая на поддержание тока  $i$  в цепи в течение времени  $t$  равна:

$$W = \int_0^t u i dt. \quad (1.26)$$

Для участка электрической цепи, не содержащей ЭДС, напряжение на резистивном элементе  $u = iR$  и энергия источника полностью расходуется на тепло:

$$W_T = \int_0^t i^2 R dt . \quad (1.27)$$

Однако, такой электрический параметр, как энергия, зависит от времени и не может характеризовать энергетических возможностей источников и потребителей электрической энергии.

Более показательным параметром является электрическая мощность, которая определяется, как энергия, расходуемая в единицу времени:

$$P = \frac{dW_T}{dt} = ui = i^2 R . \quad (1.28)$$

Мощность измеряется в ваттах (Вт), а энергия в ватт-секундах (Вт с) или джоулях (Дж).

### 1.1.6. Контрольные вопросы и примеры

- Объясните, что понимают под электрической цепью, активным и пассивным двухполюсником.
- Дайте определения узлу, ветви и контуру разветвленной электрической цепи. Для электрической цепи (рис. 1.26) провести её анализ: определить количественно и ввести схемные обозначения для узлов, ветвей и независимых контуров.
- Сформулировать и записать уравнение выражающее принципы непрерывности электрического тока.
- Объясните, что понимают под действительным и положительным направлением для тока.
- Определить количество электричества  $q$ , протекающее через поперечное сечение проводника  $S = 5\text{мм}^2$  за время  $t = 10\text{ с}$ , если плотность тока  $\delta = 0,2 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ . Считать, что ток равномерно распределён по сечению проводника и величина его во времени не меняется. Ответ:  $q = 10$  кулон.

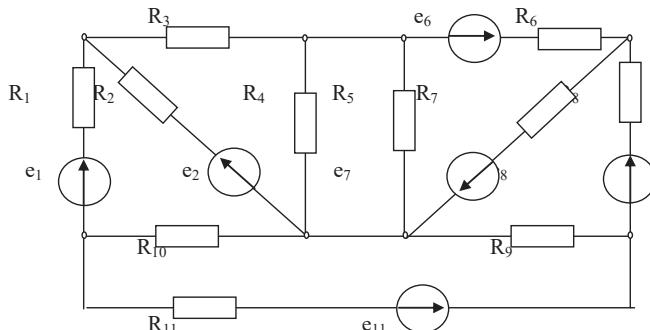


Рисунок 1.26

6. Чему равен линейный интеграл результирующий напряженности электрического поля:

- на пути от одного электрода к другому внутри источника;
- на пути от одного электрода к другому во внешней цепи.

7. Приведите электрические схемы источника ЭДС и источника тока. Объясните:

- как осуществляется переход от схемы источника ЭДС к схеме источника тока и наоборот?
- в чем суть эквивалентности перехода от схемы одного источника в другой?
- являются ли в энергетическом плане эквивалентными схемы источника ЭДС и источника тока?

8. Для схемы электрической цепи, приведённой на рис. 1.27, выполнить следующее:

- преобразовать схему таким образом, чтобы она содержала только источники ЭДС;
- преобразовать схему таким образом, чтобы она содержала только источники тока.

9. Дайте энергетическую характеристику:

- резистивному элементу;
- индуктивному элементу;
- ёмкостному элементу.

10. Определить ток в алюминиевом проводнике длиной 10 метров и площадью поперечного сечения  $S = 5 \text{ мм}^2$ , если напряжение между концами проводника равно 2,8 В.

Удельное электрическое сопротивление алюминия  $2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом м}$ .

Ответ:  $I = 50 \text{ A}$ .

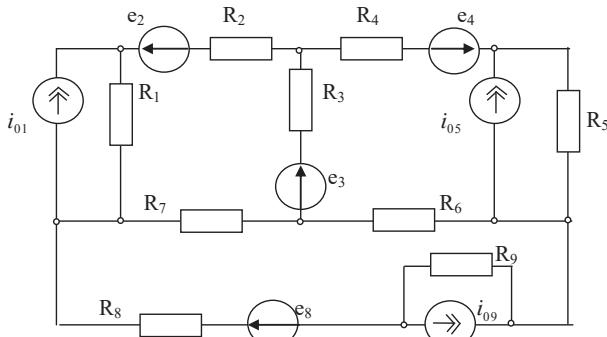


Рисунок 1.27

11. Вычислить напряжение  $U_{AB}$  электрической цепи постоянного тока (рис. 1.28), если известно, что ЭДС источника  $E=30 \text{ В}$ , его внутреннее сопротивление  $R_b=0,5 \text{ Ом}$ , сопротивления резисторов  $R_1=R_2=7,25 \text{ Ом}$ , а ток в цепи  $I=2 \text{ А}$ .

Ответ:  $U_{AB}=60 \text{ В}$ .

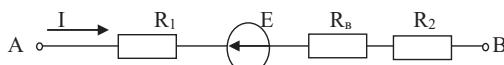


Рисунок 1.28

12. Для схемы электрической цепи (рис. 1.27) выполнить следующее:

- определить количественно и ввести обозначения на схеме для узлов, ветвей и независимых контуров;
- составить систему уравнений по первому закону Кирхгофа;
- составить систему уравнений по второму закону Кирхгофа.

13. Для схемы электрической цепи, приведённой на рис. 1.29, выполнить следующие операции:

- составить ориентированный граф;
- составить матрицы-столбцы  $i_a$  и  $u_a$ ;
- составить узловую матрицу А и контурную матрицу В;
- составить систему уравнений по законам Кирхгофа в матричной форме;

- для исходной электрической схемы (рис. 1.29) записать уравнения по законам Кирхгофа в обычной форме и сравнить их с уравнениями, представленными в матричной форме.

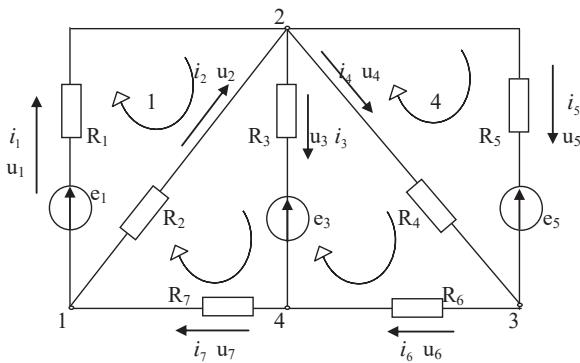


Рисунок 1.29

## 1.2. Электрические цепи постоянного тока и методы их расчета

### 1.2.1. Электрические цепи постоянного тока

Электрические цепи, в которых получение электрической энергии в источниках, её передача и преобразование в приёмниках происходят при неизменных во времени токах и напряжениях обычно называют цепями постоянного тока.

При постоянных токах и напряжениях магнитные и электрические поля электрических установок также не изменяются во времени. Вследствие этого в цепях постоянного тока не возникают ЭДС самоиндукции и отсутствуют токи смещения в диэлектриках, окружающих проводники.

Таким образом, в цепях постоянного тока, работающих в установившихся режимах, теряют смысл такие пассивные элементы как индуктивные и ёмкостные. Физическую суть пассивного элемента в цепях постоянного тока, преобразующего электрическую энергию в энергию тепловую, выполняет только резистивный элемент.

Наглядно постоянный ток (напряжение) можно представить в виде временной диаграммы (рис. 1.30), когда мгновенное значение

тока во времени остаётся неизменным. Этот ток (напряжение) обозначается заглавной буквой I (U).

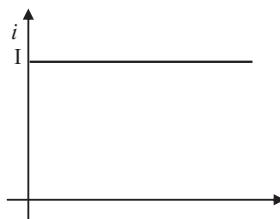


Рисунок 1.30

Под мгновенным током (напряжением) следует понимать ток (напряжение) в любой момент времени и обозначается он прописной буквой  $i$ ( $u$ ).

Цепи постоянного тока широко применяются в авиастроении, в автомобильном и железнодорожном транспорте, в коммунальном электротранспорте и в других областях промышленности.

Цепи постоянного тока являются наиболее простыми и могут быть хорошей иллюстрацией при рассмотрении методики их расчёта.

Методы расчёта линейных электрических цепей постоянного тока весьма разнообразны и могут быть классифицированы следующим образом:

- вспомогательные методы, позволяющие путём замены участков цепи более простыми, им эквивалентными, упростить исходную электрическую схему и тем самым облегчить её расчет;
- методы, основанные на использовании законов Кирхгофа. Сюда относится как метод, основанный на использовании обоих законов Кирхгофа, так и методы, предусматривающие составление системы уравнений на основании только одного из законов Кирхгофа (метод контурных токов и метод узловых напряжений);
- метод наложения, вытекающий из линейности уравнений, получаемых на основании законов Кирхгофа для линейных цепей;
- методы, основанные на использовании общих свойств линейных электрических цепей (метод эквивалентного генератора, принцип взаимности и др.).

## 1.2.2. Методы преобразования (трансфигурации)

Методы преобразования являются вспомогательными и заключаются в замене участков цепи более простыми, им эквивалентными. К их числу можно отнести: расчет эквивалентного сопротивления последовательно, параллельно или смешанно соединенных приёмников; преобразование соединений приёмников звездой в эквивалентный треугольник и наоборот – треугольника в звезду; преобразование источника ЭДС в эквивалентный источник тока и наоборот.

### 1.2.2.1. Последовательное, параллельное и смешанное соединения приёмников

**Последовательным соединением** приёмников называется такое их соединение, когда через все приёмники протекает один и тот же ток (рис. 1.31).

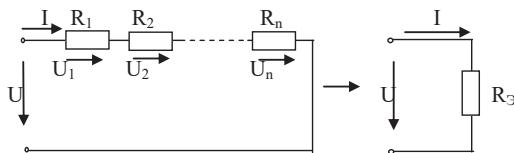


Рисунок 1.31

В соответствии со вторым законом Кирхгофа можно записать:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_n = \\ &= I(R_1 + R_2 + \dots + R_n) = IR_3, \text{ где } R_3 = R_1 + R_2 + \dots + R_n. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Следовательно, эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из ряда последовательно соединенных приёмников, равно сумме сопротивлений всех приёмников, и электрическую цепь (рис. 1.31) можно представить одним эквивалентным приёмником с сопротивлением  $R_3$ .

**Параллельным соединением** приёмников называется такое их соединение, когда все они присоединены к одной паре узлов и находятся под действием одного и того же напряжения (рис. 1.32).

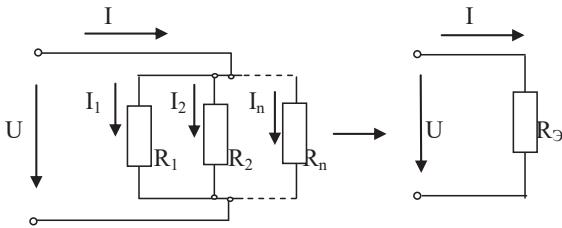


Рисунок 1.32

В соответствии с первым законом Кирхгофа можно записать:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = U/R_1 + U/R_2 + \dots + U/R_n = \\ U(I/R_1 + I/R_2 + \dots + I/R_n) = U(G_1 + G_2 + \dots + G_n) = UG_{\Omega}; \quad (1.30)$$

где  $G_{\Omega} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$ .

Следовательно, эквивалентная проводимость всей цепи, составленной из нескольких параллельно соединенных приёмников, равна сумме проводимостей этих приёмников.

Эквивалентное сопротивление цепи находится как:

$$R_{\Omega} = \frac{1}{G_{\Omega}}. \quad (1.31)$$

В частности, если цепь содержит только два параллельно соединенных приёмника  $R_1$  и  $R_2$ , то их эквивалентное сопротивление:

$$R_{\Omega} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.32)$$

**Смешанное соединение** представляет собой сочетание последовательного и параллельного соединений (рис. 1.33). При смешанном соединении вначале участки цепи, содержащие параллельно соединенные приёмники, заменяются эквивалентными и, таким образом, схема приводится к последовательному соединению приёмников, а затем сопротивление  $R_{\Omega}$  определяется как сумма сопротивлений всех приёмников, включенных последовательно. Для цепи (рис. 1.33):