

А.А. Туганбаев

**ВЫСШАЯ
МАТЕМАТИКА
КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

Теория и задачи

Учебник



• ФЛИНТА •

А.А. Туганбаев

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Теория и задачи

Учебник

Москва
Издательство «ФЛИНТА»
2019

УДК 517(075.8)
ББК 22.161я73
Т81

Туганбаев А.А.

Т81 Высшая математика. Кратные интегралы. Теория и задачи
[Электронный ресурс] : учебник / А.А. Туганбаев. — М. : ФЛИНТА,
2019. — 123 с.

ISBN 978-5-9765-4252-5

Книга соответствует программам курсов высшей математики для студентов различных нематематических специальностей и может выполнять функции учебника, задачника, решебника и сборника контрольных заданий по важнейшим темам высшей математики: двойные и тройные интегралы, замена переменных в двойном и тройном интегралах, двойные интегралы в полярных и обобщенных полярных координатах, тройные интегралы в цилиндрических, сферических и обобщенных сферических координатах, вычисление объемов, физические приложения двойных и тройных интегралов.

Для студентов и преподавателей нематематических факультетов высших учебных заведений.

УДК 517(075.8)
ББК 22.161я73

ISBN 978-5-9765-4252-5

© Туганбаев А.А., 2019
© Издательство «ФЛИНТА», 2019

Содержание

1	Двойные интегралы	4
1.1	Общие свойства двойных интегралов	4
1.2	Двойной интеграл в декартовых координатах	6
1.3	Замена переменных в двойном интеграле	13
1.4	Двойной интеграл в полярных координатах	16
1.5	Двойной интеграл в обобщенных полярных координатах	25
1.6	Физические приложения двойных интегралов	28
2	Тройные интегралы	35
2.1	Общие свойства тройных интегралов	35
2.2	Тройной интеграл в декартовых координатах	38
2.3	Замена переменных в тройном интеграле	47
2.4	Цилиндрические и сферические координаты	52
2.5	Обобщенные сферические координаты	58
2.6	Вычисление объемов	61
2.7	Физические приложения тройных интегралов	62
3	Задачи по кратным интегралам	69
3.1	Задачи с краткими решениями	69
3.2	Задачи с ответами	84
3.3	Контрольные задания	89