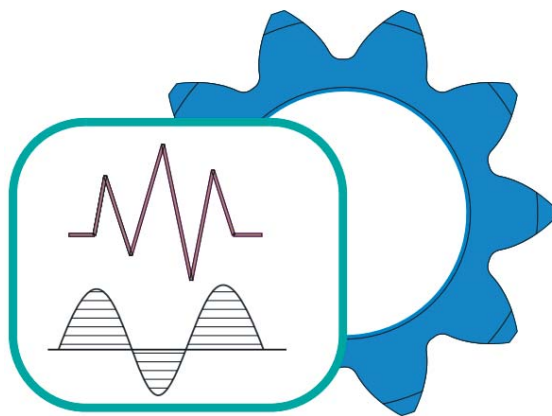




СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

# ДИНАМИКА МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**



**ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

УДК 531.39(07)  
ББК 22.213я73  
Д466

**Рецензенты:**

*Т. Г. Калиновская*, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой «Техническая механика» Сибирского федерального университета;

*Е. А. Шахура*, начальник бюро мощностей АО «Научно-производственное объединение "Радиосвязь"»

Д466      **Динамика механических систем** : учеб. пособие / А. Н. Щепин, М. В. Брунгардт, Е. В. Брюховецкая, О. В. Конищева. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2020. – 156 с.  
ISBN 978-5-7638-4356-9

Рассмотрена последовательность составления динамических моделей механического привода при эскизном проектировании, определения их динамических параметров, вычисления динамических характеристик. Предложена оценка динамического качества по требуемым показателям с использованием разработанной авторами методики. Представлены теоретические сведения и примеры расчетов динамических параметров элементов передач и механических приводов в целом.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль подготовки 09.03.01.31 «Системы автоматизированного проектирования в машиностроении»), а также студентов укрупненной группы специальности 150000 «Металлургия, машиностроение и материалообработка».

**Электронный вариант издания см.:**  
<http://catalog.sfu-kras.ru>

**УДК 531.39(07)**  
**ББК 22.213я73**

ISBN 978-5-7638-4356-9

© Сибирский федеральный университет, 2020

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение.....</b>	<b>5</b>
<b>1. Модели и методы расчетной оценки динамики приводов .....</b>	<b>9</b>
1.1. Кинематические и конструктивные особенности электромеханических приводов технологических и транспортирующих машин .....	9
1.2. Характеристики и режимы нагружения приводов.....	14
1.3. Динамические модели и уравнения движения приводов.....	17
1.3.1. Модели линейных систем для анализа крутильных колебаний .....	17
1.3.2. Модели приводных двигателей при крутильных колебаниях .....	25
1.3.3. Многомерные динамические модели приводов.....	27
1.4. Методы расчета и моделирования динамики приводов .....	30
1.4.1. Методы определения собственных частот и форм колебаний.....	31
1.4.2. Частотные характеристики системы .....	33
1.5. Показатели динамического качества приводов.....	37
<b>2. Динамические параметры компонентов механического привода.....</b>	<b>40</b>
2.1. Динамические параметры валов.....	41
2.1.2. Определение динамических параметров системы вала .....	46
2.1.3. Составление уравнений движения и определение собственных значений системы вала .....	55
2.1.4. Расчет амплитудно-частотных характеристик вала .....	58
2.1.5. Анализ динамических характеристик вала .....	61
2.2. Динамические параметры муфт .....	69
2.3. Динамические параметры передач с гибкой связью .....	74
2.4. Динамические параметры зубчатых передач .....	80
2.5. Динамические параметры электродвигателей при крутильных и поперечных колебаниях ротора.....	84
<b>3. Расчет и анализ динамического качества проектируемого привода при крутильных и поперечных колебаниях .....</b>	<b>94</b>
3.1. Динамические модели и уравнения движения приводов.....	94
3.2. Расчет крутильных и поперечных статических характеристик подсистемы привода .....	101

3.3. Расчет динамики многокоординатного привода при стационарных возмущающих воздействиях .....	105
3.3.1. Расчет собственных частот и форм колебаний привода....	105
3.3.2. Расчет амплитудно-частотных характеристик привода.....	110
3.4. Расчетный анализ динамического качества привода.....	119
3.4.1. Степень удаления собственных частот от рабочего диапазона частот возмущающих воздействий .....	119
3.4.2. Коэффициент динамичности по перемещениям в элементах конструкции при гармоническом воздействии на выходной вал .....	124
<b>4. Автоматизация расчета и анализа динамики при проектировании приводов.....</b>	<b>127</b>
4.1. Модуль ввода данных .....	129
4.1.2. Первый вал.....	133
4.1.3. Последний вал .....	136
4.2. Модули расчета параметров элементов привода .....	136
4.2.1. Модуль расчета параметров электродвигателя .....	136
4.2.2. Модуль расчета параметров динамики подшипников .....	137
4.2.3. Модуль расчета параметров ременной передачи .....	138
4.2.4. Модуль расчета параметров цепных передач.....	140
4.2.5. Модуль расчета параметров зубчатых передач .....	141
4.2.6. Модуль расчета параметров муфт .....	142
4.3. Модуль синтеза математической модели динамики привода .....	144
4.4. Модуль расчета и анализа статических характеристик привода ...	147
4.5. Модуль расчета собственных частот и собственных векторов....	147
4.6. Модуль расчета и анализа динамических характеристик в установившемся режиме движения привода .....	149
<b>Заключение.....</b>	<b>151</b>
<b>Библиографический список.....</b>	<b>152</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Повышение качества машин и их важнейших составных частей – систем приводов – требует при проектировании учитывать динамические процессы, неизбежно возникающие в работе технологических машин. Эти процессы сопровождаются колебаниями упругих элементов привода, увеличением нагрузок в звеньях и кинематических парах, снижающих характеристики надежности и экономические показатели машины.

Качественные характеристики транспортных машин, машин непрерывного действия (двигатели, компрессоры, турбины) и т. п. по показателям равномерности движения при стационарных и переменных режимах работы, от остаточной неуравновешенности подвижных звеньев определяются исключительно динамическими явлениями в приводах.

Повышение несущей способности и долговечности зубчатых колес, валов, соединений вал – ступица напрямую зависит от динамических нагрузок в упругой системе привода, которые действуют, прежде всего, при пуске и остановке приводов, а также при возникновении резонансных явлений. В высокоскоростных приводах перегрузки могут возникать от неуравновешенности деталей с большим моментом инерции и массой.

В технологических машинах, например в металлообрабатывающих станках, вибрации в приводах рабочих органов снижают качество обрабатываемых поверхностей, уменьшают стойкость инструмента и технологическую производительность, увеличивают издержки производства.

О влиянии вибрации на надежность элементов приводов можно судить, например, по снижению срока службы подшипников качения при колебаниях. Согласно зависимости, приведенной в руководстве по диагностике машин с применением приборов фирмы *CSI* (США), ресурс подшипников при вибрации можно определять по формуле

$$L_h = \{C / [R + W]\} \cdot 16667 / n,$$

где  $L_h$  – срок службы подшипника, ч;  $C$  – динамическая грузоподъемность, Н;  $R$  – радиальная нагрузка, Н;  $n$  – частота вращения, об/мин;  $W$  – динамическая нагрузка от вибрации, Н.

$$W = 5,26 mVF,$$

где  $m$  – масса, кг;  $V$  – виброскорость колебаний, мм/с;  $F$  – частота колебаний, цикл/мин.

Расчеты, выполненные фирмой, показывают, что при возникновении колебаний с виброскоростью до 0,2 дюйм/с (50 мм/с) срок службы подшипника грузоподъемностью 90 кН, воспринимающего радиальную нагрузку 4,5 кН при  $n = 1800$  об/мин, сокращается по сравнению с работой при отсутствии вибрации в 2,3 раза.

Введение нормативных значений показателей динамического качества приводов позволило бы вести целенаправленное их проектирование, добиваясь снижения динамической нагруженности элементов привода при рациональном расходовании конструкционных материалов. Известно, какое большое значение на повышение качества станков оказало введение норм их точности, а затем и жесткости. В настоящее время нормативные требования по уровню жесткости применяют не только к выходным параметрам машин, но и к их составным частям и отдельным деталям (валы, шпиндели, несущие конструкции).

Система предельно допустимых значений динамических параметров различных типов машин, к сожалению, пока еще не разработана. Исключением являются электрические машины общего и специального назначения массой от 0,5 до 2000 кг и рабочей частотой вращения от 600 до 12 000 об/мин, для которых ГОСТ 16921–83 установлены допустимые уровни вибрации. Эксплуатационные нормы вибрации установлены также ГОСТ 27165–86 для валопроводов паротурбинных агрегатов и для технологического оборудования в целлюлозно-бумажной промышленности (ГОСТ 26493–85). Известно, что существует большое количество отраслевых стандартов, устанавливающих эксплуатационные нормы вибрации различных типов машин [27].

В практике зарубежного машиностроения широко используются требования стандарта ISO 2372 по допустимым уровням колебаний машин различной мощности в частотном диапазоне от 10 Гц до 10 кГц. Так, для машин мощностью до 15 кВт, находящихся в хорошем состоянии, среднеквадратическое значение (СКЗ) виброскорости не должно превышать 0,71 мм/с. При достижении СКЗ более 4,5 мм/с состояние машины оценивается как недопустимое (аварийное). Установлены также недопустимые уровни вибрации (уровни тревоги) корпусов машин

и валов на опорах [44]. Так, для корпусов уровень тревоги по виброскорости составляет 6,35–12,7 мм/с (ERPIFP 754, API 620, 6-е издание). По данным [44] для подшипников качения уровень тревоги – 7,62 мм/с.

Установление нормативных значений показателей динамического качества, которыми можно было бы руководствоваться при конструировании машин, возможно лишь на основании всесторонних исследований конкретных машин или их аналогов, разработки более точных методов расчета динамических параметров упругих систем и рабочих процессов, в основе которых лежат модели, адекватные реальным объектам. Вместе с тем уже назрела необходимость при конструировании приводов машин производить динамические расчеты, которые могут уточнять статические расчеты, выполняемые по критериям прочности и жесткости.

Создание и совершенствование приводов, осуществляющих рабочие функции машин, является сложной научно-технической задачей. В ее решении значительное место в современных приводах занимает анализ динамического качества конструкции [49]. Динамические характеристики приводов оказывают существенное влияние на производительность машин, точность воспроизведения заданного технологического процесса, надежность, экономические затраты при эксплуатации машины. От динамического качества приводов зависит уровень шума и вибрации на рабочем месте оператора, силовое воздействие на фундамент машины. Динамический анализ приводов может оказать помощь и при вибрационном диагностировании машин, находящихся в эксплуатации. Знание собственных частотных характеристик и форм колебаний приводов позволят более рационально построить методику контроля диагностируемых параметров машины и систему ее профилактического обслуживания.

Оценка динамического качества приводов методом электронного моделирования с использованием САПР – CAE систем типа MSC/NASTRAN, ADAMS (MDI) и др. – возможна лишь при техническом или рабочем проектировании машин, когда создаются электронные твердотельные модели деталей и сборок.

На стадии синтеза схемных решений, выполнения эскизного и технического проектов необходимы методики и программные продукты более простого типа. Они должны позволять с помощью персональ-

ных ЭВМ давать оценку принимаемым проектным решениям: выбрать лучшую по динамическим показателям конструкцию из ряда рассматриваемых вариантов или сопоставить полученные значения показателей с установленными нормами [41].

В настоящем учебном пособии рассматриваются методы и алгоритмы расчетного анализа динамики при проектировании механических приводов рабочих машин. Пособие составлено на основе исследований, выполненных на кафедре «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» Политехнического института Сибирского федерального университета, а также разработанных методических материалов, используемых в учебном процессе студентами при изучении курса «Динамика механических систем».



# 1. МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РАСЧЕТНОЙ ОЦЕНКИ ДИНАМИКИ ПРИВодОВ

---

## 1.1. Кинематические и конструктивные особенности электромеханических приводов технологических и транспортирующих машин

Машины, предназначенные для изменения формы, свойств, состояния и положения предмета труда, принято называть рабочими машинами [4].

К рабочим машинам относятся:

- технологические или машины-орудия (металлорежущие станки, строительные, горные, сельскохозяйственные, текстильные и другие машины);
- транспортирующие машины (конвейеры, элеваторы, грузоподъемные краны, подъемники);
- транспортные машины (автомобили, тепловозы, самолеты, тепловозы и др.).

Рассмотрим кинематические и конструктивные особенности электромеханических приводов технологических и транспортирующих машин.

В технологических машинах приводы подразделяют на главные и вспомогательные. Приводы главного движения (ПГД) предназначены для выполнения непосредственного рабочего процесса резания или переработки материала, породы и т. п. Вспомогательные приводы выполняют функции подачи инструмента, материала в зону обработки (переработки), удаления продукта переработки, отходов и т. д.

Приводы главного движения по структуре кинематических цепей разделяют на приводы с вращательным и с возвратно-поступательным движением конечного звена цепи – рабочего органа. В ПГД передается основной поток мощности, используемой в машине. Во многих технологических машинах ПГД должен обеспечить большой диапазон скоростей движения рабочего органа. Для этих целей применяют либо многоступенчатые коробки скоростей в механической части привода, либо регулируемые приводы с двигателями постоянного тока, либо частотно-

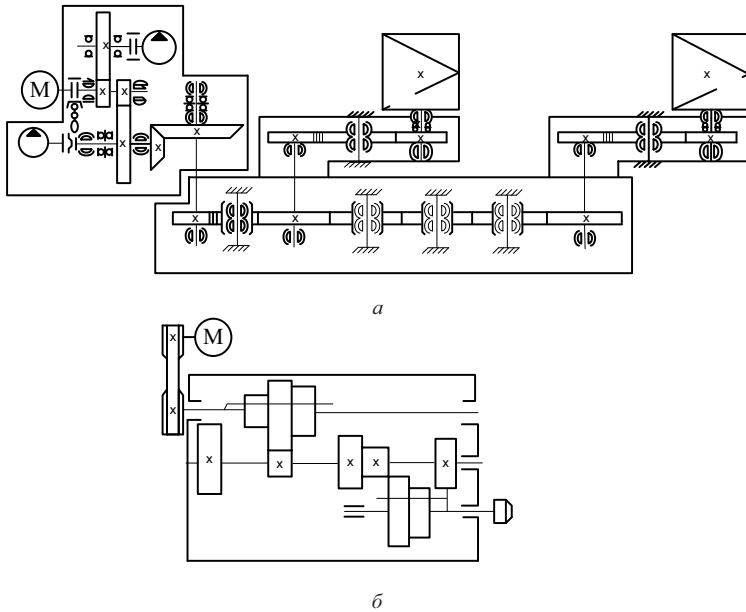


Рис. 1.1. Приводы главного движения: а – исполнительного органа редукторов комбайна 1К101; б – коробки скоростей на  $z = 6$

регулируемые приводы с двигателями асинхронного типа. Применяются также ПГД с регулируемыми приводами, соединяющимися с многоступенчатой коробкой скоростей. В кинематических цепях приводов машин сельскохозяйственного назначения широкое применение находят цепные и ременные передачи. На рис. 1.1 [4] приведены типовые кинематические схемы ПГД некоторых технологических машин.

В качестве приводных в ПГД используются асинхронные трехфазные короткозамкнутые электродвигатели, регулируемые электродвигатели постоянного тока, частотно-регулируемые асинхронные электродвигатели. ПГД могут быть приводить в движение один или несколько исполнительных рабочих органов. Для снижения динамических нагрузок и повышения надежности за счет резервирования в ПГД применяют также параллельно действующие приводные электродвигатели.

Вспомогательные приводы технологических машин также можно разделить на две группы по характеру движения конечного звена кинематической цепи.

матической цепи: с вращательным и поступательным его движением. По структуре вспомогательные приводы подобны ПГД, но отличаются более широким диапазоном регулирования скорости движения выходного звена. В современных вспомогательных приводах все более широко применяются регулируемые приводы с двигателями постоянного и переменного тока. Особым типом вспомогательного привода можно назвать привод подачи в металлорежущих станках. Например, в станках с числовым программным управлением основным элементом в кинематической цепи привода подач является шариковый или гидростатический механизм винт-гайка (червяк-рейка), который соединяется с приводным двигателем либо через редуктор, либо непосредственно через муфту. Во вспомогательных приводах используются электродвигатели постоянного тока с независимым возбуждением, с возбуждением от постоянных магнитов, шаговые электродвигатели и гидродвигатели, электродвигатели с малоинерционными роторами.

В транспортирующих машинах также используются приводы основного движения, например главного подъема в грузоподъемных машинах, приводы конвейера, и вспомогательные приводы, осуществляющие передвижение, поворот, наклон машины, изменение положения рабочего органа и т. п. Приводы основного движения аналогичны ПГД в технологических машинах. Приводы вспомогательного движения чаще всего выполняются как нерегулируемые электромеханические редукторные системы, приводящие в движение конечное звено цепи с вращательным или поступательным характером движения. В транспортирующих машинах находят применение электродвигатели тягового типа, работающие от аккумуляторов.

Передача вращающего момента от приводного электродвигателя к редуктору или непосредственно к конечному звену привода осуществляется либо через зубчатую пару по схеме «мотор-редуктор» (рис. 1.2), либо через ременную передачу (рис. 1.1, б), либо через муфту. При этом используются различные типы как ременных передач, так и муфт.

Приводы общего назначения по кинематической структуре и представлению динамических моделей можно подразделить на следующие виды (рис. 1.3):

1) цепные линейные, к которым относится большинство приводов вращательного и поступательного движения рабочих органов. Они

содержат один входной элемент (двигатель) и один выходной (исполнительный орган). В приводах используются различные типы ременных и цепных передач, зубчатые цилиндрические и конические передачи, передачи винт-гайка, а также гипоидные и винтовые передачи;

2) цепные линейные с переключаемыми передачами, используемые в транспортных машинах, металлорежущих станках (рис. 1.1, б),

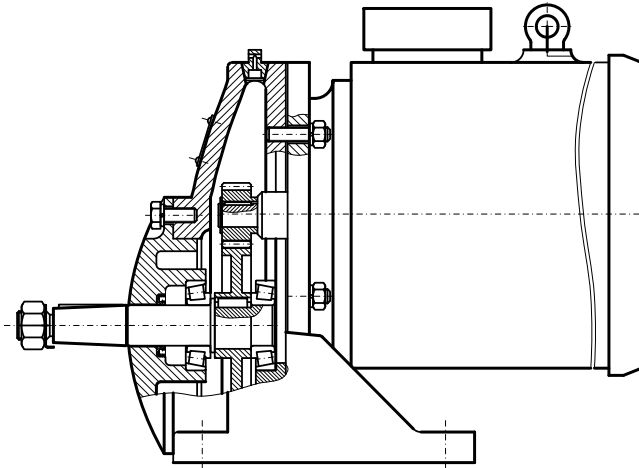


Рис. 1.2. Схема «мотор-редуктор»

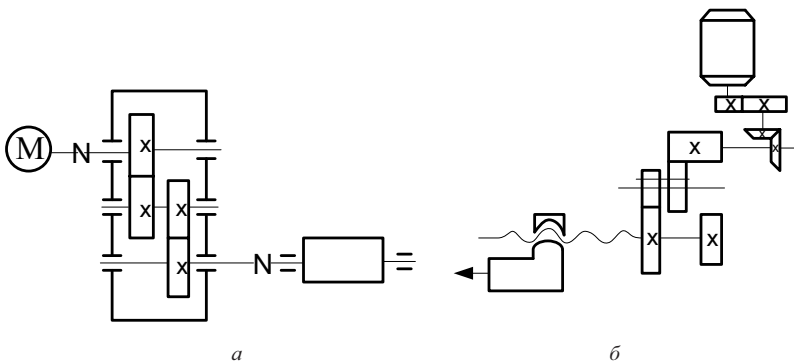


Рис. 1.3. Цепные линейные приводы рабочих органов: а – вращательного движения; б – поступательного движения

другом ступенчатом регулируемом оборудовании, в которых содержатся инерционные и упругие ответвления;

3) цепные виды с разветвленными (дублированными) выходными элементами, исполнительными органами (рис. 1.4, а);

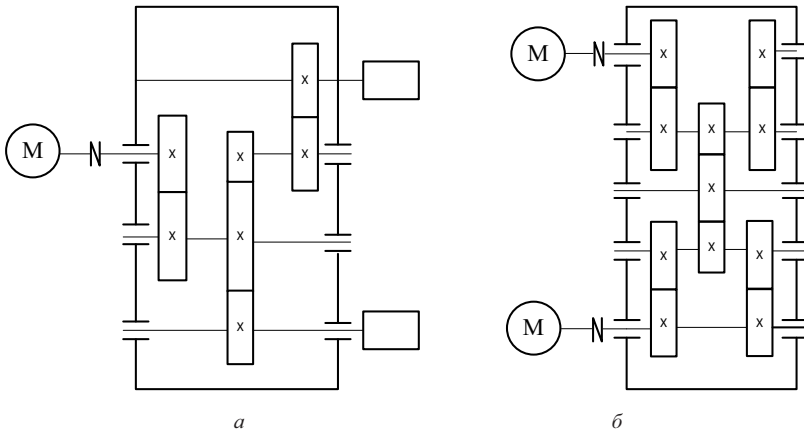


Рис. 1.4. Привод с дублированными кинематическими элементами:  
а – выходными; б – входными (многодвигательный)

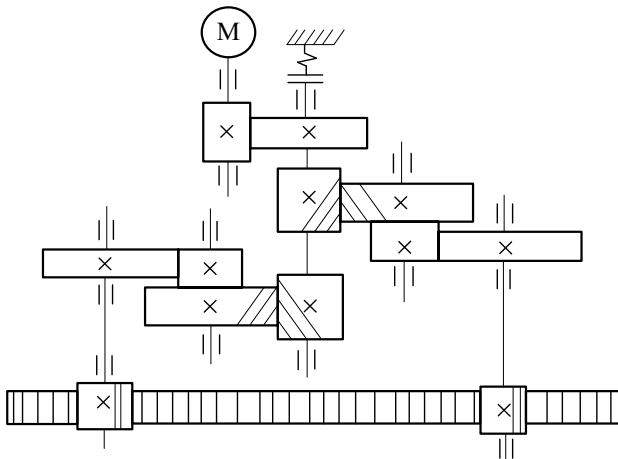


Рис. 1.5. Привод с выбором зазора в конечной кинематической цепи

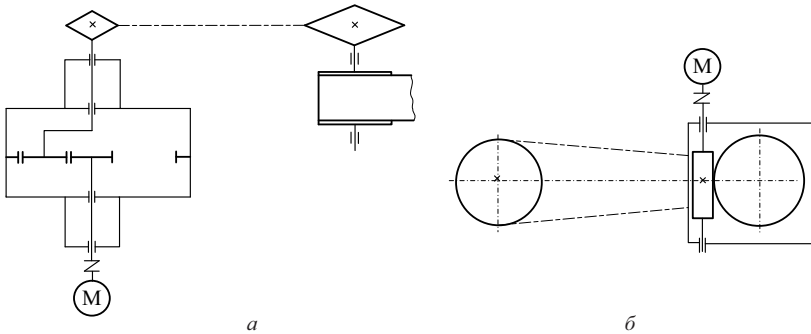


Рис. 1.6. Приводы со сложными и самотормозящимися передачами:  
*а* – с планетарной; *б* – с червячной

4) цепные с разветвленными входными элементами (многодвигательный привод) (рис. 1.4, *б*);

5) цепные с замкнутыми участками кинематической цепи (с параллельными потоками) (рис. 1.5);

6) цепные линейные, содержащие в кинематической цепи передачи с пространственно перемещающимися валами (планетарные передачи) или волновые зубчатые передачи (рис. 1.6, *а*);

7) цепные с самотормозящимися передачами (винт-гайка скольжения, червячные) (рис. 1.6, *б*).

## 1.2. Характеристики и режимы нагружения приводов

Главный и вспомогательный приводы рабочих машин предназначены для передачи основной составляющей установленной мощности машины. Характер действующих в машине рабочих нагрузок в установленном режиме, относительные величины возникающих перегрузок, особенности работы машин в переходных режимах (разгон, торможение, реверсирование) – все это является важным для анализа и оценки динамического качества привода. Следует заметить, что на характер действующих нагрузок, их амплитуды и частоты оказывают влияние динамические характеристики как механической системы привода, так

и электродвигателя и системы его регулирования. Как показали исследования В. А. Кудинова [24], рабочие процессы и процессы в упругой системе и системе привода образуют динамически замкнутую систему. Усилия (крутящие моменты), действующие на рабочие органы, деформируют упругую систему и систему привода, вызывая изменения скоростей и ускорений элементов привода. Реакции упругой механической системы и системы привода (упругие, инерционные, диссипативные) зависят не только от величины рабочих силовых воздействий, но и от частоты их изменений.

Характеристики и режимы нагружения приводов машин получают экспериментальными методами. Для этих целей используют методы тензометрирования, измерения с помощью термоэлементов, пьезоэлектрических приборов, приборов для измерения времени и др. Результатам измерений эксплуатационных режимов нагружения приводов машин посвящены многочисленные научно-технические публикации.

О росте нагрузок в приводах при работе машин показывают, например, исследования механизмов передвижения мостовых кранов на переходных режимах. Здесь отношение наибольшей динамической нагрузки к нагрузке статических сопротивлений достигало 9,7–21,8. Динамическая нагрузка превышала среднюю пусковую в 1,7–4,7 раза [19]. В приводах вращения ротора тяжелых экскаваторов при крутильных колебаниях динамические нагрузки превышают статические в 1,25–1,3 раза, а при стопорении – в 2–3 раза. В траншейных экскаваторах коэффициент динамичности в приводе достигает 3,8. В системе привода при пуске и торможении происходят удары в зубчатых передачах редуктора [8].

В работе [45] указывается, что нагрузка привода выемочной горной машины по продолжительности периодов работы и простоев носит случайный характер. Амплитуды нагрузки, их средние значения и частота не остаются постоянными и представляют собой случайные функции. Нагрузки в приводе имеют широкополосный спектр с преобладанием частот 0–50 Гц. Число включений электродвигателей приводов горных комбайнов составляет 60–80 в час. О характере неравномерной нагрузки свидетельствует график нагружения привода выемочной машины (рис. 1.7). Максимальная нагрузка в приводе горных машин в момент встречи режущего инструмента исполнительного органа с твердым

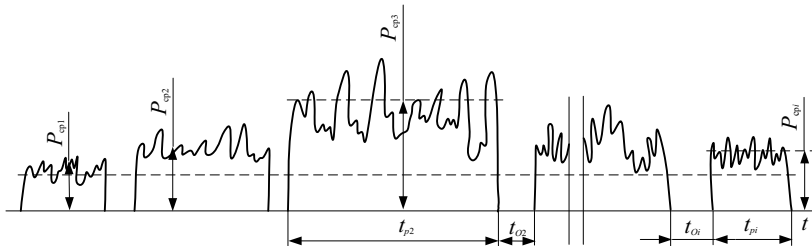


Рис. 1.7. График нагружения привода выемочной машины

включением может более чем в 2 раза превышать максимальный момент привода. Отказы из-за поломок, вызванных действием внезапных нагрузок, достигают 10–15 % общего числа отказов элементов трансмиссии горных комбайнов.

Характеристики возмущающих воздействий на шпиндель металлорежущего станка при фрезеровании очень разнообразны. Они определяются режимами резания, диаметром и числом зубьев фрезы и т. п. При типичных видах обработки наблюдаются режимы работы с вибрацией в диапазоне частот 5–250 Гц [42].

Точность обработки деталей на станках как один из основных оценочных показателей их качества зависит не только от сложного не-синусоидального характера многих периодических возмущений, но и от деформаций упругой системы станка в динамике.

Особенности внешних возмущений и резонансные свойства упругой системы станка приводят к тому, что в спектре вынужденных колебаний обязательно присутствуют колебания на собственных частотах системы. При этом отсутствуют видимые периодические воздействия с соответствующей частотой [7]. Экспериментально полученный спектр колебаний шлифовального станка при холостом ходе [24] показывает, что в спектре частот кроме первых гармоник известных возбудителей (электродвигатель, электрическая сеть, неуравновешенные роторы и др.) присутствуют амплитуды колебаний на собственной частоте.

Таким образом, основными характеристиками динамических нагрузок в приводах следует считать значения: