



СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
SIBIRIAN FEDERAL UNIVERSITY

Л. Ю. Фомина, О. В. Воротынова, С. Л. Крафт  
**ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА**  
**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**



**ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ**

УДК 621.03(07)  
ББК 30.12я73  
Ф762

**Р е ц е н з е н т ы:**

А. Н. Морозов, кандидат технических наук, доцент кафедры «Общепрофессиональные дисциплины» Иркутского государственного университета путей сообщения;

Ю. Н. Макеева, кандидат технических наук, доцент кафедры «Агроинженерия» Красноярского государственного аграрного университета

**Фомина, Л. Ю.**

Ф762           Техническая механика : учеб. пособие / Л. Ю. Фомина, О. В. Воротинова, С. Л. Крафт. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2021. – 144 с.  
ISBN 978-5-7638-4268-5

Рассмотрены методы расчета простейших элементов строительных конструкций – прямолинейных брусев – на прочность, жесткость, устойчивость. Изложен теоретический материал и приведены примеры решения типовых задач. Отдельное внимание уделено теме построения эпюр внутренних силовых факторов и контролю правильности построения этих эпюр.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению бакалавриата 08.03.01 «Строительство».

**Электронный вариант издания см.:**  
**<http://catalog.sfu-kras.ru>**

**УДК 621.03(07)**  
**ББК 30.12я73**

ISBN 978-5-7638-4268-5

© Сибирский федеральный университет, 2021

---

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
1. Основные понятия, допущения и гипотезы дисциплины.	
Построение эпюр внутренних силовых факторов.....	5
2. Понятие о напряжениях. Методы расчетов на прочность .....	29
3. Испытание пластичных материалов на растяжение, сжатие.....	38
4. Геометрические характеристики плоских сечений .....	43
5. Расчеты на прочность и жесткость при растяжении, сжатии.....	65
6. Прямой чистый изгиб .....	72
7. Прямой поперечный изгиб .....	78
8. Уравнение упругой линии. Определение перемещений в балках методом непосредственного интегрирования дифференциального уравнения упругой линии .....	84
9. Определение перемещений в балках по методу начальных параметров.....	88
10. Основы теории напряженного состояния тела в точке .....	93
11. Основы теории деформированного состояния тела в точке.....	101
12. Критерии прочности .....	104
13. Чистый сдвиг. Расчёт на срез и смятие .....	107
14. Расчёт стержней, работающих на кручение .....	111
15. Сложное сопротивление бруса. Расчет на косоу изгиб бруса.....	116
16. Расчет на внецентренное сжатие бруса .....	122
17. Расчет стержней на изгиб с кручением.....	128
18. Решения типовых задач по основным темам .....	130
Заключение .....	137
Библиографический список.....	138

---

---

## ВВЕДЕНИЕ

В условиях современного производства инженер техники и технологии строительства встречается с множеством производственных, проектно-конструкторских и исследовательских задач, в которых значительное место занимают вопросы расчетного обоснования прочности, жесткости, устойчивости строительных конструкций, зданий, сооружений и комплексов. Техническая механика имеет большое значение для развития умения выявлять проблемы прочности и жесткости простейших элементов конструкций, возникающих в профессиональной деятельности.

Содержание данного учебного пособия соответствует рабочей программе дисциплины «Техническая механика».

Техническая механика является базой для изучения таких дисциплин, как сопротивление материалов, строительная механика, расчет статически определимых и неопределимых систем.

Изучение материала учебного пособия позволит сформировать у студентов следующие компетенции:

ОПК-1: способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

ОПК-2: способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат.

---

---

## **1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ДОПУЩЕНИЯ И ГИПОТЕЗЫ ДИСЦИПЛИНЫ. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ**

В дисциплине «Техническая механика» изучаются основы инженерных методов расчета на прочность, жесткость, устойчивость элементов конструкций, сооружений и машин с учетом требований долговечности и экономичности.

Прочность – способность конструкции, ее узлов и деталей не разрушаясь воспринимать внешние нагрузки.

Под разрушением (нарушением прочности) твердого тела понимается достижение такого состояния, когда нарушается конструктивная функция тела (разрыв, излом, пластическая (остаточная) деформация) и оно становится непригодным к эксплуатации.

Жесткость – способность конструкции, ее узлов и деталей сопротивляться деформациям (изменениям формы и размеров) под действием внешних нагрузок.

Устойчивость – способность конструкции, ее узлов и деталей сохранять положение равновесия под действием внешних нагрузок.

Долговечность – способность строительного объекта сохранять прочностные, физические и другие свойства, устанавливаемые при проектировании и обеспечивающие его нормальную эксплуатацию в течение расчетного срока службы.

Нормальная эксплуатация – это эксплуатация строительного объекта в соответствии с условиями, предусмотренными в строительных нормах или задании на проектирование, включая соответствующее техническое обслуживание, капитальный ремонт и реконструкцию.

Расчетный срок службы – установленный в строительных нормах или в задании на проектирование период использования строительного объекта по назначению до капитального ремонта и (или) реконструкции с предусмотренным техническим обслуживанием. Расчетный срок службы отсчитывается от начала эксплуатации объекта или возобновления его эксплуатации после капитального ремонта или реконструкции.

Экономичность в значительной мере определяется расходом материала, применением менее дефицитных конструкционных материалов,

возможностью изготовления деталей по наиболее прогрессивным технологиям, без изменения требований к надежности.

Устойчивость сооружений – способность сооружений противодействовать усилиям, стремящимся вывести их из исходного состояния равновесия.

На все конструкции, узлы и детали во время их работы действуют различные воздействия.

Воздействия – это нагрузки, изменение температуры, влияние на строительный объект окружающей среды, действие ветра, осадка оснований, смещение опор, деградация свойств материалов во времени и другие эффекты, вызывающие изменения напряженно-деформированного состояния строительных конструкций. При проведении расчетов допускается задавать воздействия как эквивалентные нагрузки.

Нагрузки – это внешние механические силы (вес конструкций, оборудования, снегоотложений, людей и т. п.), действующие на строительные объекты.

При определении величины и направления таких сил, приложенных к телам, находящимся в равновесии, обычно делается допущение, что все тела абсолютно твердые, т. е. недеформируемые. В действительности же тела под действием приложенных к ним сил деформируются, т. е. в той или иной степени меняют свою форму или размеры под действием внешних механических сил и изменения температуры. Деформация, полностью исчезающая после прекращения действия нагрузки, называется упругой, а само свойство тела называется упругостью. Абсолютно упругих тел в природе не существует, но если деформации невелики, то тела можно считать упругими. Если после снятия нагрузки тело не восстанавливает прежней формы, то деформация считается пластической (остаточной).

Характер деформации (упругая или пластическая) зависит от величины силы, действующей на тело, размеров тела и механических свойств материала.

В зависимости от направления действия сил, приложенных к телу, выделяют следующие простые виды деформаций: растяжение, сжатие, сдвиг, кручение, изгиб.

Деформация растяжения или сжатия возникает в том случае, когда внешние силы направлены по одной прямой вдоль оси тела в разные стороны (рис. 1.1, *а, б*), например в стержнях фермы.

Если на тело действуют равные по модулю внешние силы, направленные в противоположные стороны, стремящиеся сдвинуть одну часть тела относительно другой, возникает деформация сдвига (рис. 1.1, *в*). При этом силы параллельны и находятся на небольшом расстоянии друг от друга (например, при разрезании листа бумаги ножницами).

Если тело находится под действием нагрузок, создающих противоположные пары сил в плоскостях, перпендикулярных продольной оси тела (например, валы машин, отвертки), то появляется деформация кручения (рис. 1.1, *з*).

Если внешние нагрузки направлены под некоторым углом к оси тела, то создается деформация изгиба (рис. 1.1, *д*). Под действием такой нагрузки тело может изгибаться, например трамплин для прыжков в воду, перемычки, подкрановые балки.

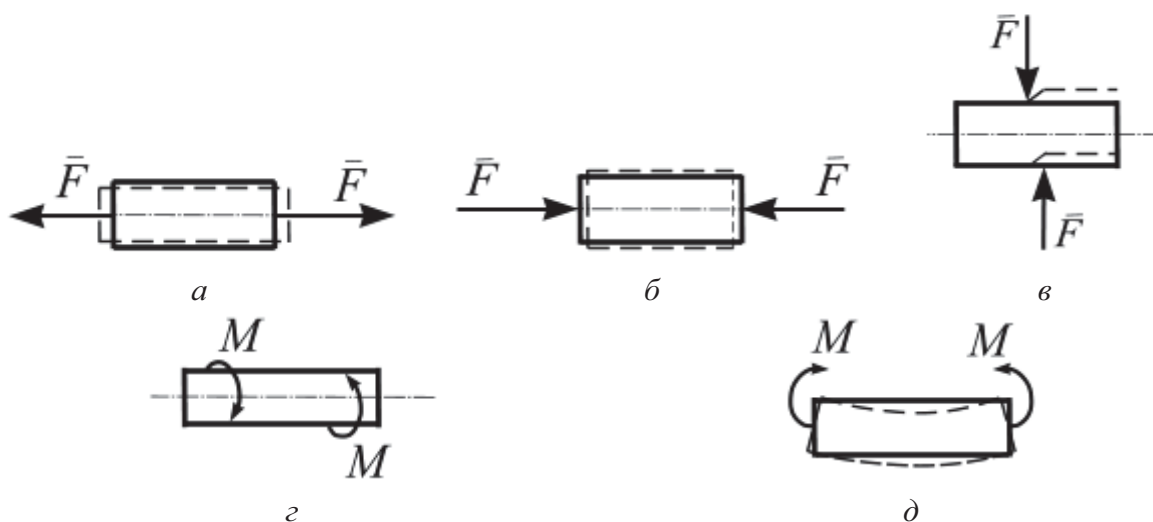


Рис. 1.1. Виды деформаций: *a* – осевое растяжение; *б* – осевое сжатие; *в* – сдвиг; *г* – кручение; *д* – изгиб

Сложные деформации состоят из двух и более простых деформаций. Количественная мера изменения размеров бруса (рис. 1.2) – это линейная деформация.

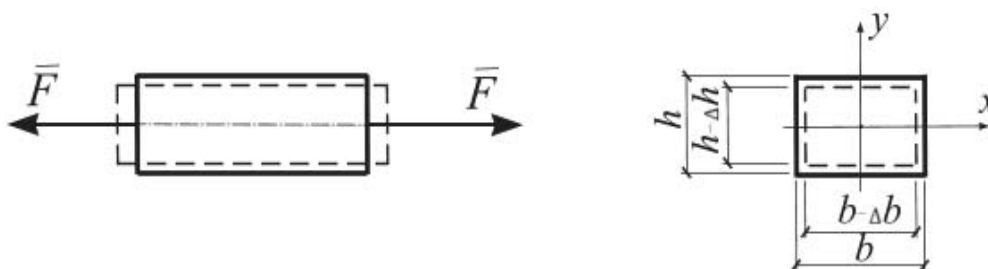


Рис. 1.2. Изменение размеров бруса после приложения внешней нагрузки

Абсолютная линейная деформация

$$\Delta \ell = \ell_1 - \ell, \quad (1.1)$$

где  $\ell$  – начальная длина произвольного отрезка, проведенного в брус;  $\ell_1$  – длина отрезка первоначальной длины  $\ell$  после приложения внешней нагрузки (удлинение или сжатие).

Относительная деформация бруса  $\varepsilon$  (читается – эpsilon):

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \cdot 100 \%. \quad (1.2)$$

Относительная деформация является безразмерной величиной.

Линейную деформацию можно разделить на продольную (удлинение или укорочение бруса) и поперечную (изменение размеров поперечного сечения бруса).

Продольная линейная деформация  $\Delta \ell$  рассчитывается по формуле (1.1).

Если  $\Delta \ell > 0$ , то брус растягивается; если  $\Delta \ell < 0$ , то брус сжимается.

Поперечная деформация  $\varepsilon'$  определяет изменение поперечных размеров, поэтому

$$\varepsilon' = \frac{\Delta A}{A},$$

где  $\Delta A = A_1 - A$  – изменение площади поперечного сечения бруса;  $A$  – площадь поперечного сечения бруса до приложения внешней нагрузки;  $A_1$  – площадь поперечного сечения бруса после приложения внешней нагрузки.

Относительную линейную деформацию можно разложить по координатным осям. Получим компоненты линейных деформаций в координатных осях:  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ .

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta b}{b} \cdot 100 \%, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta h}{h} \cdot 100 \%, \quad \varepsilon_z = \varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \cdot 100 \%. \quad (1.3)$$

В определенных пределах поперечная деформация  $\varepsilon'$  прямо пропорциональна продольной деформации  $\varepsilon$ , но имеет обратный знак:

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon. \quad (1.4)$$

Коэффициент  $\mu$  (читается – мю) называется коэффициентом Пуассона.

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (1.5)$$

Коэффициент Пуассона для изотропных материалов изменяется в пределах  $0 \leq \mu \leq 0,5$  и для каждого материала является постоянной величиной, характеризующей упругие свойства материала. Например: для пробки  $\mu = 0$ ; для сталей  $\mu = 0,25-0,30$ ; для резины и парафина  $\mu \approx 0,5$ .

После приложения внешней нагрузки к брусу изменяются не только линейные размеры бруса, но и форма тела. Изменение формы тела после приложения внешней нагрузки характеризует угловая деформация.

Относительная угловая деформация в точке  $B$  в плоскости  $ABC$  (рис. 1.3)



$$\angle \gamma = \alpha + \beta = \angle ABC - \angle A_1 B_1 C_1,$$

где  $\angle ABC$  – произвольный угол  $ABC$ , проведенный в брус, до приложения внешней нагрузки;  $\angle A_1 B_1 C_1$  – угол  $ABC$  после приложения нагрузки.

Компоненты угловой деформации по различным плоскостям:  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ .

Таким образом, полная деформация бруса складывается из линейной и угловой (рис. 1.4).

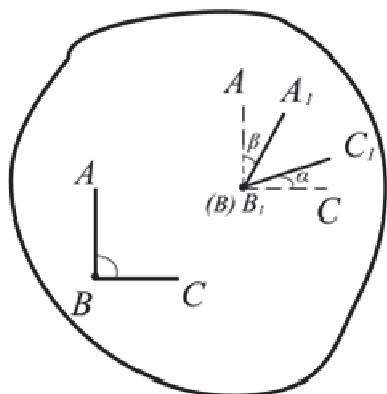


Рис. 1.3. Угловая деформация

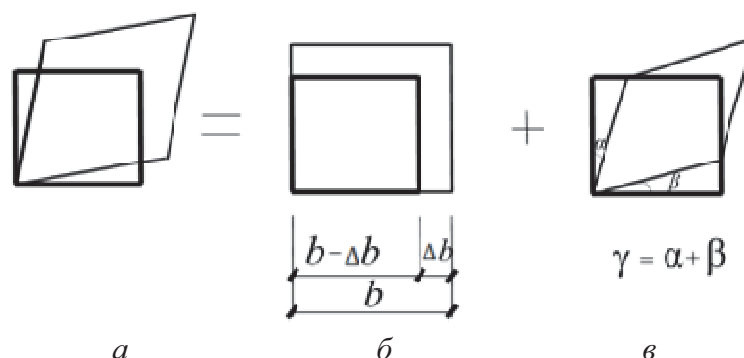


Рис. 1.4. Полная (а), линейная (б), угловая (в) деформации бруса

Совокупность линейных и угловых деформаций по различным направлениям и плоскостям для одной точки называется деформированным состоянием в точке.

Приступая к расчету конструкций (реальных объектов), необходимо установить, что является важным и что несущественно, т. е. не может существенно повлиять на работу конструкции. Рассмотрев реальные свойства материала, геометрические параметры конструкции, условия эксплуатации и другие факторы, выбирается расчетная схема с учетом схематизации реального объекта.

Реальный объект – это сооружение, конструкция, техническая система, машина, механизм, узлы, элементы, детали.

Расчетная схема сооружения – это упрощенное (условное) изображение используемого реального объекта при проведении расчетов (рис. 1.5). При выборе расчетных схем пренебрегают некоторыми (главным образом второстепенными) факторами с целью получения простых и в то же время достаточно точных инженерных решений.

В зависимости от постановки задачи и требуемой точности ее решения для одной и той же конструкции может быть несколько расчетных схем. Также и одна расчетная схема может соответствовать различным конструкциям.

Выбор расчетной схемы начинается со схематизации реального объекта. Выделяют следующие типы схематизации: физическую, геометрическую, силовую.

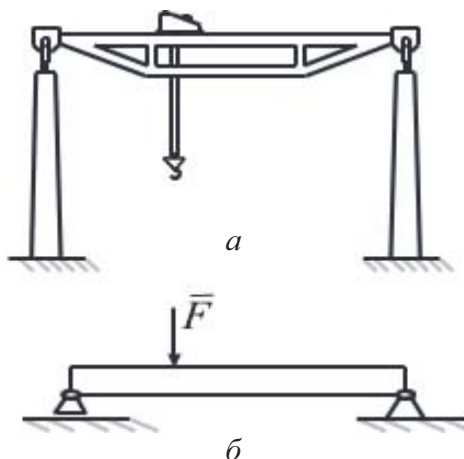


Рис. 1.5. Схематизация реального объекта и выбор расчетной схемы: *a* – схема мостового крана; *б* – расчетная схема моста крана

**Физическая схематизация.** При построении теории расчета невозможно отразить всё многообразие свойств реальных материалов, поэтому принимают ряд гипотез и допущений, упрощающих расчеты:

1. Гипотеза сплошности и однородности. Материал представляет собой однородную сплошную среду; свойства материала во всех точках тела одинаковы и не зависят от размеров тела. Гипотеза позволяет не учитывать особенности кристаллической структуры металла, разный химический состав и прочностные свойства связующего и наполнителей в пластмассах, бетонах (щебень, песок, цемент), наличие сучков в древесине.

2. Гипотеза об изотропности материала. Физико-механические свойства материала одинаковы по всем направлениям. К основным физико-механическим свойствам материала относятся: удельный и объемный вес, плотность и пористость, водопоглощение, водопроницаемость, морозостойкость, теплопроводность, теплоемкость, огнестойкость, прочность, упругость, твердость. Однако для анизотропных материалов (например, для древесины, железобетона, композиционных материалов), отличающихся неодинаковыми физико-механическими свойствами по различным направлениям, предположение об изотропии неприемлемо.

3. Гипотеза об идеальной упругости материала. Тело способно восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших его деформацию.

4. Гипотеза о совершенной упругости материала. Перемещения точек конструкции в упругой стадии работы материала прямо пропорциональны

силам, вызывающим эти перемещения, т. е. выполняется закон Гука. Реальные тела можно считать упругими только до определенных величин нагрузок, и это необходимо учитывать, применяя расчетные формулы.

5. Гипотеза Бернулли о плоских сечениях. Поперечные сечения, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси в деформированном состоянии; при изгибе сечения поворачиваются не искривляясь (рис. 1.6).

6. Принцип Сен-Венана. В сечениях, достаточно удаленных от мест приложения нагрузки, деформация тела не зависит от конкретного способа нагружения и определяется только статическим эквивалентом нагрузки (рис. 1.7).

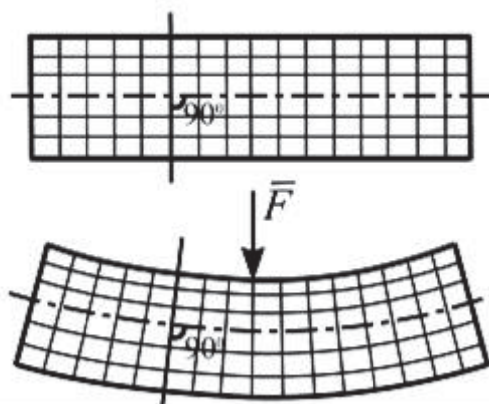


Рис. 1.6. Демонстрация гипотезы Бернулли

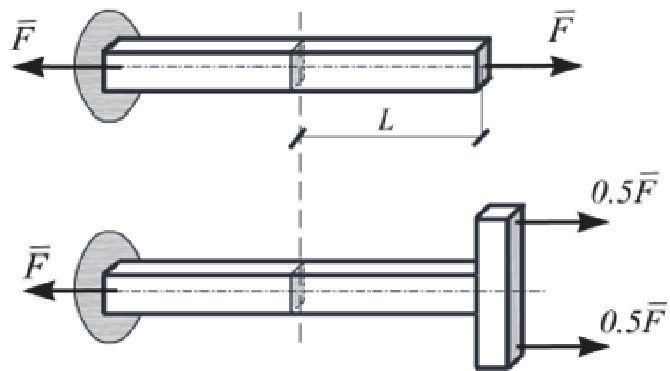


Рис. 1.7. Демонстрация принципа Сен-Венана

7. Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции). Результат воздействия нескольких внешних факторов равен сумме результатов воздействия каждого из них, прикладываемого в отдельности, и не зависит от последовательности их приложения. Это же справедливо и в отношении деформаций (рис. 1.8).

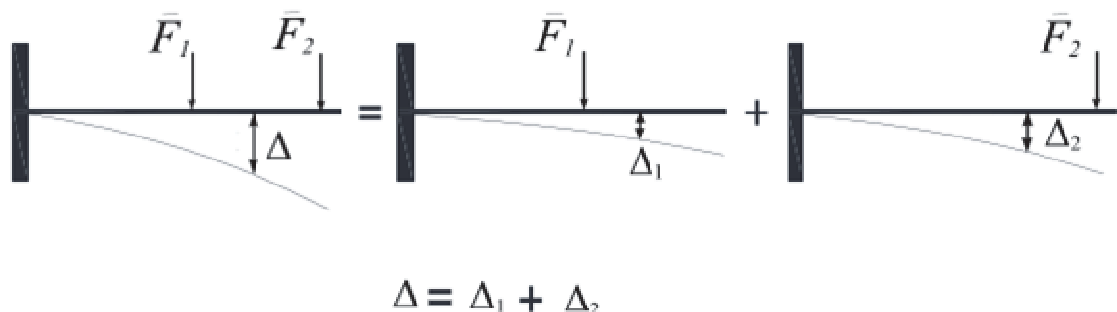


Рис. 1.8. Демонстрация независимости действия сил (перемещение  $\Delta$  в заданном сечении от сил  $F_1, F_2$  складывается из перемещений от каждой силы  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ , как если бы они действовали по одной)

8. Принцип начальных размеров (гипотеза о малости деформаций). Деформации в точках тела настолько малы по сравнению с размерами деформируемого тела, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок, приложенных к телу.

9. Допущение об отсутствии начальных внутренних усилий в теле до приложения нагрузки. Почти во всех реальных деталях и элементах конструкций указанное допущение полностью не выполняется. Внутренние напряжения в деревянных конструкциях возникают вследствие неравномерного высыхания; в стальных и чугунных отливках – вследствие неравномерного охлаждения; в стальных деталях – вследствие термической (например, закалка) и механической (например, шлифование) обработок.

**Геометрическая схематизация.** Основным приемом схематизации является приведение геометрической формы тела к типовым геометрическим схемам. При этом элементы сооружений классифицируют в зависимости от соотношения размеров тела: длины, ширины и высоты.

Типовыми геометрическими схемами являются брус, пластина, оболочка, массив.

Брус – тело, одно из измерений которого значительно больше двух других (рис. 1.9). При расчётах брус заменяют его геометрической (продольной) осью.

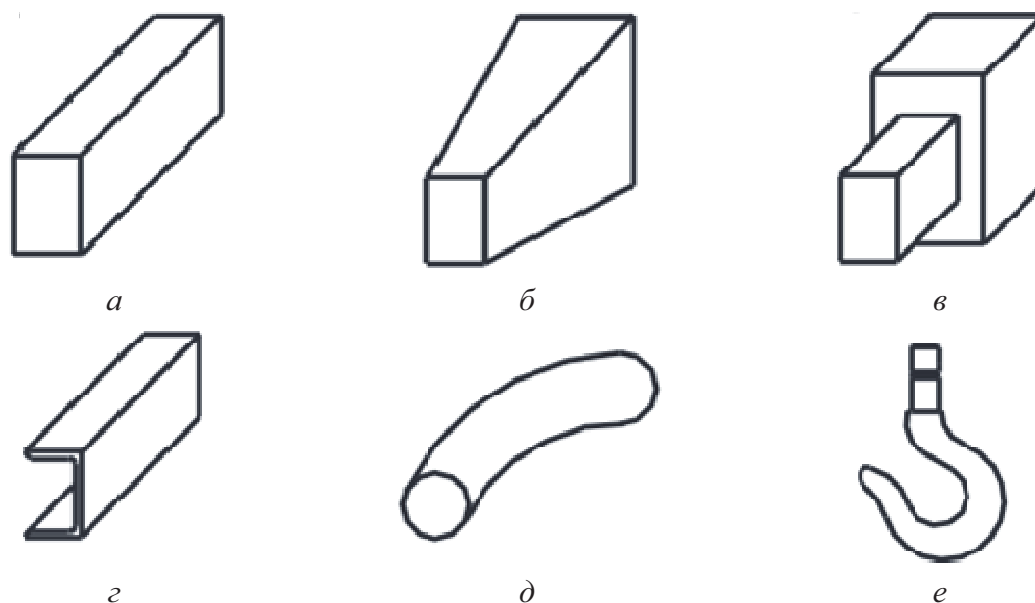


Рис. 1.9. Примеры брусев различной формы: *a* – с прямолинейной осью постоянного сечения; *б* – с прямолинейной осью переменного сечения; *в* – ступенчатый с прямолинейной осью; *г* – тонкостенный; *д* – с криволинейной осью постоянного сечения; *е* – с криволинейной осью переменного сечения

Геометрическая ось бруса – это линия, соединяющая центры тяжести отдельных поперечных сечений бруса.

Ось бруса может быть прямолинейной (рис. 1.9, *a–z*) или криволинейной (рис. 1.9, *д, e*).

В зависимости от направления сил, действующих на брус, его называют стержнем, валом или балкой.

Стержень – это брус, работающий на растяжение или сжатие под действием сил (или равнодействующих сил), линии действия которых направлены вдоль оси бруса.

Вал – это брус, работающий на кручение под действием пар сил, расположенных в плоскостях, перпендикулярных оси бруса.

Балка – это прямой брус, работающий на изгиб под действием внешних сил, расположенных под углом к оси бруса.

Основным объектом, рассматриваемым в технической механике, является брус с прямолинейной осью.

Пластина – тело, ограниченное двумя параллельными плоскостями, расстояние между которыми, называемое толщиной пластины, мало по сравнению с его другими размерами (рис. 1.10). Пластины могут быть круглыми, прямоугольными и иметь другие очертания. Пластинами являются плоские днища и крышки резервуаров, плиты перекрытия зданий и т. п.

Оболочка – тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояния между которыми (толщина) мало по сравнению с другими ее размерами (рис. 1.11).

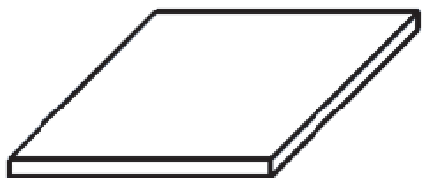
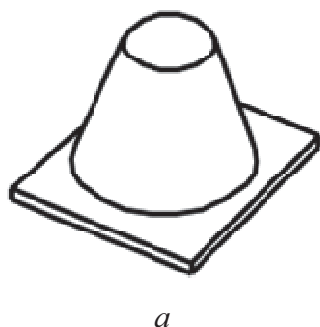


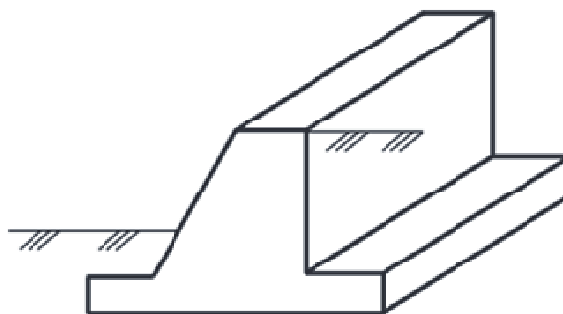
Рис. 1.10. Пластина



Рис. 1.11. Оболочка



*а*



*б*

Рис. 1.12. Массив: *а* – конус для определения подвижности бетона; *б* – блок подпорной стены