Решебник по физике

- √ Методика решения задач по всему школьному курсу
- √ Лучший сборник для самостоятельной экспресс-подготовки
- √ Соответствует программе курса физики средней школы
- √ Рекомендовано лучшими репетиторами

И.Л. КАСАТКИНА

ЛУЧШИЕ АВТОРЫ РОССИИ

УДК 53(075.3)076.1)
ББК 22.3я721-4
К28

Касаткина, И. Л.

К28 Решебник по физике : учеб. пособие / И.Л. Касаткина. — М. : СмартБук : Книжкин Дом, 2011. — 608 с.
ISBN 978-5-9791-0251-1

Агентство CIP РГБ

Решебник составлен в соответствии с программой курса физики средней школы. Он содержит множество задач как средней, так и повышенной трудности по всем разделам школьного курса. Все задачи, за исключением тех, что предназначены для самостоятельного решения, снабжены подробным решением со всеми математическими выкладками и чертежами. Для лучшего понимания подходов к решению разнообразных задач каждый раздел содержит весь необходимый теоретический материал и советы по выбору способов решения. Часть задач составляют переработанные задачи ЕГЭ последних лет и олимпиад по физике. Приложение в конце пособия содержит математические формулы, необходимые при решении задач физики.

Решебник полезен учащимся старших классов школ, лицеев и гимназий, а также абитуриентам при подготовке к ЕГЭ и студентам младших курсов технических колледжей и вузов.

Учебное издание

Главный редактор *Ингерлейб М.*
Зав. редакцией *Фролова Ж.*
Корректор *Бутко Н.*
Художник *Баева Э.*
Оформление переплета *Калинченко Ю.*
Компьютерная верстка *Басов А.*

Общероссийский классификатор продукции ОК-005-93, том 2;
953000 – книги, брошюры

Подписано в печать 25.08.2010. Формат 84x108/32.
Усл. печ. л. 28,5. Тираж 3000 экз. Заказ № .

Раздел 1. МЕХАНИКА

Краткая теория и советы к решению задач

В задачах механики рассматривается механическое движение тел или их равновесие. Механическим движением называют изменение взаимного положения тел в пространстве с течением времени. Если положение тела в пространстве с течением времени не изменяется, то тело находится в равновесии.

Механику условно делят на кинематику, динамику и статику.

В задачах кинематики рассматривают движение тел без учета причин, влияющих на характер движения, поэтому в таких задачах оперируют только понятиями траектория, путь, перемещение, время, скорость, ускорение, частота вращения и угловая скорость.

Следует различать понятия пути и перемещения. Путь — это длина траектории тела. Путь — скалярная и всегда положительная величина. В процессе движения путь может только увеличиваться.

Перемещение — это вектор, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением и направленный к конечному положению. Путь может быть равен модулю перемещения, когда направление движения тела неизменно, т.е. когда оно движется прямолинейно и только в одну сторону. В остальных случаях путь больше модуля перемещения.

При равномерном движении скорость неизменна, а при переменном движении различают мгновенные начальную и конечную скорости, а также среднюю скорость.

Скорость при прямолинейном равномерном движении равна отношению пути ко времени:

$$v = \frac{S}{t}.$$

График координаты и пути равномерного движения представляют собой прямую линию, наклоненную к оси времени под некоторым углом (рис. 1 и 2).

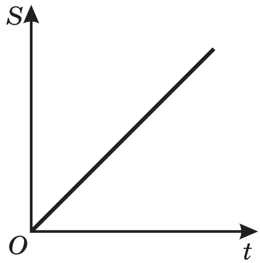

Рис. 1

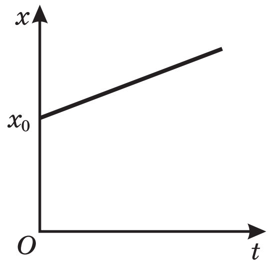

Рис. 2

График скорости равномерного движения представляет собой прямую линию, параллельную оси времени, ведь при равномерном движении скорость не изменяется (рис. 3).

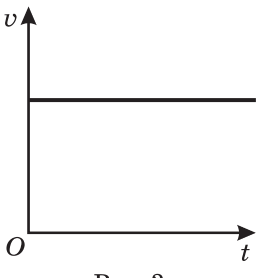

Рис. 3

Путь на таком графике численно равен площади прямоугольника, построенного на осях координат, как на сторонах.

Скорость движения — векторная величина. Вектор скорости $\vec{v}$ совпадает по направлению с вектором перемещения $\vec{S}$.

Ускорение — это отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло:

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_o}{t}.$$

Ускорение $\vec{a}$ — тоже вектор. Направление вектора ускорения совпадает с направлением вектора изменения скорости $\Delta\vec{v}$.

Графики координаты и пути равноускоренного движения представляют собой параболу (рис. 4). Если касательная к графику параллельна оси времени, значит, скорость в этот момент равна нулю.

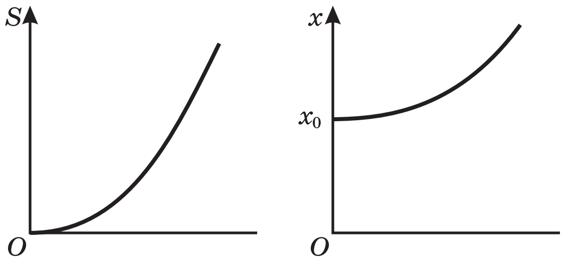

Рис. 4

График скорости равноускоренного движения есть прямая линия, наклоненная под некоторым углом к оси времени (рис. 5).

Определив характер движения тела, выберите формулу, в которую входят искомая величина и наибольшее количество известных из условия величин. Если такой формулы нет, выберите наиболее подходящие к условию задачи формулы и решите систему уравнений, постепенно исключая неизвестные величины, пока не останется одно уравнение с искомой величиной.

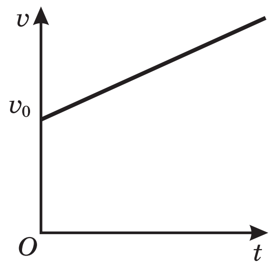

Рис. 5

При решении задач на относительность движения, когда одно тело движется относительно другого, тоже движущегося, надо выбрать систему отсчета, которую можно принять за неподвижную, и систему отсчета, движущуюся относительно неподвижной. Тогда, согласно правилу сложения скоростей Галилея, скорость тела относительно неподвижной системы отсчета равна векторной сумме скорости тела относительно подвижной системы и скорости подвижной системы относительно неподвижной. Например, скорость пассажира, движущегося по ходу поезда, относительно вокзала равна сумме его скорости относительно вагона и скорости поезда относительно вокзала. При этом следует пользоваться правилом сложения векторов, поскольку скорость — векторная величина.

Если тело движется криволинейно, например, будучи брошенным под углом к горизонту (рис. 6), то такое движение можно представить как результат сложения двух независимых движений: движения по горизонтали вдоль оси OX, которое в отсутствие сопротивления является равномерным, и движения по вертикали вдоль оси OY, которое сначала будет равнозамедленным с ускорением свободного падения, направленным вниз, а затем, после достижения телом высшей точки, равноускоренным с тем же по модулю ускорением. Для движения по горизонтали пишем уравнения равномерного движения, а по вертикали — уравнения равноускоренного движения.

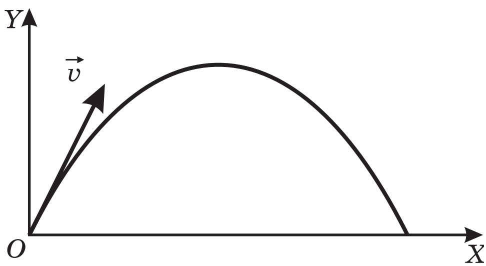

Рис. 6

При решении задач на равномерное движение точки по окружности, помните, что все точки, лежащие на одном и том же радиусе, движутся с одинаковыми угловой скоростью, периодом и частотой, поскольку за одинаковое время радиус поворачивается на одинаковый угол. А линейная скорость таких точек различна, — чем ближе к центру окружности, тем она меньше.

Если речь идет о движении секундной стрелки по циферблату, то вам известен ее период, — он равен 1 мин, если о минутной, то ее период 1 ч, если о часовой, то ее период 12 ч.

При решении задач динамики пользуемся законами Ньютона и законами сохранения импульса и энергии.

Если тело покоится или движется равномерно и прямолинейно, то применяем первый закон Ньютона: в инерциальной системе отсчета тело, на которое не действуют силы или они скомпенсированы, сохраняет скорость.

Если тело движется с ускорением, то применяем второй закон Ньютона: произведение массы тела и его ускорения равно векторной сумме всех приложенных к нему сил.

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Если тело движется равномерно по окружности, то равнодействующая сила всегда направлена по радиусу к центру окружности.

В задачах динамики обычно приходится применять еще и третий закон Ньютона: два тела взаимодействуют с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению.

При решении задач на связанные тела помните, что если массой связующих нити или каната можно пренебречь, то силы натяжения на их концах по модулю одинаковы, как и в любом другом месте связки. Одинаковы также и ускорения связанных тел.

Законы Ньютона удобно применять, когда необходимо учитывать силы, приложенные к телу, — например, когда надо найти одну из них. Если этого не требуется, то иногда для решения удобнее воспользоваться законами сохранения импульса и энергии.

Импульсом тела называют произведение его массы и скорости:

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Закон сохранения импульса: в замкнутой системе тел импульс системы сохраняется при любых изменениях внутри системы.

Замкнутой называют систему тел, на которую не действуют внешние силы. Импульсы тел внутри такой системы могут изменяться, но общий их импульс остается прежним.

Решая задачи на закон сохранения импульса, нужно учитывать, что импульс — векторная величина, поэтому если вы выбрали одно из направлений движения тел за положительное, то перед импульсами тел, движущихся в противоположном направлении, нужно ставить минус.

Решение некоторых задач требует применения обоих законов — как закона сохранения импульса, так и закона сохранения энергии. Различают закон сохранения механической энергии и общий закон сохранения энергии.

Закон сохранения механической энергии: в замкнутой системе тел, где между телами действуют только гравитационные силы (силы тяготения, силы тяжести) или силы упругости механическая энергия системы тел сохраняется при всех изменениях внутри системы.

Закон сохранения энергии: энергия не возникает из ничего и не исчезает, а лишь превращается из одного вида в другой в эквивалентных количествах.

Законы сохранения удобно применять при решении задач на соударение тел, составляющих замкнутую систему. При этом различают упругий и неупругий удары. При упругом ударе механическая энергия тел не превращается в иные виды энергии, например, в их внутреннюю энергию. При таком ударе выполняются оба закона сохранения: как закон сохранения импульса, так и закон сохранения механической энергии.

При неупругом ударе выполняется только закон сохранения импульса.

В задачах статики рассматриваются, как правило, условия равновесия тел, способных вращаться вокруг какой-либо оси.

Условия равновесия: тело, имеющее ось вращения, находится в равновесии, если равнодействующая всех приложенных к нему сил равна нулю и сумма моментов сил, вращающих тело вокруг оси по часовой стрелке, равна сумме моментов сил, вращающих его против часовой стрелки.

Моментом силы называют произведение вращающей тело силы и ее плеча:

$$M = Fl.$$

Плечо силы l — это длина перпендикуляра, опущенного из оси вращения О на линию действия силы F (рис. 7).

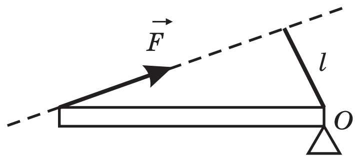

Рис. 7

Решая задачи на правило моментов сил, следует учитывать, что момент силы — векторная величина. Направление вектора момента силы определяют по правилу правого винта: если направление вращения головки винта совпадает с направлением вращающего действия силы, то поступательное движение винта совпадает с вектором момента силы.

При решении задач гидромеханики применяются в основном законы и формулы механики. Но здесь следует учитывать, что силы взаимодействия жидкостей и газов распределены по всей поверхности взаимодействующих тел, а не приложены к одной точке, как в задачах механики. Поэтому здесь приходится учитывать производимое этими силами давление на всю поверхность соприкасающихся тел.

Решение задач гидродинамики базируется на двух основных законах — законе Паскаля и законе Архимеда.

Закон Паскаля: давление, производимое на жидкость или газ, передается по всем направлениям одинаково.

Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненных телом.

Основные формулы механики

В скобках даны сокращенные обозначения размерностей физических величин в СИ.

При свободном падении $a = g = 9{,}8$ м/с^2 — ускорение свободного падения на уровне моря.

Равномерное движение

$x = x_o + v_x t \qquad S = v\,t$

Здесь x — конечная координата (м), x_o — начальная координата (м), v_x — проекция скорости на ось координат (м/с), t — время (с), S — путь (м), v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение

$$x = x_o + v_{ox} t + \frac{a_x t^2}{2}, \qquad a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_o}{t},$$

$$v = v_o + a\,t, \qquad S = v_o t + \frac{at^2}{2},$$

$$S = v_{ср}\,t, \qquad v_{ср} = \frac{v_o + v}{2},$$

$$v^2 - v_o^2 = 2aS$$

Здесь a — ускорение (м/с^2), Δv — изменение скорости (м/с), v — модуль конечной скорости (м/с), v_o — модуль начальной скорости (м/с), v_{ox} — проекция начальной скорости на ось координат (м/с), a_x — проекция ускорения на ось координат (м/с^2). Остальные величины названы ранее.

Равномерное движение по окружности

$$v = \frac{S}{t}, \qquad \omega = \frac{\varphi}{t},$$

$$v = 2\pi R\nu, \qquad v = \frac{2\pi R}{T},$$

$$v = \omega R, \qquad \omega = 2\pi\nu,$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \qquad T = \frac{t}{N} = \frac{1}{\nu},$$

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}, \qquad a = \frac{v^2}{R},$$

$a = \omega^2 R,$ $\qquad a = \omega v$

Здесь v — линейная скорость (м/с), S — длина дуги (м), ω — угловая скорость (рад/с), φ — угол поворота радиуса (рад), $\pi = 3{,}14$ — число «пи» (безразмерное), T — период (с), ν — частота вращения (c^{-1}), R — радиус окружности (м), N — число оборотов (безразмерное), t — время движения, a — центростремительное ускорение.

Второй закон Ньютона

$F = ma$

Здесь F — сила (Н), m — масса (кг), a — ускорение (м/с^2).

Сила трения

$F_{тр} = \mu F_{давл}$

Здесь $F_{тр}$ — сила трения (Н), μ — коэффициент трения (безразмерный), $F_{давл}$ — сила давления (Н).

Закон Гука

$F_{упр} = -kx$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Здесь F — сила тяготения (Н), $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м^2/кг^2 — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг), r — расстояние между этими точками (м).

Вес тела в покое или движущегося равномерно вверх или вниз

$P = mg$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Вес тела, опускающегося с ускорением или поднимающегося с замедлением

$P = m(g - a)$

Здесь a — ускорение тела (м/с^2). Остальные величины названы ранее.

Вес тела, поднимающегося с ускорением или опускающегося с замедлением

$P = m(g + a)$

Все величины названы в формулах ранее.

Перегрузка при подъеме с ускорением или спуске с замедлением

$$n = \frac{P}{mg}$$

Здесь n — перегрузка (безразмерная), P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Момент силы

$M = F\,l$

Здесь M — момент силы (Н · м), F — сила, вращающая тело (Н), l — плечо этой силы (м).

Работа в механике

$$A = F\,S\cos\alpha, \qquad A = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь A — работа (Дж), F — модуль силы (Н), S — модуль перемещения (м), α — угол между векторами силы и перемещения (рад), k – жесткость (Н/м), x – деформация (м).

Потенциальная энергия при упругой деформации

$$E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь k — жесткость (Н/м), x — деформация (м), E_p — потенциальная энергия (Дж).

Мощность в механике

$$N = \frac{A}{t}, \qquad N = F\,v\cos\alpha$$

Здесь N — мощность (Вт), A — работа (Дж), t — время (с), F — сила (Н), v — скорость (м/с), α — угол между векторами силы и скорости (рад).

Кинетическая энергия

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж), m — масса (кг), v — скорость (м/с).

Потенциальная энергия тела, поднятого на высоту

$$E_p = mgh$$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота (м).

Полная механическая энергия

$$E = E_p + E_p$$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж), E_p — потенциальная энергия, E_p — кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж), E_{k1} — кинетическая энергия тела до ее изменения, E_{k2} — кинетическая энергия тела после ее изменения.

Теорема об изменении потенциальной энергии

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ – изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж), E_{p1} — потенциальная энергия тела до ее изменения, E_{p2} — потенциальная энергия тела после ее изменения.

Импульс тела

$$p = mv$$

Здесь p — импульс тела (кг·м/с), m — его масса (кг), v — скорость тела (м/с).

Импульс силы

$$F\Delta t = \Delta p$$

Здесь $F\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н·с), Δp — изменение импульса тела (кг·м/с).

Плотность

$\rho = \dfrac{m}{V}$, $\rho = m_1 n$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3), m — масса (кг), V — объем (м^3), m_1 — масса одного из тел системы (кг), n — концентрация тел в системе (м$^{-3}$).

Формула давления

$p = \dfrac{F_{давл}}{S}$

Здесь p — давление (Па), $F_{давл}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры (м^2).

Давление столба жидкости

$p = \rho g h$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота столба жидкости (м).

Выталкивающая (архимедова) сила

$F_{выт} = \rho_ж g V_т$

Здесь $F_{выт}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_ж$ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), $V_т$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$v_1 S_1 = v_2 S_2$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Решение задач механики

Задача 1. Два поезда едут по параллельным рельсам навстречу друг другу. Скорость первого поезда 72 км/ч, его длина 900 м, скорость второго 102 км/ч, его длина 140 м. В течение какого времени второй поезд будет ехать мимо первого?

Обозначим v_1 скорость первого поезда относительно земли, v — скорость первого поезда относительно второго, L_1 —

длину первого поезда, L_2 — длину второго поезда, t — время, в течение которого поезда приезжают мимо друг друга, v_2 — скорость второго поезда относительно земли.

Дано:
$v_1 = 72$ км/ч
$v_2 = 102$ км/ч
$L_1 = 900$ м
$L_2 = 140$ м

t — ?

Решение

Время t, в течение которого поезда будут проходить мимо друг друга, можно найти, разделив их общую длину $L_1 + L_2$ на их относительную скорость, например, на скорость первого поезда относительно второго v:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v}. \qquad (1)$$

По правилу сложения скоростей скорость первого поезда относительно земли $\vec{v}_1$ равна геометрической сумме скорости второго поезда относительно земли $\vec{v_2}$ и скорости первого поезда относительно второго $\vec{v}$:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}.$$

С учетом того, что второй поезд движется навстречу первому, при записи этого выражения в скалярном виде перед модулем скорости второго поезда относительно земли поставим минус:

$$v_1 = -v_2 + v,$$

откуда скорость первого поезда относительно второго равна:

$$v = v_1 + v_2. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (2) в знаменатель формулы (1), и задача в общем виде будет решена:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}.$$

Выразим единицы скоростей в СИ:

$$72 \text{ км/ч} = 72 \frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 20 \text{ м/с},$$

$$102 \text{ км/ч} = 102 \frac{1000}{3600} \text{ м/с} \approx 28{,}3 \text{ м/с}.$$

Произведем вычисления:

$$t = \frac{900+140}{20+28{,}3}\ \text{с} = 21{,}5\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 21{,}5$ с.

Задача 2. Катер переплывает реку, выдерживая курс перпендикулярно берегу. Скорость течения 2 м/с, скорость катера относительно течения 4 м/с. Чему равна скорость катера относительно берега и под каким углом к берегу должен быть направлен вектор скорости катера относительно течения?

Обозначим v_0 скорость течения реки относительно берега, v_1 — скорость катера относительно течения и v — скорость катера относительно берега, α — угол между вектором скорости катера относительно течения и берегом.

Дано:
$v_0 = 2$ м/с
$v_1 = 4$ м/с

v — ?
α — ?

Решение

Согласно правилу сложения скоростей скорость катера относительно берега v равна геометрической сумме скорости течения относительно берега v_0 и скорости катера относительно течения v_1 (рис. 8).

Чтобы катер плыл перпендикулярно берегу, вектор его скорости относительно воды $\vec{v}_1$ должен быть направлен под тупым углом к направлению вектора скорости течения $\vec{v}$. Как следует из рис. 8, все три вектора образуют прямоугольный треугольник. По теореме Пифагора

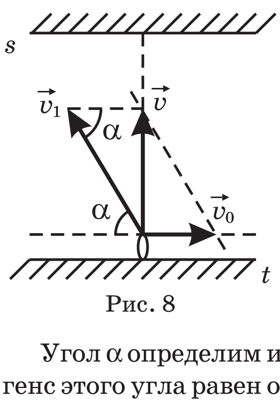

Рис. 8

$$v = \sqrt{v_1^2 - v_0^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{4^2 - 2^2}\ \text{м/с} = 3{,}5\ \text{м/с}.$$

Угол α определим из прямоугольного треугольника. Тангенс этого угла равен отношению противолежащего катета v к прилежащему катету v:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{v}{v_0}.$$

Произведем вычисления:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{3{,}5}{2} = 1{,}7, \quad \alpha \approx 60^\circ.$$

Ответ: $v = 3{,}5$ м/с, $\alpha = 60^\circ$.

Задача 3. Колонна солдат длиной 20 м движется по шоссе со скоростью 3,6 км/ч. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает солдата с вопросом к сержанту, шагающему во главе колонны. Солдат бежит туда и обратно со скоростью, превышающей скорость колонны на 20% . Через сколько времени солдат доставит командиру ответ сержанта, если он слушал его в течение 0,5 мин?

Обозначим S длину колонны, v_1 — скорость колонны, v_2 — скорость солдата, Δv — разность между скоростью солдата и колонны, t_1 — время, в течение которого солдат бежал к голове колонны, t_2 — время, в течение которого он бежал от головы колонны обратно к командиру, $t_{\text{общ}}$ — общее время, за которое солдат доставит ответ командиру.

Дано:
$S = 20$ м
$v_1 = 3{,}6$ км/ч
$\Delta v = 0{,}2\, v_1$
$t = 0{,}5$ мин

$t_{\text{общ}}$ — ?

Решение

Очевидно, что время t_1, пока солдат бежал к голове колонны, не равно времени t_2, за которое он вернулся обратно, ведь, когда он бежал к голове, он обгонял колонну, а когда он бежал ей навстречу, она к нему приближалась, поэтому он пробежал ее длину быстрее. Следовательно, искомое время $t_{\text{общ}}$ можно представить как сумму трех времен: времени t_1 пробега солдата к голове колонны, времени t, пока он разговаривал с сержантом, и времени t_2 его возвращения:

$$t_{\text{общ}} = t_1 + t + t_2. \qquad (1)$$

Судя по условию задачи, движение как колонны, так и солдата, было равномерным. Поэтому время t_1, за которое солдат пробежал от хвоста колонны к ее голове, можно определить из формулы равномерного движения. Но при этом следует учесть, что скорость солдата относительно колонны в этом случае равна разности его скорости v_2 относительно дороги и скорости колонны v_1 относительно дороги. Поэтому время t_1 равно:

$$t_1 = \frac{S}{v_2 - v_1},$$

где согласно условию $v_2 - v_1 = \Delta v = 0,2v_1$, поэтому

$$t_1 = \frac{S}{0,2v_1} = \frac{5S}{v_1}. \qquad (2)$$

Когда солдат побежал обратно, его скорость относительно приближавшейся к нему колонны стала равна сумме скорости колонны относительно дороги и его собственной скорости относительно нее, поэтому время, за которое он пробежал колонну обратно, равно:

$$t_2 = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{S}{v_1 + v_1 + \Delta v} = \frac{S}{2v_1 + 0,2v_1} = \frac{S}{2,2v_1} = \frac{5S}{11v_1}. \qquad (3)$$

Подставив правые части выражений (2) и (3) в равенство (1), мы решим задачу в общем виде:

$$t_{общ} = \frac{5S}{v_1} + t + \frac{5S}{11v_1} = t + \frac{60S}{11v_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ: 3,6 км/ч = $3,6\,\frac{1000}{3600}$ м/с = 1 м/с, 0,5 мин = = 30 с.

Подставим числа и вычислим:

$$t_{общ} = 30 + \frac{60 \cdot 20}{11 \cdot 1}\ (\text{с}) = 139\ \text{с} = 2,3\ \text{мин}.$$

Ответ: $t_{общ}$ = 2,3 мин.

Задача 4. Расстояние между двумя прибрежными поселками катер проходит по течению за 40 мин, а обратно — за 1 ч. За какое время проплывут это расстояние плоты?

Обозначим t_1 — время, за которое катер проходит расстояние между поселками по течению, t_2 — время, за которое катер проходит расстояние между поселками против течения, t — время, за которое проходят это расстояние плоты, S — расстояние между поселками, $v_К$ — скорость катера, $v_Т$ — скорость течения.

Дано:
$t_1 = 40$ мин
$t_2 = 1$ ч $= 60$ мин

t — ?

Решение

Когда катер идет вниз по течению, его скорость $v_К$ складывается со скоростью течения $v_Т$, и поэтому он проходит расстояние между двумя пунктами быстрее, чем в отсутствие течения, — как, например, если бы он плыл по озеру. Тогда согласно формуле скорости равномерного движения

$$v_К + v_Т = \frac{S}{t_1}. \qquad (1)$$

Когда же он идет против течения, оно его тормозит, поэтому он движется медленнее. Теперь его скорость, с которой он проходит прежнее расстояние между пунктами, будет равна разности скорости катера и скорости течения. В этом случае,

$$v_К - v_Т = \frac{S}{t_2}. \qquad (2)$$

Теперь выразим скорость течения и плотов:

$$v_Т = \frac{S}{t}. \qquad (3)$$

Вычтем из равенства (1) равенство (2). При этом знак равенства не нарушится, но зато скорость катера «уйдет»:

$$v_К + v_Т - v_К - \left(-v_Т\right) = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2},$$

$$2v_Т = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}. \qquad (4)$$

Если теперь в равенство (4) подставить вместо скорости течения правую часть равенства (3) и справа вынести путь S

за скобки, то он сократится, и у нас останется одно уравнение, в котором будут только одни времена. Приступим:

$$2\frac{S}{t} = S\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right), \quad \frac{2}{t} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2},$$

откуда

$$t = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$$t = \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{60 - 40} \text{ мин} = 240 \text{ мин} = 4 \text{ ч}.$$

Ответ: $t = 4$ ч.

Задача 5. Эскалатор метро спускает неподвижно стоящего человека за $t_1 = 1{,}5$ мин. По неподвижному эскалатору человек спускается за $t_2 = 2$ мин. За сколько времени t спустится человек по движущемуся эскалатору? Скорости эскалатора и человека во всех случаях неизменны.

Обозначим S длину эскалатора, v_0 — скорость ленты эскалатора, v_1 — скорость человека относительно движущейся ленты эскалатора.

Дано:
$t_1 = 1{,}5$ мин,
$t_1 = 2$ мин.

t — ?

Решение

Время t, за которое человек спустится по движущемуся эскалатору, можно определить отношением длины эскалатора S к скорости человека относительно неподвижных объектов (например, стен или дежурной внизу и т.п.), с которыми связана неподвижная система отсчета. Эта скорость складывается из скорости человека относительно ленты эскалатора v_1 и скорости самой ленты v_0. Поэтому

$$t = \frac{S}{v_1 + v_0}. \qquad (1)$$

Скорость человека относительно движущейся ленты v_1, т.е. его собственную скорость, можно определить отношением длины эскалатора S ко времени t_2, за которое он спустится по неподвижному эскалатору, ведь его собственная скорость не изменится от того, движется ли эскалатор или стоит. Поэтому

$$v_1 = \frac{S}{t_2}. \qquad (2)$$

Аналогично скорость самой ленты эскалатора или скорость его ступенек, т.е. переносную скорость, определим отношением длины эскалатора ко времени, за которое эскалатор спустит неподвижно стоящего человека, т.е. ко времени, за которое его верхняя ступенька съедет вниз,

$$v_0 = \frac{S}{t_2}. \qquad (3)$$

Несложно догадаться, что если подставить уравнения (2) и (3) в уравнение (1), то будут исключены неизвестные скорости v_1 и v_0. Затем, если вынести за скобки длину S в знаменателе, то ее тоже можно будет сократить, и останутся известные времена t_1 и t_2 и искомое время t в одном уравнении. Проделаем эти действия:

$$t = \frac{S}{\frac{S}{t_2} + \frac{S}{t_1}} = \frac{S}{S\left(\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_1}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_1}} = \frac{1}{\frac{t_1 + t_2}{t_1 t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2},$$

Таким образом,

$$t = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Выполним вычисления:

$$t = \frac{1{,}5 \cdot 2}{1{,}5 + 2} \text{ мин} = 0{,}86 \text{ мин}.$$

Ответ: $t = 0{,}86$ мин.

Задача 6. Тело треть пути проехало со скоростью v_1, а оставшуюся часть пути (т.е. две трети пути) — со скоростью v_2. Найти среднюю скорость $v_{ср}$ на всем пути, пройденном этим телом.