Ю.Ф. Антонов, Я.Б. Данилевич

СВЕРХПРОВОДНИКОВЫЕ Топологические Электрические машины



УДК 537 ББК 31.26 Д 18

Антонов Ю.Ф., Данилевич Я.Б. Сверхпроводниковые топологические электрические машины. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 368 с. — ISBN 978-5-9221-1092-1.

В книге применительно к электрическим машинам нового типа описаны результаты исследования фундаментальных свойств, структуры и динамики промежуточного и смешанного состояний низкотемпературных и высокотемпературных сверхпроводников I и II рода. Локальное изменение фазового состояния сверхпроводников рассматривается с позиции топологических превращений. Введено в научный оборот понятие фазового резистивно-сверхпроводящего коммутатора — базового элемента сверхпроводниковых топологических электрических машин и статических преобразователей. Изложена их аналитическая теория, приведены номинальные параметры, характеристики и указаны сферы применения.

Для студентов и аспирантов физико-технических и электромеханических специальностей, инженеров и научных работников.

ISBN 978-5-9221-1092-1

оглавление

От авторов	6 9
Обозначения основных физических величин	13
 Обозначения основных физических величин. Глава 1. Термодинамика сверхпроводимости. § 1.1. Общие представления о фазовых переходах § 1.2. Фазовые переходы в сверхпроводниках § 1.3. Нулевое электрическое сопротивление. § 1.4. Сверхпроводимость как когерентное состояние § 1.5. Электрон-фононное взаимодействие § 1.6. Статистики Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Плотность состояния § 1.7. Энергетическая щель Глава 2. Электродинамика сверхпроводимости § 2.1. Уравнения Лондонов. 	13 16 16 18 22 25 26 28 29 31 31
 § 2.2. Намагниченность § 2.3. Промежуточное состояние	33 35 37 40 44 47
Глава 3. Электрические машины и трансформаторы постоянного	
тока, работающие на принципе движения квантованных ни- тей магнитного потока	59
 § 3.1. Природа ЭДС в сверхпроводниках, находящихся в динамическом промежуточном и смешанном состояниях. § 3.2. Топологическая модель. § 3.3. Принцип действия и устройство сверхпроводниковых электриче- 	59 63
ских машин § 3.4. Принятые допущения	66 69
 у 3.5. Режим электродвигателя. Энергетические соотношения и рабочие характеристики	70
рактеристики	74 77 81
обмоткой	89
Глава 4. Основы теории сверхпроводниковых топологических ге- нераторов	100 101
 § 4.2. Кривые намагничивания сверхпроводниковых материалов для РСК. Магнитное поле проникновения	104 108 110 113
ными § 4.7. Пути повышения КПД	117 123

Глава 5. Проникновение и распределение магнитного поля в ре-	105
зистивно-сверхпроводящем коммутаторе	120
§ 5.1. Объект исследований	125
§ 5.2. Параметры исследуемых сверхпроводниковых обмоточных материалов	128
§ 5.3. Исследование проникновения и распределения магнитного поля в РСК при фиксированном положении полюса-зубца.	130
§ 5.4. Исследование проникновения и распределения магнитного поля	100
в РСК при повороте ферромагнитного сердечника индуктора § 5.5. Распределение магнитного поля в движущейся резистивной об-	137
ласти	140
§ 5.7. Опыт холостого хода	153
Глава 6. Передача механического момента в криогенную зону	154
§ 6.1. Электромагнитный момент § 6.2. Механическая передача	154 169
Глава 7. Сверхпроводниковые топологические генераторы много-	
функционального использования	177
§ 7.1. Принципы конструирования	17
§ 7.2. Первые образцы ТПГ отечественного производства	179
§ 7.3. Экспериментальные исследования потерь в ТПГ	19
§ 7.4. Топологический генератор с РСК и якорной обмоткой барабан-	
ного типа	19
§ 7.5. Топологический генератор с РСК и якорной обмоткой кольцевого типа	205
§ 7.6. Топологические генераторы специального назначения	213
§ 7.7. Привод	215
Глава 8. Рабочие характеристики и области применения сверх-	0.1
проводниковых топологических генераторов	210
§ 8.1. Рабочие характеристики	211 223
Глава 9. Опыт создания сверхпроводниковых электрических ма-	
шин с топологическим возбудителем	24
§ 9.1. Требования к системам возбуждения сверхпроводниковых син- хронных машин	242
§ 9.2. Расчет параметров и характеристик сверхпроводникового топо- логического возбудителя	244
§ 9.3. Сверхпроводниковый синхронный генератор со статическим то- пологическим возбудителем	240
§ 9.4. Вращающаяся модель сверхпроводникового топологического возбудителя ТПГ-5	249
§ 9.5. Бесконтактный сверхпроводниковый синхронный генератор	25
§ 9.6. Статическая модель сверхпроводникового топологического воз- будителя	263
Глава 10. Топологические генераторы на базе высокотемператур-	
ных сверхпроводников	269
§ 10.1. Топологический генератор как чувствительное диагностическое устройство	269
§ 10.2. Демонстрационные модели ТПГ с РСК из ВТСП-керамики	28

§ 10.3. Топологический генератор с РСК из ВТСП-пленок § 10.4. Топологический генератор на ВТСП-пленках с молелью нагрузки	288
из ВТСП-материала	290
§ 10.5. Топологический генератор с гладким ротором	291
§ 10.6. Демонстрационная установка ТПГ-ВТСП.	294
§ 10.7. Экспериментальная установка и результаты исследований	296
§ 10.8. Топологический генератор с фазовым коммутатором из 2G ВТСП	297
Глава 11. Криотурбогенератор КТГ-20: конструкция, технические	
характеристики, работа в энергосистеме	303
§11.1. Анормальные режимы	303
§11.2. Демпфирование качаний ротора	307
§11.3. Допустимая скорость изменения тока возбуждения	308
§ 11.4. Технические характеристики и конструкция криотурбогенерато-	010
ра типа КТГ-20 мощностью 20 МВТ	210
§ 11.5. Система охлаждения ротора. Тепловые мосты	200
§ 11.6. Токовводы криотуроогенератора типа К11-20	322
Приложение 1	330
Решение задач синтеза в магнитостатике методом регуляризации	330
Приложение 2	341
Сверхпроводник «1,5-го рода»	341
Приложение 3	346
	010
Список литературы	350
Дополнительная литература	364

Глава 1

ТЕРМОДИНАМИКА СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

В основе явления сверхпроводимости лежат фазовые переходы. Вследствие этого электромагнитные свойства сверхпроводников проще и нагляднее объяснять в рамках термодинамического рассмотрения.

§ 1.1. Общие представления о фазовых переходах

Обратимся к теории фазовых переходов [73]. Фазовые переходы это фазовые превращения вещества. Состояния вещества, между которыми происходит фазовый переход, называются фазами. Фазы могут существовать одновременно в равновесии друг с другом, при этом отделяясь друг от друга вполне определенными поверхностями раздела. При равновесии фаз должно соблюдаться равенство их температур и давлений.

Характерной особенностью фазового перехода является его скачкообразность. Переход из одной фазы в другую всегда происходит при строго определенной температуре. Температура фазового перехода это температура, при которой имеет место тепловое равновесие между фазами. В отсутствие внешних воздействий две фазы при этой температуре сосуществуют неограниченно долго. Переход вещества из одной фазы в другую в большинстве случаев связан с выделением или поглощением некоторого количества тепла (так называемой скрытой теплоты, или просто теплоты перехода). Так, фазовый переход, происходящий при нагревании (например, воды с последующим ее испарением), всегда сопровождается поглощением тепла. Это правило является следствием принципа Ле Шателье, согласно которому нагревание стимулирует процессы, сопровождающиеся поглощением тепла с целью противодействия внешнему воздействию.

Различают фазовые переходы I и II рода. Главный отличительный признак фазовых переходов — наличие или отсутствие скрытой теплоты. Фазовый переход I рода происходит с поглощением или выделением скрытой теплоты и изменением объема. Примерами могут служить гелий или азот — широко применяемые в криогенной технике агенты. Для жидкостей и газов присущи преимущественно фазовые переходы

I рода. Вместе с тем сами фазовые переходы I рода не являются принадлежностью только жидкостей и газов. Они свойственны и твердым веществам. При переходе металла из одного фазового состояния в другое в результате плавления или аллотропического превращения происходит изменение кристаллической решетки с выделением или поглощением (в зависимости от направления процесса) скрытой теплоты. Так, превращению α -железа в γ -железо сопутствует поглощение скрытой теплоты. (*Трагическим примером, приведшим к смерти капитана Скотта, в одиночку спешившего покорить Южный полюс, служит фазовый переход I рода белого олова* — пластичного при*поя, которым были запаяны канистры,* — в серое порошкообразное вещество).

При таких переходах происходит скачкообразная перестройка кристаллической решетки. Состояние тела испытывает скачок. В каждом состоянии тело обладает либо одной, либо другой симметрией, поэтому всегда можно указать, к которой из фаз оно относится.

Наряду со скачкообразными переходами возможен и другой тип плавные переходы, связанные с изменением симметрии. Осуществляемый непрерывным образом (без скачкообразного изменения состояния тела) переход одной кристаллической модификации в другую классифицируется как фазовый переход II рода. Таким образом, фазовый переход II рода, являющийся принадлежностью исключительно твердых веществ, непрерывен в том смысле, что состояние тела меняется при нем непрерывным образом. Например, концентрация сверхпроводящих электронов в зависимости от температуры изменяется непрерывным образом и может достичь 100 % только при T = 0 К. Однако в точке перехода симметрия меняется, разумеется, скачком. Если в точке фазового перехода I рода в равновесии находятся тела в двух различных состояниях, то в точке перехода II рода состояния обеих фаз совпадают. Однако при удалении от нее свойства фаз оказываются различными. Следствием такой закономерности является наличие в точке перехода скачка у термодинамических функций, которые определяются через производные соответствующих величин (примером может служить теплоемкость). Другие же термодинамические функции изменяются непрерывным образом. Действительно, отсутствие скачка состояния при фазовом переходе II рода приводит к отсутствию какого-либо скачка в величинах, характеризующих тепловое состояние тела: его объеме, энергии, тепловой функции и т.п. Поэтому такой переход не сопровождается выделением или поглощением тепла. Именно это обстоятельство и только оно, как было указано выше, является характерной чертой фазового перехода II рода.

Обращает на себя внимание тот факт, что во время фазовых переходов II рода, как правило, имеет место задержка перехода от одной кристаллической модификации к другой, в результате чего в твердом веществе легко возникают метастабильные кристаллические состояния. Переходы из одного кристаллического состояния вещества в другое не исчерпывают собой фазовые переходы II рода. Фазовым переходом II рода является любое непрерывное изменение состояния твердого тела, приводящее к появлению у него нового качества. Новое качественное состояние может быть связано с изменением магнитных или электрических свойств, первопричиной которого в любом случае должно быть изменение симметрии. Подобного рода переходы обеспечивают, например, магниторезистивные либо сверхпроводящие свойства твердого тела.

Вместе с тем известен исключительный пример осуществления фазового перехода II рода в жидкости, а именно в жидком гелии. Им объясняется появление сверхтекучих, т.е. принципиально новых, свойств жидкого гелия при температуре 2,2 К. Это еще раз доказывает, что нет правил без исключений. Однако подобные исключения нередко более рельефно доказывают справедливость правил.

§ 1.2. Фазовые переходы в сверхпроводниках

Общая теория фазовых переходов показывает, что изменение физических свойств твердых тел может происходить путем фазового перехода как II, так и I рода. Это наглядно проявляется в сверхпроводниках. На рис. 1.1 приведены различные пути обратимого перехода оловянного образца (здесь выбор олова в качестве объекта исследования не имеет принципиального значения) из нормальной фазы в сверхпроводящую, и наоборот. Представленные графики демонстрируют зависимость фазового перехода от энтропии образца. В рассматриваемом случае фазовый переход является обратимым, из чего следует, что энтропия замкнутой системы остается неизменной. Покажем это, воспользовавшись первым законом термодинамики. На данном этапе будем оперировать удельными (отнесенными к единице объема) физическими величинами.

Приращение тепловой энергии δQ образца состоит из работы δR , которую образец совершает над внешними объектами, и приращения δU внутренней энергии образца:

$$\delta Q = \delta R + \delta U. \tag{1.1}$$

Приращение свободной энергии (энергии Гиббса) δG , в свою очередь, равно приращению δU внутренней энергии за вычетом приращения $T\delta S + S\delta T$ энтропии образца:

$$\delta G = \delta U - (T\delta S + S\delta T), \tag{1.2}$$

где *T* — температура образца.



Рис. 1.1. Зависимость энтропии нормальной и сверхпроводящей фаз олова от температуры образца

Поскольку фазовый переход сверхпроводникового образца является обратимым процессом, имеем

$$T\delta S = \delta Q.$$

Подставляя это равенство в (1.1), получаем

$$\delta U - T\delta S = -\delta R.$$

Приращение свободной энергии принимает вид

$$\delta G = -(\delta R + S\delta T).$$

Следовательно, энтропия определяется как

$$S = -(\partial G/\partial T). \tag{1.3}$$

Выражение (1.3), справедливое для любого фазового состояния твердого тела, позволяет определить разность энтропий нормальной и сверхпроводящей фаз.

Установлено, что:

- а) свободная энергия G_н твердого тела в нормальном состоянии не зависит от приложенного извне магнитного поля;
- б) свободная энергия $G_{\rm c}$ твердого тела в сверхпроводящем состоянии, наоборот, возрастает во внешнем поле на величину $B^2/2\mu_0 = G_{\rm H} - G_{\rm c}$, где B — индукция внешнего магнитного поля.

Поскольку энтропия не зависит от фазового состояния вещества, воспользовавшись уравнением (1.3), можно определить разность энтропий нормальной ($S_{\rm H}$) и сверхпроводящей ($S_{\rm c}$) фаз при наличии внешнего магнитного поля B:

$$S_{\rm H} - S_{\rm c} = -B(dB/dT).$$
 (1.4)

Строго говоря, уравнение (1.4) справедливо для массивных образцов, размеры которых больше глубины проникновения $\lambda(T)$ магнитного поля в тонкий поверхностный слой.

На ранней стадии изучения свойств сверхпроводников установлено, что сверхпроводимость подавляется приложенным извне магнитным полем, если индукция последнего превышает критическое значение Вкрит. На данном этапе не делается различия между критическим $(B_{\text{крит}})$, критическим термодинамическим $(B_{\text{крит. т}})$, первым критическим (В_{крит 1}) и вторым критическим (В_{крит 2}) магнитными полями, которые имеют одно обозначение — В_{крит}. Поэтому в выражении (1.4) $B \equiv B_{\text{крит}}$. Кроме того, следует учесть экспериментально установленный факт: графическая зависимость $B_{\text{крит}}(T)$ имеет вид монотонно изменяющейся кривой, пересекающей ось температур в точке, соответствующей значению критической температуры Ткрит в отсутствие магнитного поля, а ось магнитной индукции — в точке, соответствующей критическому магнитному полю $B_{\rm крит}(0)$ при абсолютном нуле температуры. Производная $dB_{\rm крит}/dT$ является отрицательной величиной во всем диапазоне температур от критической ($T_{\rm крит}$) до абсолютного нуля вследствие того, что критическое магнитное поле Вкрит уменьшается с ростом температуры образца.

Анализ формулы (1.4) показывает, что:

- ее правая часть положительна, поскольку производная dB_{крит}/dT — всегда отрицательная величина;
- 2) критическое магнитное поле $B_{\rm крит} = 0$ при $T = T_{\rm крит}$, так как при этом $S_{\rm H} S_{\rm c} = 0$;
- 3) по мере приближения температуры к абсолютному нулю производная $dB_{\rm крит}/dT$ обращается в нуль, поскольку согласно теореме Нернста энтропия всех тел вне зависимости от их фазового состояния при T = 0 К равна нулю (при этом $B_{\rm Крит} \neq 0$);
- S_н > S_c, поэтому степень упорядочения сверхпроводящих электронов выше, чем нормальных;
- 5) обратимый фазовый переход в сверхпроводящее состояние (и наоборот) в отсутствие магнитного поля (B = 0) происходит без выделения или поглощения скрытой теплоты, так как при T = T_{крит} соответствующие энтропии равны: S_н = S_c; таким образом, здесь имеет место фазовый переход II рода;
- 6) обратимый фазовый переход в сверхпроводящее состояние (и наоборот) в магнитном поле (B > 0), в том числе создаваемом транспортным током, протекающим по сверхпроводнику, проис-

ходит с выделением (поглощением) скрытой теплоты, поскольку $S_{\rm H}>S_{\rm c},$ т. е. имеет место фазовый переход I рода.

Последние два вывода свидетельствуют о том, что фазовые переходы в сверхпроводниках не связаны с изменениями кристаллического состояния тела и симметрии решетки, а связаны только с изменением его качественных (подчеркнем!) электромагнитных свойств.

Для того чтобы сопоставить различные пути фазовых превращений, снова обратимся к рис. 1.1. Пусть исследуемый образец находится в сверхпроводящем состоянии при $T < T_{\rm крит}$. Магнитное поле отсутствует (B = 0). Начнем нагревать образец. При достижении критической температуры $T_{\rm крит}$ энтропии двух фаз сравняются: $S_{\rm c} = S_{\rm H}$. Произойдет скачкообразный переход в нормальное состояние, но без поглощения скрытой теплоты (точка 4 на рис. 1.1). В соответствии с определением имеем фазовый переход II рода, который, как установлено выше, происходит только в отсутствие магнитного поля.

Если переход из сверхпроводящего состояния в нормальное осуществляется в присутствии магнитного поля, то мы имеем дело с фазовым переходом I рода. Образец поглощает скрытую теплоту. Если при этом обеспечиваются адиабатные условия (S = const), температура T образца понижается (путь $1 \rightarrow 2$). В изотермическом же режиме (T = const) повышается энтропия S образца (путь $1 \rightarrow 3$).

Фазовый переход в магнитном поле $0 < B < B_{\rm крит}$ происходит при $T < T_{\rm крит}$. Зависящая от температуры глубина проникновения магнитного поля $\lambda(T)$ весьма мала. Магнитные свойства нормальной и сверхпроводящей фаз резко отличаются, что является характерным признаком фазового перехода I рода.

Поскольку скрытая теплота перехода *L* между двумя фазами появляется при фазовых переходах I рода, происходящих только в присутствии магнитного поля, естественно, что она связана с изменением электромагнитной энергии:

$$L = -vTB_{\rm крит} \frac{dB_{\rm крит}}{dT} \quad [Дж/м^3],$$

где $v = \rho/W_a$ — объем на единицу массы; ρ — плотность; W_a — атомный вес. Если $T = T_{\rm крит}$, то $B = B_{\rm крит}$, откуда L = 0. Следовательно, имеет место фазовый переход II рода. Обратим внимание на следующие свойства. При $T < T_{\rm крит}$, но $B < B_{\rm крит}$ присутствует только сверхпроводящая фаза. Если же $B > B_{\rm крит}$, то сверхпроводник будет находиться в нормальном состоянии. При $T > T_{\rm крит}$ сверхпроводящая фаза не может существовать даже как термодинамически неустойчивое состояние.

§ 1.3. Нулевое электрическое сопротивление

Электрическое сопротивление всех без исключения металлов и их сплавов уменьшается при охлаждении. Согласно правилу Маттисена [46, 52, 75, 144] температурные зависимости электрического сопротивления имеют одинаковый вид и отличаются лишь на некоторое не зависящее от температуры остаточное сопротивление ρ_0 (рис. 1.2). Последнее зависит от загрязнения металла, наличия деформаций и т.п. Путем параллельного переноса подобные зависимости могут быть совмещены, из чего следует возможность построения кривой температурной зависимости идеально чистого, идеально правильного и ненапряженного металла с равным нулю остаточным сопротивлением ($\rho_0 = 0$). Такая кривая асимптотически приближается к нулю при достижении абсолютного нуля температуры. Однако состояние гипотетического «идеального» проводника с нулевым электрическим сопротивлением не является сверхпроводимостью, так как скачок в его свойствах отсутствует.



Рис. 1.2. Зависимость удельного электрического сопротивления ρ от температуры T: 1 — загрязненный металл; 2 — идеально чистый металл

Зададимся вопросом: действительно ли электрическое сопротивление материала, находящегося в сверхпроводящем состоянии, равно нулю? Проверить это экспериментальным путем невозможно из-за ограниченной чувствительности любой измерительной аппаратуры. Наиболее низкая граница электрического сопротивления была достигнута в опытах Куина (D. J. Quinn) и Иттнера (W. B. Ittner) [195]. Им удалось индуктивным путем завести ток в малый тонкостенный цилиндр из свинца (сверхпроводник с $T_{крит} = 7,22$ K), собственная индуктивность которого составляла 1,4 · 10⁻¹³ Гн. В течение 7 ч уменьшение магнитного поля, создаваемого токами, протекающими в сверхпроводниковом цилиндре, оказалось менее 2 %. Таким образом, было установлено, что удельное электрическое сопротивление сверхпроводящего материала — менее $4 \cdot 10^{-25}$ Ом·м, т.е. в 10^{17} раз меньше, чем у меди.

Теоретическое доказательство возможности получения нулевого сопротивления в сверхпроводниках следует из электронной теории металлов. В любом проводнике, независимо от того, относится ли он к нормальным металлам или сверхпроводникам, носителями тока являются квазичастицы, называемые электронами проводимости. В сверхпроводнике, охлажденном ниже критической температуры, наряду с «нормальными» электронами проводимости появляются («конденсируются») другие квазичастицы — «сверхпроводящие» электроны проводимости. В отличие от «нормального», сверхпроводящий электрон проводимости состоит из двух электронов, образуя так называемую куперовскую пару. С понижением температуры количество нормальных электронов уменьшается, а количество сверхпроводящих увеличивается. Концентрация сверхпроводящих электронов может достичь 100 % только при абсолютном нуле.

В отсутствие электрического поля тока нормальных электронов проводимости нет. Протекающий по сверхпроводнику постоянный ток (например, в режиме «незатухающего тока») переносится исключительно сверхпроводящими электронами проводимости. Поэтому в сверхпроводнике не наблюдается падения напряжения и, следовательно, не выделяются потери. Простым, наглядным и коротким по времени проведения экспериментом (в отличие от опытов Куина–Иттнера), доказывающим отсутствие в сверхпроводнике падения напряжения и подтверждающим, таким образом, наличие у него нулевого сопротивления, является демонстрация распределения тока по параллельным сверхпроводящим ветвям (рис. 1.3).

Рассмотрим контур, образованный параллельными сверхпроводниковыми ветвями ab и cd, имеющими собственные индуктивности L_{ab} и L_{cd} . Внешний источник питания создает напряжение V. Поскольку электрическое сопротивление каждой из ветвей равно нулю, токи в ветвях будут распределяться обратно пропорционально значениям индуктивностей L_{ab} и L_{cd} (взаимными индуктивностями вследствие их малого значения пренебрегаем). Если внешний источник питания отключить, то токи в сверхпроводниковых ветвях ab и cd исчезнут.

Пусть теперь при тех же условиях внешний источник питания отключен, а ток в сверхпроводниковый контур заведен индуктивным способом. Присоединим к контуру abcd параллельную сверхпроводниковую ветвь ef и с помощью преобразователя Холла измерим в ней ток. Отсутствие тока в подключенной ветви ef будет свидетельствовать об отсутствии падения напряжения на каком-либо участке контура



Рис. 1.3. Распределение тока по сверхпроводящим ветвям

abcd. Это возможно лишь в случае, если контур abcd имеет нулевое сопротивление, т.е. является сверхпроводящим.

При включении источника питания токи в трех сверхпроводниковых параллельных ветвях распределятся в соответствии со значениями их индуктивностей. Носителями же не изменяющегося во времени тока в них являются сверхпроводящие электроны.

Действительно, при подключении сверхпроводниковой цепи к источнику питания с напряжением U импульс получат оба носителя тока — и сверхпроводящие, и нормальные электроны проводимости. Предположим, что напряжение источника питания небольшое. Тогда ток в цепи будет переноситься преимущественно сверхпроводящими электронами проводимости. Из-за малой массы электронов ток будет расти достаточно медленно, причем только до определенного значения, ограниченного внутренним сопротивлением источника питания R. С ростом напряжения (в случае источника переменного тока) сверхпроводящие электроны проводимости возбуждаются. Вследствие разрыва куперовских пар их плотность уменьшается. В конечном итоге сверхпроводник переходит в нормальное состояние.

Таким образом, отсутствие сопротивления в сверхпроводнике наблюдается только для неизменяющегося во времени (постоянного) тока. Несмотря на то что в сверхпроводнике, охлажденном ниже критической температуры, существует два типа электронов проводимости (нормальные и сверхпроводящие), носителями постоянного тока здесь служат только сверхпроводящие электроны проводимости. Особенно наглядно это проявляется в режиме «незатухающего тока». В отсутствие электрического поля тока нормальных электронов проводимости нет. Можно считать, что сверхпроводящие электроны проводимости замыкают нормальные электроны проводимости накоротко.

При протекании в сверхпроводнике любого изменяющегося во времени (переменного) тока, что возможно лишь благодаря электрическому полю, сравнительно большую часть тока берут на себя нормальные электроны проводимости. В результате в сверхпроводнике выделяются потери, которые приводят к его разогреву и как следствие к снижению его критических параметров по току и магнитному полю. С ростом частоты сверхпроводящие электроны проводимости, возбуждаясь от фотонов электромагнитного поля, переходят в состояние с более высокой энергией и наконец становятся нормальными электронами проводимости. В конечном итоге сверхпроводник переходит в нормальное состояние.

Напомним, что фотон является элементарным носителем электромагнитного взаимодействия между заряженными частицами. Сам он не имеет заряда и массы покоя. Его энергия определяется его частотой: $E = h\nu$.

§ 1.4. Сверхпроводимость как когерентное состояние

Выше было показано, что, с одной стороны, появление сверхпроводящей фазы не связано с изменением кристаллической решетки твердого тела. С другой стороны, сверхпроводящее состояние, обусловленное высокой степенью упорядоченности электронов — их конденсацией в куперовские пары, характеризуется нулевым сопротивлением электрическому току. Несмотря на то что свойства кристаллической решетки не изменяются, она активно участвует в создании сверхпроводимости. Так, наличие изотопического эффекта в сверхпроводниках доказывает существование зависимости критической температуры от массы атома. По существу же сверхпроводимость обусловлена возникновением дальней (~ 10⁻⁶ м) связи (порядка, корреляции) между электронами проводимости. Очевидно, что такая связь возникает далеко не со всеми электронами проводимости, число которых в 1 м³ металла составляет около 1029. Тем не менее для возникновения сверхпроводимости достаточно возникновения дальней связи между ограниченным числом электронов. Связанные электроны создают сверхпроводящую фазу, а не связанные — нормальную фазу, которая находится в равновесном состоянии со сверхпроводящей.

В то время как нормальные электроны проводимости, несмотря на взаимное кулоновское отталкивание, вследствие экранирования положительными ионами фактически не взаимодействуют друг с другом, сверхпроводящие электроны проводимости притягиваются и группируются парами, образуя единую когерентную электронную структуру, расположенную во всем объеме сверхпроводника. Такое макроскопическое образование возможно лишь в результате электрон-фононного взаимодействия.

§ 1.5. Электрон-фононное взаимодействие

В любом проводнике в отсутствие электрического поля электроны совершают хаотическое «тепловое» движение. При наличии же электрического поля возникает частично упорядоченное движение (со скоростью порядка миллиметров в секунду) электронов, т.е. электрический ток. Фактически, носителями тока в проводнике являются так называемые электроны проводимости, представляющие собой квазичастицы. В своем движении через кристаллическую решетку электроны сталкиваются с ионами, находящимися в ее узлах, и отдают ей полученную в электрическом поле кинетическую энергию. Согласно квантовым представлениям о природе электрического сопротивления электронная волна, соответствующая квазичастице — электрону проводимости, рассеивается только на дефектах, примесях и тепловых колебаниях кристаллической решетки. Частицы, расположенные в узлах кристаллической решетки, никогда (даже при абсолютном нуле) не находятся в состоянии покоя. Это следует из принципа неопределенности Гейзенберга. В результате частица оказывается «размазанной» по всему пространству, представляя собой волну, имеющую определенные частоту, энергию и импульс. Элементарные возбуждения кристаллической решетки — упругие волны звуковой частоты — отождествляются с квазичастицей «фонон», или квантом звука. Поскольку колебательное движение решетки квантуется, можно говорить об «излучении» и «поглощении» кванта звука (фонона).

Согласно квантовым представлениям электрическое сопротивление есть результат взаимодействия двух квазичастиц — электрона проводимости и фонона. При наличии электрического поля электроны проводимости порождают фононы, вследствие чего происходит нагрев проводника. Порожденный же фонон тут же поглощается другим электроном. Таким образом через фонон осуществляется взаимодействие между двумя электронами. В обычных проводниковых материалах взаимодействие между нормальными электронами проводимости настолько слабо, что им можно пренебречь и рассматривать каждый электрон как индивидуальную частицу.

В сверхпроводниковых материалах именно электрон-фононное взаимодействие обеспечивает связь двух электронов, имеющих противоположные спины, с образованием куперовской пары. В процессе испускания фонона импульс первого электрона уменьшается. На эту же величину возрастает импульс второго электрона, поглотившего фонон. В результате суммарный импульс пары электронов остается неизменным. Более того, он равен нулю, поскольку импульсы электронов, которые образуют пару, направлены противоположно друг другу. Доказано, что чем сильнее электрон-фононное взаимодействие, тем выше критическая температура сверхпроводника. Высокие критические температуры имеют сверхпроводниковые сплавы и интерметаллические соединения. Лучшие же проводниковые материалы, такие, как серебро, медь, алюминий и т.п., характеризующиеся слабым электрон-фононным взаимодействием, не являются сверхпроводниками.

Механизм спаривания электронов с образованием новой квазичастицы — куперовской пары — не до конца понят, если не рассмотреть его с точки зрения стремления любой системы, в том числе на микроскопическом уровне, к состоянию с наименьшей энергией. Принято считать, что процесс спаривания электронов является «виртуальным», т. е. фактическим (от англ. *virtuel* — фактический). Электроны обмениваются «виртуальными» фононами, так как эти фононы существуют (испускаются и поглощаются) только при переходе от одного электрона к другому, т. е. в процессе спаривания. При этом энергия электронной системы не передается решеточной системе. «Виртуальные» фононы не могут свободно распространяться в твердом теле, поскольку они существуют только в связи с конкретной парой электронов. В данном смысле было бы логичнее говорить не об электрон-фононном, а об электрон-электронном взаимодействии.

Вместе с тем существуют и так называемые реальные фононы. Их испускают нормальные электроны проводимости в обычных проводниках. Генерирование «реальных» фононов связано с передачей энергии от системы электронов к кристаллической решетке, чем и объясняется появление электрического сопротивления.

Понятие виртуальное взаимодействие применяется еще и потому, что в процессе спаривания электронов не на всех его этапах выполняется закон сохранения энергии. На микроскопическом уровне временное несохранение энергии возможно благодаря соотношению неопределенностей, в данном случае между энергией ΔE и временем Δt , т.е. $\Delta E \Delta t \approx \hbar$, где \hbar — постоянная Планка-Дирака. Однако если рассматривать только начало и конец процесса, то закон сохранения энергии выполняется. Вместе с тем если бы спаривание электронов (обязательно с одинаковыми, но противоположно направленными импульсами и спинами) в конечном итоге не приводило бы к понижению потенциальной энергии системы, то такое спаривание вряд ли бы состоялось. Следовательно, спаренные электроны должны иметь и действительно имеют наименьшую энергию. По аналогии с газом («электронным»!), сконденсированным в жидкую фазу, имеющую более низкую, чем газ, энергию, сверхпроводящую фазу часто и справедливо называют сконденсированным состоянием.

Расстояние, на котором осуществляется спаривание электронов, в зависимости от рода сверхпроводника и его чистоты находится в пре-

делах 10⁻⁷-10⁻⁶ м (10³-10⁻⁴ Å). В то же время расстояние между электронами проводимости составляет порядка нескольких Å. Поскольку же на длине спаривания может находиться $\sim 10^7$ электронов проводимости, спаренные электроны плотно перекрываются, образуя единую связанную (скоррелированную) когерентную систему. Это возможно только в случае, если куперовские пары находятся в одном и том же квантовом состоянии, заполняя в таком состоянии весь объем сверхпроводника. Наличие подобным образом спаренных электронов с нулевым импульсом является необходимым, но не достаточным условием образования когерентной (самосогласованной) макроскопической системы. Для того чтобы совокупность куперовских пар была когерентной, требуется исключить возможность любой пары «самостоятельно» обмениваться импульсом с кристаллической решеткой. Это означает, что никаким внешним (тепловым или магнитным) воздействием невозможно передать импульс отдельной паре электронов. Например, импульс, полученный в результате подключения сверхпроводника к источнику питания, воспринимает вся система куперовских пар. В то же время отдельные пары «не замечают» кристаллическую решетку и не рассеиваются на ее узлах. Вся когерентная система куперовских пар, а не ее отдельные составляющие, является носителем тока, в данном случае — сверхпроводящего. Таким образом, перенос электрического заряда через кристаллическую решетку без сопротивления обусловлен единым квантовомеханическим состоянием макроскопической по размерам системы куперовских пар.

Ток является сверхпроводящим до тех пор, пока его плотность не достигает критического значения, при котором кинетическая энергия каждой пары и одновременно всех пар превышает энергию связи, достаточную для индивидуального и одновременно коллективного распаривания всех куперовских пар.

§ 1.6. Статистики Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Плотность состояния

Нормальные электроны проводимости как индивидуальные квазичастицы, характеризующиеся полуцелым спином, подчиняются статистике Ферми–Дирака и называются «фермионами». Их отличительным свойством является то, что они «единолично» занимают какое-либо одно состояние. Куперовские пары как квазичастицы с нулевым спином подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна и называются «бозонами». Они всем «коллективом» занимают одно-единственное состояние. Кроме неподчинения запрету Паули, куперовские пары обладают стимулом к дальнейшему заполнению соответствующего состояния за счет образования новых куперовских пар (например, с понижением температуры сверхпроводника).

Таким образом, новое качественное состояние сверхпроводящей фазы состоит в том, что в процессе спаривания ферми-квазичастиц (электронов проводимости) возникает новая бозе-квазичастица («куперовская пара»).

Согласно квантовомеханическим представлениям любая частица может быть отождествлена с волной с определенными амплитудой, частотой и фазой. Куперовские пары как квазичастицы в совокупности представляют собой одну и ту же волну, имеющую одинаковые для всех пар амплитуду, частоту и фазу. Таким образом, всю совокупность куперовских пар можно задать общей волновой функцией Ψ , что, в частности, и имеет место в феноменологической теории Гинзбурга–Ландау [47]. Квадрат модуля амплитуды данной волновой функции определяет плотность куперовских пар, т.е. $|\Psi|^2 = n_{\rm куп}$.

Вследствие того что куперовские пары описываются волновой функцией со строго заданной фазой, т. е. обладают жесткой фазовой корреляцией, можно говорить об их фазовой когерентности.

§ 1.7. Энергетическая щель

Важным шагом в понимании физики сверхпроводимости стало доказательство существования энергетической щели между основным состоянием и так называемым квазичастичным возбуждением системы. Известно много доказательств существования энергетической щели и способов ее измерения. Наиболее простым экспериментальным методом является измерение туннельного тока между двумя слоями сверхпроводникового материала, разделенного тонкой (в несколько десятков Å) изоляционной пленкой, в качестве которой может быть использован оксидный слой. В микроскопической теории Бардина-Купера-Шриффера [42, 75, 144] энергетическая щель $\Delta(T)$, ширина которой зависит от температуры Т, соответствует минимальной энергии $E_a(T) = 2\Delta(T)$, необходимой для разрушения куперовской пары и создания двух квазичастичных возбуждений. Согласно рис. 1.4 в температурном диапазоне 0-0,6 Ткрит величина энергетической щели $\Delta(T)$ остается практически неизменной. Для того чтобы разрушить одну куперовскую пару, требуется затратить энергию, равную $2\Delta(0) = 3,5kT_{\rm KDHT}$, где k — постоянная Больцмана. (Энергетическая щель составляет несколько эВ, т. е. в 10³ раз меньше энергии Ферми). Однако куперовские пары образуют единое жестко связанное состояние. Для его разрушения требуется затратить удельную (отнесенную к единице объема сверхпроводника) энергию, равную $2\Delta(T)n_{\rm kyn}$.



Рис. 1.4. Зависимость ширины энергетической щели от температуры для Al, представленная в относительных единицах: точки — эксперимент; сплошная линия — расчет согласно теории БКШ

При критической температуре $T_{\text{крит}}$ энергетическая щель $\Delta(T) = 0$ и плотность куперовских пар также $n_{\text{куп}} = 0$. Следовательно, критическая температура является той границей, за которой возникает энергетическая щель, благодаря чему появляются спаренные электроны.

Отметим существование бесщелевых сверхпроводников, в спектре возбуждений (плотности состояний) которых нет энергетической щели. Однако последнее не означает, что энергия связи электрон-фононного взаимодействия в бесщелевых сверхпроводниках отсутствует.

Глава 2

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Электромагнитные свойства сверхпроводников сводятся к: а) отсутствию измеримого сопротивления постоянному току и б) независимому от магнитной предыстории диамагнетизму.

§ 2.1. Уравнения Лондонов

Для описания сверхпроводимости, проявляющейся в макроскопическом масштабе, необходимым и достаточным научным аппаратом является общая теория электромагнитного поля, базирующаяся на системе уравнений Максвелла [74].

Однако специфические электромагнитные свойства сверхпроводников, обусловленные прежде всего их поведением в магнитном поле, потребовали вывода дополнительных соотношений, имеющих не только практическую ценность, но и важное теоретическое значение для понимания физики сверхпроводимости.

Как было показано выше, нулевое сопротивление сверхпроводника наблюдается только на постоянном токе (идеальный случай — режим «незатухающего тока»). Любое внешнее возмущение, вызванное, например, появлением в сверхпроводящей цепи электрического поля напряженностью **E**, равномерно ускоряет куперовские пары электронов:

$$m_{\mathrm{куп}} rac{dv_{\mathrm{куп}}}{dt} = e\mathbf{E},$$

где $m_{\rm куп}$ — масса куперовской пары; $v_{\rm куn}$ — ее скорость; e — ее заряд (напомним, что здесь в физические величины входят двойные масса и отрицательный заряд).

Плотность сверхпроводящего тока (единственно имеющегося) согласно первому уравнению Ф. и Г. Лондонов имеет вид [144]

$$\frac{d}{dt}\mathbf{j}_{c} = \frac{n_{\text{Kyn}}e^{2}}{m_{\text{Kyn}}}\mathbf{E} = \lambda_{\text{L}}\mathbf{E},$$
(2.1)

где $\lambda_{\rm L} = n_{\rm kyn} e^2/m_{\rm kyn}$ — лондоновская глубина проникновения магнитного поля.

Уравнение (2.1), представляя собой модифицированный второй закон Ньютона для куперовской пары электронов, отражает отсутствие измеримого сопротивления постоянному току. Из него следует, что в стационарном состоянии (режим «незатухающего тока») $j_c = \text{const}$ и E = 0.

Второе уравнение Лондонов описывает экспериментально установленный эффект Мейсснера-Оксенфельда, а именно независимый от магнитной предыстории диамагнетизм:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_{\rm L}} \mathbf{E}.\tag{2.2}$$

Ни первое, ни второе уравнения Лондонов не вытекают из фундаментальных свойств сверхпроводников. Они в постулированном виде описывают электродинамику последних. Так, при выводе уравнения (2.2) принято, что в поверхностном слое толщиной x магнитная индукция изменяется как ее производная (рис. 2.1):

$$B(x) = Be^{-x/\lambda_{\rm L}},\tag{2.3}$$

где B — магнитная индукция приложенного поля на поверхности сверхпроводника.





Из (2.2) и (2.3) следует, что в массивных сверхпроводниках магнитная индукция приложенного извне магнитного поля вызывает появление поверхностных сверхпроводящих токов, экранирующих весь объем сверхпроводника за исключением тонкого поверхностного слоя. Магнитная индукция B(x) на расстоянии $x = \lambda = \lambda_L$ уменьшается в *e* раз по отношению к своей величине на поверхности. Характерное расстояние λ_L идентифицируется как «лондоновская» глубина проникновения магнитного поля. Его значение, определяемое формулой (2.3), дает лишь общую оценку толщины поверхностного слоя, в который проникает магнитное поле.

В действительности глубина проникновения зависит от состава сверхпроводника и его температуры. Ее точное значение может быть установлено только опытным путем. Чтобы представлять себе порядок величин, приведем экспериментальные значения глубины проникновения, пересчитанные с помощью аппроксимирующей формулы для $T = 0 \text{ K} (\lambda_{\rm L}(0)$ имеет размерность 10^{-8} м): 3,8–4,5 для Hg; 3,9 для Pb; 5,0 для Al; 5,1 для Sn; 6,4 для In.

§ 2.2. Намагниченность

Несмотря на то что в основе сверхпроводимости лежат обратимые фазовые переходы, а одним из фундаментальных свойств является диамагнетизм, намагниченность сверхпроводников зависит от стехиометрического состава, технологии производства, формы обмоточного материала и его ориентации в магнитном поле.

На рис. 2.2 представлены характерные кривые намагничивания сверхпроводников I и II рода.



Рис. 2.2. Зависимость от внешнего магнитного поля магнитной индукции $B_{\rm CII}$ (*a*) и намагниченности M (б) в идеальных сверхпроводниках I и II рода. Сверхпроводники I и II рода имеют одинаковое термодинамическое критическое поле $B_{\rm крит.\, т}$. Магнитометрический коэффициент размагничивания образцов N=0

Полный диамагнетизм наблюдается только в идеально приготовленных из элементов периодической системы Д. И. Менделеева образцах сверхпроводников I рода. Примерно у половины металлических элементов этой системы обнаружены сверхпроводящие свойства. Теория не отрицает наличия сверхпроводимости у всех без исключения металлических элементов. К доказательствам данного предположения относится недавнее открытие сверхпроводимости у золота — одного из лучших проводниковых материалов.

Как видно из рис. 2.2, б, только в идеальном образце, в качестве которого может служить монокристалл сверхпроводника I рода в форме цилиндрического стержня, график намагниченности обнаруживает идеальный диамагнетизм. Характерными свойствами намагниченности идеального образца из сверхпроводника I рода являются следующие:

- наличие линейного прямо пропорционального приложенному магнитному полю *B* возрастания отрицательной намагниченности -*M*;
- скачкообразный спад намагниченности до нулевого значения при достижении критического магнитного поля (*B*_{крит} = *B*_{крит, т});
- обратимость процесса намагничивания.

Отличительным же свойством идеального образца из сверхпроводника II рода является лишь обратимость процесса намагничивания.

Отрицательная намагниченность сверхпроводника – *М* появляется в результате возникновения экранирующих токов, текущих в тонком



Рис. 2.3. Зависимость от внешнего магнитного поля магнитной индукции в неидеальном сверхпроводнике II рода; $B_{\rm oc}$ — магнитная индукция остаточного поля. Магнитометрический коэффициент размагничивания образца N = 0

поверхностном слое глубиной $\sim \lambda_{\rm L}$. Обратимость кривой намагничивания идеального сверхпроводникового образца является прямым доказательством обратимости фазового перехода. Таким образом, намагничивание представляет собой термодинамический эффект. Поэтому критическое поле Вкрит идентифицируется как «термодинамическое» критическое поле: $B_{\text{крит}} = B_{\text{крит. т}}$. Для сверхпроводника I рода критическое магнитное поле совпадает с термодинамическим критическим полем. Учитывая фундаментальное свойство обратимости фазового перехода в любых сверхпроводниках, понятие термодинамического критического поля можно ввести и для сверхпроводника II рода. Его значение нетрудно установить по кривой намагничивания. Так, на

рис. 2.2, а ему будет соответствовать значение $B_{\text{крит 1}} < B_{\text{крит 1}} < B_{\text{крит 1}} < B_{\text{крит 2}}$, определенное по равенству заштрихованных площадей, пропорциональных энергии магнитного поля.

Любой реальный образец имеет примеси и дефекты кристаллической решетки. Они не позволяют установить точное значение критического магнитного поля $B_{\rm крит}$. Реальная кривая намагничивания (рис. 2.3) отличается от идеальной кривой (см. рис. 2.2) отсутствием обратимости, что обусловлено магнитным гистерезисом и остаточной положительной намагниченностью (захватом магнитного потока) сверхпроводникового образца. Причиной гистерезиса и захвата потока служат включения, дефекты и дислокации.

§ 2.3. Промежуточное состояние

Для существования сверхпроводимости в массивном образце необходимо, чтобы магнитное поле не превышало критического значения во всем его объеме (за исключением тонкого поверхностного слоя). Выполнение этого условия можно обеспечить для тонких стержней. С точки зрения геометрии они рассматриваются как бесконечно длинные цилиндры. Для намагничивания образцов такой формы краевые условия несущественны. Однако в образцах произвольной формы магнитное поле будет распределяться неравномерно из-за магнитометрического коэффициента размагничивания N. Магнитометрический коэффициент размагничивания, в отличие от баллистического коэффициента размагничивания, в отличие от баллистического коэффициента размагничивания, используется при определении величины средней по объему испытуемого образца намагниченности в зависимости от приложенного магнитного поля. Числовые значения N находятся в пределах 0–1. В результате фазовый переход образца произвольной формы происходит в меньшем, чем у тонкого стержня, магнитном поле:

$$B_N = B_{\text{KPMT}}(1 - N), \qquad (2.4)$$

Отношение оси вра- щения, направлен- ной по полю, к пер- пендикулярной оси	0 (бесконечно протяженная пластина)	Поле пер- пендику- лярно оси вращения (проволока круглого сечения)	1 (шар)	3 (эллипсоид)
Ν	1	1/2	1/3	0,108
Отношение оси вра- щения, направлен- ной по полю, к пер- пендикулярной оси	5 (эллипсоид)	10 (эллипсоид)	50 (эллипсоид)	∞ (бесконечно длинный цилиндр)
Ν	0,056	0,02	0,0014	0

Таблица 2.1. Значения магнитометрического коэффициента размагничивания N [46]