№ 107

В.А. Арутюнов
С.А. Крупенников
Г.С. Сборщиков

Теплофизика и теплотехника

Теплофизика

Курс лекций

№ 107

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра теплофизики и экологии металлургического производства

В.А. Арутюнов
С.А. Крупенников
Г.С. Сборщиков

Теплофизика и теплотехника

Теплофизика

Курс лекций

Допущено учебно-методическим объединением
по образованию в области металлургии в качестве учебного
пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению 150100 – Металлургия

МИСиС
ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ

Москва 2010

УДК 669.04
А86

Р е ц е н з е н т
канд. техн. наук, проф. *А.В. Егоров*

Арутюнов В.А., Крупенников С.А., Сборщиков Г.С.
А86 Теплофизика и теплотехника: Теплофизика: Курс лекций. – М.: Изд. Дом МИСиС, 2010. – 228 с.
ISBN 978-5-87623-358-5

Дисциплина «Теплофизика и теплотехника» состоит из двух частей: «Теплофизика» и «Теплотехника». Настоящее пособие представляет собой курс лекций по первой части, в которой излагаются теоретические основы теплофизических процессов, протекающих в различных промышленных аппаратах.

Содержание пособия соответствует базовой программе общеуниверситетской учебной дисциплины «Теплофизика и теплотехника».

Курс лекций предназначен для студентов, обучающихся по всем направлениям бакалавриата. Знания, полученные при изучении дисциплины, необходимы также при подготовке магистров для математического и физического моделирования теплофизических процессов и аппаратов.

УДК 669.04

ISBN 978-5-87623-358-5

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время термином «Теплофизика» обозначают совокупность дисциплин, которую раньше в вузах энергетического профиля называли «Теоретические основы теплотехники» (ТОТ). В этот цикл входят: техническая термодинамика, механика жидкости и газа, теория тепло- и массообмена и теория горения для тех специальностей, которые связаны с технологическими процессами, использующими химическую энергию топлива.

В дисциплинах теплофизического цикла излагаются фундаментальные научные основы рабочего процесса технических устройств, агрегатов и технологических аппаратов, функционирование которых обусловлено взаимными преобразованиями различных видов энергии и тем видом переноса энергии, который называется теплотой, а также процессами переноса импульса и массы компонентов смеси в движущихся жидкостях, газах и в многофазных, чаще всего, в двухфазных потоках. Сочетание указанных процессов характерно для технологий, применяющихся в химической промышленности, в производстве строительных и огнеупорных материалов, в машиностроении, теплоэнергетике, в ядерной энергетике и в других отраслях техники. Теплофизика является теоретической основой работы двигателей внутреннего сгорания и других теплосиловых установок.

Особо важную роль играют теплофизические процессы практически во всех металлургических технологиях. По существу, современная теория металлургических процессов представляет собой теорию процессов тепло- и массообмена, протекающих, как правило, в двух- или в трехфазных системах при наличии химических реакций и при высоких температурах. Последнее обстоятельство обеспечивает чрезвычайно высокие скорости химических реакций. В результате эти процессы в подавляющем большинстве случаев протекают в диффузионной области, т.е. лимитирующим звеном для них является транспорт реагентов в зону реакции, процесс массообмена.

Но и в физико-химических механизмах низкотемпературных металлургических процессов, например, гидрометаллургических, а также многих технологий обогащения, важную роль играет движение однофазных и многофазных текучих сред и соответствующие процессы массообмена.

В настоящем учебном пособии излагаются основы следующих разделов теплофизики: теории подобия, механики жидкостей и газов, теории конвективного тепло- и массообмена, теории кондуктивного и радиационного теплообмена, а также основы технической термодинамики.

1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

1.1. Методы проведения научных исследований

Изучение любого явления или аппарата начинается с составления его модели. Наибольшую ценность для исследований имеют математические модели, так как теоретические представления приобретают конкретный, точный характер лишь тогда, когда они выражены в форме количественных соотношений. Проведение вычислительных экспериментов с математической моделью, реализованной в виде компьютерной программы, обеспечивает сокращение сроков исследования и уменьшение его стоимости, позволяет прогнозировать поведение изучаемого объекта в различных, в том числе экстремальных ситуациях, создавая таким образом основу для теплотехнического обоснования проектных решений при разработке новых и совершенствовании существующих технологических процессов.

Математической моделью называется совокупность соотношений (уравнений, неравенств, логических условий), адекватно описывающих поведение исследуемого объекта.

Понятие адекватности модели исследуемому объекту является центральным в методологии математического моделирования. Модель считается адекватной, если она с заданной точностью отображает свойства объекта, существенные для цели исследования. Таким образом, в модели должны воспроизводиться не все особенности функционирования реального объекта, а лишь наиболее важные, учет которых необходим для решения поставленной задачи.

Выделение существенных свойств изучаемого объекта, поиск способов их адекватного воспроизведения в модели требуют от исследователя не только глубокого понимания механизма моделируемых процессов, но в значительной степени базируются на его опыте и интуиции. Принятие упрощающих допущений, гипотез, связанных с недостатком информации о некоторых сторонах функционирования объекта, во многом придают процессу создания модели творческий характер.

Указанное обстоятельство приводит, однако, к возможности принятия неточных или ошибочных решений при построении модели, с чем связана необходимость обязательной проверки ее адекватности путем сопоставления результатов расчета с данными натурного эксперимента.

Для исследования данного реального объекта могут быть созданы адекватные математические модели разного уровня сложности, достаточно полно или с избыточной полнотой отражающие многообразие его свойств. Выбор уровня детализации (уровня моделирования) в каждом конкретном случае определяется одним из принципов системного подхода: модель должна быть настолько сложной, насколько это необходимо для достижения поставленной цели. Таким образом, один из главных этапов построения математической модели заключается в максимально возможном упрощении изучаемого объекта.

Существует два подхода к построению математических моделей.

Теоретический (структурный) подход базируется на анализе структуры объекта и физической сущности протекающих в нем процессов. Уравнения математической модели выражают при этом фундаментальные теоретические положения: законы сохранения, закономерности явлений переноса, химической кинетики и т.д.

Эмпирический (функциональный) подход применяется в тех случаях, когда теоретические соотношения не могут быть использованы вследствие недостаточной изученности моделируемых процессов, либо когда заданный уровень моделирования делает нецелесообразным построение сложных теоретических моделей. При эмпирическом подходе структура объекта считается неизвестной (объект рассматривается как «черный ящик»), и функциональная зависимость между входными и выходными переменными устанавливается путем статистической обработки данных натурного эксперимента.

Эмпирические модели используются обычно в системах автоматизированного управления поведением конкретных объектов. Теоретические модели имеют гораздо более широкую область применения. Прежде всего, они могут быть использованы для анализа влияния различных факторов на протекание исследуемых процессов, прогнозирования поведения реальных или проектируемых объектов и принятия на этой основе оптимальных решений.

Математические модели сложных объектов состоят обычно из отдельных блоков, главные из которых строятся на основе теоретического, а вспомогательные – на основе эмпирического подхода.

Исследование явления или аппарата с помощью математической модели можно проводить либо аналитически, либо численно. Наиболее ценные результаты получаются при аналитическом решении поставленной задачи, так как такое решение выражается в виде явной формулы, вскрывающей внутренние связи между искомой величиной, аргументами и параметрами задачи. При этом, однако, возможность довести исследование до конца в аналитической форме обычно наталкивается на значительные математические трудности и осуществляется только в самых простых случаях.

В настоящее время первенствующее значение приобрели численные методы исследования. В результате широкого развития компьютерной техники в этом направлении достигнуты замечательные успехи, и может быть получено численное решение очень сложных задач с требуемой степенью точности.

Аналитическое и численное решения далеко не равноценны. Ряды чисел, получающихся в результате численного решения, несут большой объем ценной информации, которая с успехом используется. Но они не вскрывают внутренних связей, характеризующих исследуемую задачу. Конечно, анализ численных результатов позволяет обнаружить некоторые конкретные зависимости, и всегда можно подобрать аппроксимирующие их функции. Но разрозненные частные зависимости, связывающие друг с другом отдельные переменные и не объединенные общим уравнением, не могут дать полную и отчетливую картину изучаемого объекта. При этом они обладают тем меньшей ценностью, чем больше число переменных, существенных для решаемой задачи.

Ничего не изменяется, если рассматриваются результаты не вычислительного, а натурного эксперимента.

Таким образом, численные методы (или натурный эксперимент) оказываются недостаточными для определения общих закономерностей изучаемых явлений. Однако эти методы могут быть существенно усилены с помощью теории подобия.

В теории подобия доказано, что влияние отдельных факторов, представленных в модели объекта определенными величинами, проявляется не порознь, а совместно, и что по сути дела надо рассматривать не влияние этих отдельных величин, а их совокупное влияние. Сформулирован метод, позволяющий на основании математической модели объекта найти связь между группами величин, входящих в модель, и объединить их в комплексы строго определенного вида. Являясь комбинациями из величин, существенных для изучаемого объекта, комплексы представляют собой особого рода безразмерные (обобщенные) переменные и константы.

Переход от обычных физических величин к обобщенным переменным создает важные преимущества для проведения как вычислительных, так и натурных экспериментов. Прежде всего, сокращается число независимых переменных задачи. Кроме того, так как заданное значение комплекса можно получить как результат бесчисленного множества комбинаций составляющих его величин, то, следовательно, при рассмотрении задачи в обобщенных переменных исследуется не единичный частный случай, а бесчисленное множество различных случаев, объединенных некоторой общностью свойств. Иначе говоря, расширяется область применения результатов решения конкретной задачи.

Таким образом, для проведения исследования явления или аппарата необходимо составить математическую модель изучаемого объекта и попытаться решить задачу аналитически. Если это не представляется возможным, задача решается либо численно с помощью компьютерной техники, либо путем постановки физического эксперимента. При этом для усиления полученного результата целесообразно в процессе решения и обработки его результатов использовать методы теории подобия.

1.2. Построение математической модели изучаемого объекта

На начальной стадии исследования создается словесная модель изучаемого объекта, представляющая собой качественное описание процессов, протекающих в объекте, и его свойств. Она несет определенную информацию об изучаемом объекте и позволяет составить список факторов, влияющих на изучаемое явление или аппарат. Такой список позволяет осуществлять исследование, рассматривая объект как «черный ящик» и используя методы организации эксперимента. При этом для усиления результатов исследований используется специальный метод теории подобия, называемый анализом размерностей.

Математическая модель состоит из двух частей: системы определяющих уравнений и условий однозначности.

Система определяющих уравнений описывает наиболее важные процессы, происходящие в изучаемом объекте: движение среды, передачу теплоты и массы из одной области в другую или от одного объекта к другому, химические реакции, протекающие в объекте, и т.д. Эти процессы, как правило, описываются уравнениями, выражающими фундаментальные законы природы: законы сохранения массы, энергии, импульса и т.д. Однако, движение среды, перенос теплоты и массы, а также одинаковые химические реакции протекают в бесконечном множестве объектов, и во всех этих случаях они описываются одними и теми же уравнениями. Для того чтобы индивидуализировать разрабатываемую математическую модель, к системе определяющих уравнений добавляют условия однозначности, в которых формулируют индивидуальные особенности описываемого объекта. Условия однозначности делятся на несколько групп, из которых наиболее важными являются следующие:

– геометрические условия, описывающие форму и размеры изучаемого объекта;

– физические условия, содержащие сведения о физических свойствах изучаемого объекта;

– начальные условия, содержащие значения всех переменных величин, характеризующих изучаемый объект в начальный момент времени;

– граничные условия, описывающие взаимодействие изучаемого объекта с окружающей средой.

Совокупность системы определяющих уравнений и условий однозначности представляет собой полную математическую модель изучаемого объекта. При этом если исследование объекта проводится путем вычислительного или натурного эксперимента, для усиления его результатов целесообразно применять методы теории подобия.

1.3. Постановка и проведение исследования с применением методов теории подобия

Согласно теории подобия частное решение, полученное в результате численного исследования конкретного явления или аппарата, может быть перенесено на все подобные явления или аппараты. При этом изучаемые объекты являются подобными, если они описываются одинаковой системой определяющих уравнений, и условия однозначности их математических моделей подобны. В свою очередь, условия однозначности двух объектов подобны, если безразмерные комплексы, составленные из одноименных величин, заданных в условиях однозначности каждого из сопоставляемых объектов, численно равны друг другу.

Сформулируем несколько понятий и определений теории подобия, необходимых для дальнейшего изложения.

Модель – процесс или аппарат, являющийся объектом исследования.

Образец – процесс или аппарат, на которые необходимо перенести результаты исследования на модели. Такой перенос правомерен, если образец и модель подобны.

Число (безразмерная независимая переменная или безразмерная функция) – безразмерный комплекс, составленный по определенным правилам из величин, входящих в математическую модель изучаемого объекта, среди которых имеются искомые или независимые переменные величины.

Критерий подобия (безразмерный параметр задачи) – безразмерный комплекс, составленный по определенным правилам из величин, заданных в условиях однозначности математической модели. Критерии подобия всегда имеют определенный физический смысл (как меры отношения различных сил, внешнего и внутреннего термического сопротивлений тела и т.д.), в то время как числа представляют собой просто безразмерные переменные или искомые величины (безразмерная координата, безразмерная скорость и т.д.).

Если модель и образец подобны, то между всеми описывающими их одноименными величинами существует линейная зависимость:

$$x_{\text{обр}} = C_x x_{\text{мод}}, \tag{1.1}$$

где C_x – масштаб подобия по фактору «x».

Из выражения (1.1) следует, что если модель и образец подобны, то у них численно равны не только критерии подобия, но и безразмерные числа. Поясним это фундаментальное положение простым примером.

Предположим, что на модели исследуется процесс движения твердого тела, имеющий место на образце. Тогда одним из определяющих уравнений математической модели этого процесса будет выражение второго закона Ньютона

$$f = m\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t},$$

где m – масса тела;
w – скорость тела;
f – приложенная к телу сила;
t – время движения тела.

Обозначим массу тела модели через m', его скорость через w', приложенную к нему силу через f' и время движения через t'. Тогда получим:

– для модели $$f' = m'\frac{\mathrm{d}w'}{\mathrm{d}t'}; \tag{1.2}$$

– для образца $$f'' = m''\frac{\mathrm{d}w''}{\mathrm{d}t''}. \quad (1.3)$$

Если движения тел модели и образца подобны, то согласно (1.1) имеем

$$f' = C_f f'',\ m' = C_m m'',\ w' = C_w w'',\ t' = C_t t''. \quad (1.4)$$

Подставив соотношения (1.4) в уравнение (1.2), получим

$$C_{\mathrm{f}} f'' = C_m m''\frac{\mathrm{d}\left(C_w w''\right)}{\mathrm{d}\left(C_t t''\right)}$$

или

$$\frac{C_f C_t}{C_m C_w} f'' = m''\frac{\mathrm{d}w''}{\mathrm{d}t''}.$$

Из сопоставления последнего уравнения с (1.3) следует, что оно справедливо только в случае, если

$$\frac{C_f C_t}{C_m C_w} = 1. \quad (1.5)$$

Комплекс, составленный из масштабов подобия, называется индикатором подобия. Таким образом, мы установили, что, как утверждает первая теорема теории подобия, у подобных объектов индикаторы подобия равны единице.

Преобразуем соотношение (1.5), заменив в нем масштабы подобия с учетом (1.4), получим

$$\frac{f't'}{m'w'} = \frac{f''t''}{m''w''}. \quad (1.6)$$

В комплексы левой и правой частей равенства (1.6) входит искомая величина *f*, т.е. полученные комплексы являются числами – безразмерными определяемыми величинами.

Таким образом, подобные объекты помимо равенства критериев подобия характеризуются еще и численно равными безразмерными искомыми величинами. Однако обратное несправедливо: равенство безразмерных чисел не обеспечивает равенства критериев подобия, то есть подобия образца и модели.

Из приведенных выкладок следует еще один важный вывод: в процессе моделирования можно произвольно выбирать масштабы всех величин, кроме одной, масштаб которой должен определяться из уравнения (1.5).

При формировании масштабов подобия используются значения соответствующих физических величин, заданные в условиях однозначности. Для независимых переменных и искомых величин в процессе преобразования их к безразмерному виду в качестве масштабов подобия выбираются либо одноименные величины, заданные в условиях однозначности, либо масштаб подобия составляется из нескольких величин, заданных в условиях однозначности. Например, если в ходе исследования определяется значение скорости в заданной точке потока в некоторый момент времени, то определяемую величину можно представить как w/w_0, если в начальных условиях задано, например, значение скорости потока на входе в модель w_0. Здесь в качестве масштаба подобия для скорости принята величина $C_w = 1/w_0$. Если в условиях однозначности не задано ни одного значения скорости потока, безразмерную скорость можно выразить в виде комплекса wl_0/ν. Здесь в качестве масштаба подобия скорости используется отношение $C_w = l_0/\nu$, где l_0 – характерный линейный размер модели, заданный в геометрических условиях однозначности, а ν – кинематический коэффициент вязкости потока, заданный в физических условиях однозначности.

И, наконец, теория подобия утверждает, что зависимость между физическими величинами, характеризующими явление или аппарат, всегда может быть представлена в виде обобщенного критериального уравнения. Иначе говоря, если искомая величина представлена в виде комплекса π_1, а независимые переменные и параметры модели через $\pi_2, \pi_3, ..., \pi_n$, то зависимость между ними для любых значений $\pi_2, \pi_3, ..., \pi_n$ можно выразить в виде уравнения $\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, ..., \pi_n)$. Это положение, которое называется теоремой Бекингема или π-теоремой, определяет, в каком виде необходимо представлять результаты численного исследования модели при использовании теории подобия.

Итак, при постановке и проведении физического или компьютерного исследования по правилам теории подобия необходимо выполнить следующие этапы:

– составить математическую модель изучаемого объекта в виде системы определяющих уравнений и условий однозначности;

– привести полученную систему к безразмерному виду;

– выделить из числа полученных безразмерных комплексов критерии подобия и установить их численные значения на модели, а также пределы их изменения в ходе исследования;

– установить, исходя из цели исследования, необходимые пределы изменения безразмерных аргументов (чисел). В зависимости от возможностей модели выбрать шаг изменения каждого из аргументов;

– провести вычислительный эксперимент на компьютере или физический эксперимент на лабораторной установке и определить значения искомой функции, представленной в безразмерном виде, для всех сочетаний значений независимых переменных и критериев подобия;

– обработать полученные результаты по правилам математической статистики и получить в явном виде обобщенное критериальное уравнение $\pi_1 = f\left(\pi_2, \pi_3, ..., \pi_n\right)$.

Как правило, обобщенное уравнение представляют в виде показательной функции нескольких переменных.

Полученное критериальное уравнение справедливо для всех подобных процессов и явлений. Оно устанавливает взаимосвязь между искомой величиной, аргументами и параметрами математической модели в пределах изменения критериев подобия и безразмерных чисел, реализованных в эксперименте.

Контрольные вопросы

1. Что называется математической моделью?
2. В каком случае модель считается адекватной изучаемому объекту?
3. С чем связана необходимость обязательной проверки адекватности математической модели?
4. Какие два подхода могут быть использованы при построении математической модели?
5. Какие два пути реализации математических моделей существуют и чем они отличаются?
6. Какова структура математической модели?
7. Что такое условия однозначности и для чего они формируются?
8. Какую информацию содержат граничные условия?

9. Почему при использовании численных методов исследования математической модели процесса или аппарата целесообразно применять теорию подобия?

10. Сформулируйте основную теорему подобия.

11. В чем заключается смысл теории подобия?

12. Как получаются безразмерные комплексы на основании теории подобия? Что такое критерий подобия? Безразмерное число?

13. Что называется индикатором подобия?

14. Когда целесообразно использовать методы теории подобия: при аналитическом или численном решении задачи?

15. С какой целью применяются методы теории подобия при численной реализации математической модели?

16. Какие явления и аппараты называются подобными?

17. Как необходимо преобразовать исходную математическую модель аппарата или явления, чтобы полученный в ходе численного решения результат можно было распространить на класс подобных явлений или аппаратов?

2. МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

В металлургии часто приходится иметь дело с движущейся средой. Примерами таких сред могут служить расплавы в ваннах плавильных печей, электролиты в электролизных ваннах, продукты сгорания топлива в рабочем пространстве печей, различные жидкости и газы, движущиеся по трубам и каналам. Знание закономерностей движения и условий равновесия жидкостей и газов необходимо для проведения расчетов различных металлургических агрегатов, горелочных устройств, компрессоров, дымососов, дымовых труб, при описании процессов передачи теплоты, протекания технологических процессов и т.д.

Раздел теоретической механики, изучающий вопросы кинематики, статики и динамики движущихся сред, называется механикой жидкостей и газов (МЖГ).

2.1. Основные постулаты, понятия и определения механики жидкостей и газов

2.1.1. Основные постулаты и понятия

Теоретическая механика, рассматривая движение и взаимодействие материальных тел, представляет их либо как материальную точку, либо как систему материальных точек. В последнем случае система может быть как дискретной, состоящей из отдельных материальных точек, так и сплошной, когда в любом, сколь угодно малом объеме, содержится бесконечно большое количество материальных точек и имеет место непрерывное распределение вещества в пространстве, а, следовательно, физических характеристик его состояния и движения. В этом случае систему называют сплошной средой. В МЖГ жидкости и газы рассматриваются как сплошные среды.

При использовании понятия сплошной среды предполагается, что число молекул жидкости или газа при стремлении элементарного объема среды к нулю остается бесконечно большим. Границы применимости модели сплошной среды определяются величиной критерия Кнудсена

$$\mathrm{Kn} \equiv \frac{\Lambda}{L} \ll 1,$$

где L – характерный размер потока;

Λ – средняя длина свободного пробега молекул.

Таким образом, предположение о сплошности среды реализуется до тех пор, пока линейные размеры рассматриваемого потока жидкости или газа намного больше, чем длина пути свободного пробега молекул этого вещества.

Так как сплошность среды предполагает непрерывное изменение в пространстве ее физических и динамических характеристик, применение постулата о сплошности позволяет при описании кинематики и динамики жидкости и газа использовать хорошо разработанный математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления.

Кроме свойства сплошности, играющего важную роль при описании кинематики жидкостей и газов, для динамики существенно еще одно их свойство – текучесть.

Свойство текучести выражается в том, что внутреннее трение (касательные напряжения силы трения) в движущейся среде отлично от нуля только при наличии относительного движения между отдельными слоями. При относительном покое (т.е. отсутствии движения слоев друг относительно друга) внутреннее трение отсутствует. В этом заключается отличие жидкой или газообразной среды от твердого тела, в котором существует трение покоя. Количественная связь между касательным напряжением трения и скоростью сдвигового (относительного) движения может быть различной. В настоящем курсе мы будем иметь дело с двумя моделями движущейся среды: идеальной средой, в которой отсутствуют силы внутреннего трения, и реальной средой (*ньютоновской жидкостью*), в которой напряжения сил внутреннего трения пропорциональны скорости сдвига. К числу ньютоновских жидкостей относятся все газы и большинство жидкостей: вода, жидкие металлы и шлаки и т.д. Свойство текучести используется в динамике жидкостей и газов при расчете действующих в них сил вязкого трения.

Обладая общими свойствами непрерывности и текучести жидкости и газы отличаются друг от друга свойствами, связанными с различием их молекулярной структуры.

Расстояние между молекулами жидкости крайне мало, что приводит к возникновению значительных молекулярных сил сцепления. Эти силы особенно велики на поверхностях, отделяющих данную жидкость от другой жидкости или от газа. Под влиянием поверхностных сил жидкость подвергается столь сильному сжатию, что сравнительно небольшие изменения давления, связанные с движением жидкости практически не вызывают изменения ее объема. В связи с этим в подавляющем большинстве случаев жидкость можно считать несжимаемой средой.

В газах межмолекулярные расстояния велики, а силы взаимодействия между молекулами малы, поэтому газы обладают значительной по сравнению с жидкостью сжимаемостью. В ряде случаев, однако – при малых изменениях давления и температуры и при скоростях движения, малых по сравнению со скоростью звука – газы так же, как и жидкости могут рассматриваться как несжимаемые среды.

По этой причине в курсе МЖГ как для газов, так и для жидкостей используют один термин – жидкость, отмечая, когда это необходимо, о какой жидкости идет речь: сжимаемой или несжимаемой.

В тех случаях, когда при моделировании движения жидкости можно пренебречь силами внутреннего трения, рассматриваемую жидкость можно считать идеальной. Модель идеальной жидкости оказывается пригодной для описания многих важных процессов обтекания тел или движения жидкости по каналам, но она не может объяснить происхождения сопротивления тел, разогревания жидкостей и газов в результате преобразования механической энергии в теплоту, тепло- и массопереноса в жидкости и т.д. Для описания этих явлений необходимо пользоваться более сложной моделью вязкой, проводящей теплоту и обладающей способностью переноса примесей (диффузии) жидкости.

2.1.2. Плотность, скорость и плотность потока массы

Рассмотрим малый объем жидкости или газа ΔV, содержащий внутри себя заданную точку пространства M, и пусть масса этого объема равна Δm; скалярная величина ρ, кг/м^3, определяемая предельным выражением

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V}, \tag{2.1}$$

называется *плотностью среды* в точке M (предполагается, что при стремлении объема ΔV к нулю точка M все время остается внутри этого объема).

Плотность среды зависит от ее материального состава, температуры и давления. В общем случае плотность является функцией координат и времени

$$\rho = \rho(x, y, z, t). \qquad (2.2)$$

Выражение (2.2) описывает нестационарное пространственное поле плотности. Если плотность в заданной точке пространства не меняется во времени, то говорят о стационарном пространственном поле плотности:

$$\rho = \rho(x, y, z). \qquad (2.3)$$

Если в объеме сплошной среды с переменной плотностью соединить между собой точки с одинаковой плотностью, то получится система поверхностей, на каждой из которых плотность будет иметь постоянное значение. Эти поверхности не могут пересекаться между собой, так как в противном случае в точках пересечения плотность должна была бы иметь одновременно два разных значения, что невозможно. Построим сечение рассматриваемого объема некоторой плоскостью. Линии пересечения поверхностей постоянной плотности с этой плоскостью (изолинии) представляют собой систему непересекающихся линий (рис. 2.1).

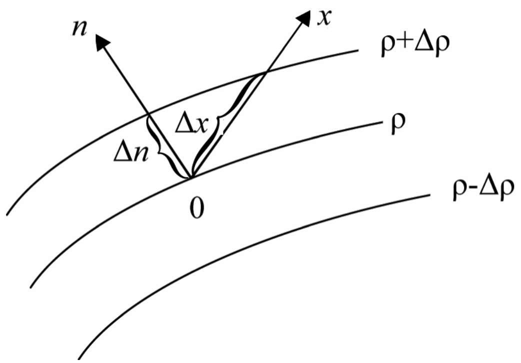

Рис. 2.1. К определению понятия градиента плотности

Так как вдоль изолиний плотность не меняется, ее изменение может происходить только в поперечных направлениях, например в направлении оси *x*. Интенсивность изменения плотности вдоль этой оси характеризуется величиной

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta\rho}{\Delta x} = \frac{\partial\rho}{\partial x}.$$

Очевидно, что самая высокая интенсивность изменения плотности от значения ρ до (ρ + Δρ) будет иметь место в направлении нормали к линиям ρ = const и (ρ + Δρ) = const, так как в этом случае $\Delta n < \Delta x$. Величина $\frac{\partial\rho}{\partial n} \equiv \left|\mathrm{grad}\rho\right|$ представляет собой модуль вектора, называемого градиентом плотности. Градиент плотности является векторной величиной, направленной в сторону наискорейшего увеличения плотности и выражающейся через ее производные по координатным осям следующим образом:

$$\mathrm{grad}\rho = \frac{\partial\rho}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\rho}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial z}\vec{k}, \qquad (2.4)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы (орты), направленные вдоль соответствующих координатных осей.

Плотность капельной жидкости слабо зависит от температуры и практически не зависит от давления, так что обычно считается постоянной величиной. Газ тоже может быть несжимаемой жидкостью.

Плотность газа существенно зависит от давления и температуры. При фиксированной температуре плотность газа прямо пропорциональна давлению (закон Бойля – Мариотта), при фиксированном давлении – обратно пропорциональна температуре (закон Гей-Люссака):

$$\rho_{\text{г}} = \rho_0 \frac{T_0 p}{T p_0}, \qquad (2.5)$$

где ρ_0 – плотность газа при нормальных условиях ($p_0 = 0{,}981 \cdot 10^5$ Па; $T_0 = 273{,}13$ К);

$\rho_{\text{г}}$ – плотность газа при температуре T и давлении p.

Основной кинематической характеристикой сплошной среды является ее скорость.

Как известно, скорость материальной точки определяется как ее перемещение за единицу времени.

$$\vec{w} = \frac{\mathrm{d}\vec{l}}{\mathrm{d}t}. \qquad (2.6)$$

Для другого определения скорости жидкости или газа введем понятие потока объема (объемного расхода) $\dot{V}$, м^3/с, как отношения объема жидкости или газа ΔV, проходящего через некоторую по-