№ 2009

Т.Н. Сабурова
Е.В. Шишкова

Теория вероятностей

Вероятностное пространство.
Условная вероятность. Независимость событий

Учебное пособие

№ 2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»**

Кафедра математики

Т.Н. Сабурова
Е.В. Шишкова

Теория вероятностей

Вероятностное пространство. Условная вероятность. Независимость событий

Учебное пособие

Рекомендовано редакционно-издательским советом университета

МИСиС
ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ

Москва 2011

УДК 519.2
С12

Рецензент
канд. физ.-мат. наук, доц. *В.П. Григорьев*

Сабурова, Т.Н.
С12 Теория вероятностей : Вероятностное пространство. Условная вероятность. Независимость событий : Учеб. пособие / Т.Н. Сабурова, Е.В. Шишкова. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2011. – 68 с.
ISBN 978-5-87623-475-9

В данном учебном пособии приводится краткое изложение теоретического материала по первой части курса «Теория вероятностей», разобраны решения большого количества типовых задач, приведены контрольные вопросы по данному курсу, дано более 100 упражнений для самостоятельного решения с ответами, типовые варианты контрольной работы, предназначенные для проверки усвоения пройденного материала, приведены таблицы значений вероятности для распределения Пуассона, плотности вероятности и функции распределения стандартного нормального распределения.

Соответствует программе курса «Теория вероятностей».

Предназначено для студентов всех специальностей МИСиС.

УДК 519.2

ISBN 978-5-87623-475-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 4
Введение 5
1. Вероятностное пространство 6
1.1. Основные определения 6
1.2. Элементы комбинаторики 8
1.2.1. Перестановки 9
1.2.2. Размещения 12
1.2.3. Сочетания 14
1.3. Конечное вероятностное пространство. Классическая модель 17
1.4. Геометрическая модель 21
Упражнения для самостоятельной работы 22
2. Условные вероятности и независимые события 26
2.1. Условные вероятности 26
2.2. Независимость событий 26
2.3. Теорема умножения 30
2.4. Формула полной вероятности 31
2.5. Формула байеса 34
Упражнения для самостоятельной работы 35
3. Повторные независимые испытания 44
3.1. Понятие независимых испытаний 44
3.2. Формула Бернулли 44
3.3. Наиболее вероятное число успехов 47
3.4. Формула Пуассона 48
3.5. Локальная предельная теорема муавра – Лапласа 49
3.6. Интегральная предельная теорема муавра – Лапласа 50
Упражнения для самостоятельной работы 52
Контрольные вопросы 56
Варианты контрольной работы 57
Ответы к вариантам контрольной работы 61
Ответы к упражнениям для самостоятельной работы 62
Библиографический список 64
Приложения 65

ПРЕДИСЛОВИЕ

Образовательные стандарты бакалавров всех специальностей содержат курс теории вероятностей и математической статистики, поэтому данное пособие можно использовать студентам всех специальностей нашего университета.

В настоящем пособии дается краткое изложение основополагающих понятий теории вероятностей, таких как вероятность, случайное событие и т.д. При этом авторы, опираясь на интуитивные представления этих понятий, старались давать математически точные формулировки определений и теорем. Для лучшего восприятия материала приводится большое количество задач с решениями.

Трудность изучения теории вероятностей связана со спецификой этой математической дисциплины. Решение задач по теории вероятностей требует определенного навыка, так как они формулируются не в математических терминах, а в бытовых. Таким образом, приходится каждый раз выбирать соответствующую вероятностную модель, которую следует применить для решения. Поэтому пособие наряду с примерами решенных задач содержит более ста задач для самостоятельного решения, а также типовые варианты контрольной работы. Все задачи снабжены ответами.

ВВЕДЕНИЕ

Теория вероятностей – раздел математики, изучающий закономерности в случайных явлениях. Ее возникновение относится к середине XVII века. Если случайное явление рассматривать отдельно, само по себе, то предсказать его исход невозможно (потому оно и случайное, например, количество очков, выпавших при бросании игрального кубика). Однако если рассматривать серию однотипных случайных явлений, то начинают просматриваться определенные закономерности. В то время уровень развития естествознания и техники не давал возможности наблюдать такие ситуации. Единственным источником массовых случайных явлений были азартные игры. Именно анализ задач, связанных с азартными играми, привел к формированию понятия вероятности. Так, французский естествоиспытатель XVIII века Бюффон бросил монету 4040 раз (при этом герб выпал 2048) и подсчитал относительную частоту выпадения герба: 2048/4040 = 0,507. Через полтора века английский статистик Пирсон повторил его опыт, бросив монету сначала 12 000 раз, а затем 24 000, при этом соответствующие относительные частоты выпадения герба были равны 0,5016 и 0,5005, т.е. с увеличением количества бросаний монеты частота выпадения герба приближалась к 0,5.

Эти опыты наряду с другими привели к выводу, что если количество испытаний n достаточно большое, то относительная частота случайного события A обладает *свойством устойчивости*: с увеличением числа опытов n она принимает значения, близкие к некоторому *неслучайному* числу $P(A)$. Устойчивость частот – это объективное свойство массовых случайных явлений реального мира. Отсутствие устойчивости частот в сериях испытаний свидетельствует о том, что условия, при которых проводятся испытания, претерпевают значительные изменения. Теория вероятностей – это математическая наука, в которой рассматриваются математические модели случайных явлений. При этом обнаруживаются такие связи между вероятностями случайных событий, которые дают возможность вычислить вероятности более сложных событий, если известны вероятности соответствующих более простых событий.

Наиболее совершенное аксиоматическое построение теории вероятностей было сделано лишь в XX веке в работах выдающегося русского математика А.Н. Колмогорова. Его модель позволяет описывать не только случайные явления, но и случайные процессы, происходящие в самых различных сферах науки и техники. Поэтому именно эта математическая модель положена в основу настоящего курса.