

№ 1938

В.Н. Шинкин
Ю.А. Поляков

Сопротивление материалов

Устойчивость и продольно-поперечный изгиб
элементов металлоконструкций

Учебное пособие

№ 1938

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

В.Н. Шинкин

Ю.А. Поляков

Сопротивление материалов

Устойчивость и продольно-поперечный изгиб
элементов металлоконструкций

Учебное пособие

Под редакцией профессора В.Н. Шинкина

Допущено учебно-методическим объединением по образованию
в области металлургии в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по направлению 150100 – Металлургия



Москва 2010

УДК 620.1
Ш62

Рецензент
д-р техн. наук, проф. *Б.А. Романцев*

Шинкин В.Н., Поляков Ю.А.

Ш62 Соппротивление материалов: Устойчивость и продольно-поперечный изгиб элементов металлоконструкций: Учеб. пособие / Под ред. В.Н. Шинкина. – М.: Изд. Дом МИСиС, 2010. – 169 с.
ISBN 978-5-87623-350-9

Рассмотрены основные вопросы расчета на устойчивость стержневых элементов металлоконструкций, изучение которых формирует у студентов базисные навыки, необходимые для выполнения расчетов деталей металлургических машин и оборудования. Приведенные в учебном пособии домашние задания рекомендуется выполнять с применением современных средств программного обеспечения, в частности, системы MathCAD. Кроме того, весьма эффективно использование возможностей специального проектно-вычислительного комплекса Structure CAD for Windows, предназначенного для численного исследования на ЭВМ прочности, жесткости и устойчивости конструкций.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 150100 «Металлургия».

УДК 620.1

ISBN 978-5-87523-350-9

© Шинкин В.Н.,
Поляков Ю.А., 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ.....	6
1.1. Общее понятие об устойчивости сжатых стержней.....	6
1.2. Формула Эйлера.....	7
1.3. Влияние способа закрепления концов стержня на критическую силу.....	9
1.4. Условие применимости формулы Эйлера.....	10
1.5. Формула Ясинского и условие ее применимости.....	11
1.6. Методика расчетов сжатых стержней на устойчивость.....	14
1.7. Вопросы для самоконтроля по расчетам сжатых стержней на устойчивость.....	17
2. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ.....	19
2.1. Проверочные расчеты сжатых стержней.....	20
2.2. Определение допускаемой нагрузки.....	26
2.3. Проектные расчеты сжатых стержней.....	31
2.4. Влияние нагрева на устойчивость стержня.....	33
2.5. Расчет на устойчивость стержней с участками разной жесткости.....	36
2.6. Расчет на устойчивость стержня, нагруженного продольной силой, приложенной посередине.....	38
2.7. Расчет на устойчивость стержня, нагруженного продольной силой через абсолютно жесткий шатун.....	41
2.8. Влияние малой начальной кривизны на прогиб сжатого стержня.....	44
2.9. Расчет стержня под действием эксцентрично приложенной силы.....	47
3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ.....	47
3.1. Устойчивость стержней на основе расчета систем сходящихся сил.....	47
3.2. Устойчивость стержневых элементов статически определимых плоских ферм.....	61
3.3. Устойчивость стержней на основе расчета произвольной пространственной системы сил.....	81
3.4. Учет монтажных напряжений при расчете стержневых систем на устойчивость.....	87
3.5. Влияние нагрева на устойчивость элементов стержневой системы.....	90
4. ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ.....	94
4.1. Понятие о продольно-поперечном изгибе.....	94
4.2. Дифференциальные уравнения при продольно-поперечном изгибе.....	95
4.3. Расчеты сжатого стержня под действием одной поперечной силы.....	98
4.4. Расчеты сжатого стержня под действием системы поперечных сил.....	106
4.5. Расчеты сжатого стержня под действием поперечной равномерно распределенной нагрузки.....	109
4.6. Приближенные расчеты при продольно-поперечном изгибе.....	111
4.7. Расчеты на прочность при продольно-поперечном изгибе.....	116
5. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УСТОЙЧИВОСТИ.....	122
5.1. Полная энергия упругой системы.....	122
5.2. Критерий устойчивости в энергетическом методе.....	124
5.3. Метод Ритца для приближенного определения критической силы.....	124
5.4. Частные случаи применения метода Ритца.....	125
5.5. Примеры определения критической силы с помощью метода Ритца.....	129

6. УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОМЕРНО СЖАТЫХ КРУГОВОГО КОЛЬЦА И АРКИ ...	132
6.1. Устойчивость равномерно сжатого кругового кольца	132
6.2. Устойчивость равномерно сжатой круговой арки, шарнирно закрепленной по концам	137
7. ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ	141
7.1. Проектные расчеты на устойчивость сжатых стержней	141
7.2. Определение критической силы сжатого стержня при расчетах на устойчивость	144
7.3. Расчеты на устойчивость стержневых элементов статически неопределимых систем	147
7.4. Расчеты на устойчивость стержневых элементов статически определимых плоских ферм	151
7.5. Задачи на продольно-поперечный изгиб	158
7.6. Задачи на устойчивость, решаемые энергетическим методом	161
7.7. Задачи на устойчивость круговых арок	164
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	165
ПРИЛОЖЕНИЯ	166

ПРЕДИСЛОВИЕ

В современном металлургическом производстве широко применяются различные механизмы, оборудование, металлоконструкции. Для целого ряда их конструктивных элементов обычных расчетов на прочность недостаточно для обеспечения надежной и безопасной работы в условиях эксплуатации, так как может произойти потеря устойчивости при внешних воздействиях.

В связи с этим уже на этапе общеинженерной подготовки, в процессе изучения раздела «Устойчивость стержневых металлоконструкций» дисциплины «Сопротивление материалов», следует уделять должное внимание формированию у студентов металлургических специальностей навыков в проведении расчетов элементов металлоконструкций, металлургических машин и оборудования, связанных с анализом их устойчивости. Это будет способствовать более качественному усвоению таких дисциплин, как «Детали машин и основы конструирования», «Теория механизмов и машин», «Теория упругости», «Теория обработки металлов давлением».

Разбор многочисленных примеров, приведенных в данном пособии, ориентирует будущего инженера на выполнение конструктивных мероприятий с целью предупреждения потери устойчивости и помогает понять специфику задач упругой устойчивости стержневых металлоконструкций. Успешное усвоение пройденного материала возможно лишь при своевременном выполнении домашних заданий, варианты которых содержатся в конце данного пособия.

Приведенные в учебном пособии домашние задания рекомендуется выполнять с применением современных средств программного обеспечения, в частности, системы MathCAD. Кроме того, весьма эффективно использование возможностей специального проектно-вычислительного комплекса Structure CAD for Windows, предназначенного для численного исследования на ЭВМ прочности, жесткости и устойчивости конструкций.

1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

1.1. Общее понятие об устойчивости сжатых стержней

Устойчивость – способность элементов конструкций сопротивляться усилиям, стремящимся вывести их из состояния равновесия.

Продольный изгиб стержня – изгиб, связанный с потерей устойчивости прямолинейной формы его равновесия.

Критическая сила – наибольшая по модулю центрально приложенная сжимающая стержень сила F , при которой прямолинейная форма равновесия стержня остается устойчивой.

Рассмотрим прямолинейный стержень, жестко защемленный одним концом, к свободному концу которого приложена сжимающая сила F , направленная вдоль оси стержня (рис. 1.1).

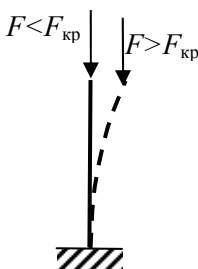


Рис. 1.1

При $F < F_{кр}$ происходит только центральное сжатие стержня. При $F > F_{кр}$ стержень работает на совместное действие сжатия и изгиба. Даже при небольшом превышении сжимающей нагрузки критического значения прогибы стержня и возникающие в нем напряжения недопустимо велики. Это приводит к выходу из строя не только конкретного стержневого элемента, но и всей конструкции в целом.

Потеря устойчивости стержня наступает до момента достижения предельного продольного напряжения $\sigma_{пред}$ стержня от сжатия, которое равно пределу текучести или условному пределу текучести для пластичных материалов ($\sigma_{пред} = \sigma_T$ или $\sigma_{пред} = \sigma_{0,2}$, где $\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести, если диаграмма сжатия не имеет выраженной площадки текучести) и пределу прочности при испытании на сжатие для хрупких материалов ($\sigma_{пред} = \sigma_{в.с}$).

1.2. Формула Эйлера

Допущения при выводе формулы Эйлера:

- 1) продольная ось ненагруженного стержня идеально прямая;
- 2) внешняя сила до потери устойчивости действует строго вдоль продольной оси стержня;
- 3) изгиб стержня при потере устойчивости описывается обычной линейной теорией изгиба балок, основанной на гипотезе плоских сечений;
- 4) прогибы считаются малыми, поэтому вместо точного уравнения для

кривизны балки $\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 v(z)}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{d v(z)}{dz}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$ пользуемся уравнением

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = M(z), \text{ пренебрегая величиной } \left(\frac{d v(z)}{dz}\right)^2 \text{ в знаменателе;}$$

5) поперечное сечение стержня постоянное;

6) изменением всех геометрических размеров стержня в процессе нагружения полностью пренебрегают, т. е. длину, площадь и момент инерции поперечного сечения стержня считают неизменными;

7) весом стержня пренебрегают, считая его малым по сравнению с внешней нагрузкой.

Дифференциальное уравнение упругой линии стержня длиной l , один конец которого прикреплен к шарнирно-неподвижной опоре, а второй – к шарнирно-подвижной опоре, которая может перемещаться вдоль оси z (рис. 1.2), имеет вид

$$EI \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = M(z) = -Fv(z),$$
$$\frac{d^2 v(z)}{dz^2} + k^2 v(z) = 0, \quad k^2 = \frac{F}{EI},$$

где $v(z)$ – прогиб стержня.

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$v(z) = C_1 \sin(kz) + C_2 \cos(kz), \quad C_1, C_2 = \text{const.}$$

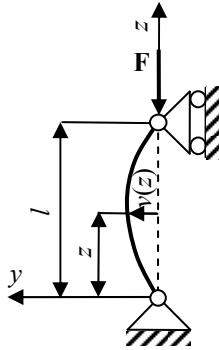


Рис. 1.2

Граничные условия, т. е. условия закрепления стержня, имеют вид
при $z = 0$ прогиб $v(0) = 0$ при $z = l$ прогиб $v(l) = 0$.

Подставив их в общее решение, получаем

$$\begin{cases} 0 = C_1 \sin(0) + C_2 \cos(0) = C_2, \\ 0 = C_1 \sin(kl) + C_2 \cos(kl); \end{cases}$$

$$C_2 = 0, C_1 \neq 0, \sin(kl) = 0, k = \frac{\pi n}{l}, n = 1, 2, 3, \dots; v(z) = C_1 \sin\left(\frac{\pi n}{l} z\right).$$

Значение $C_1 = 0$ соответствует равновесию прямолинейной формы стержня:

$$k^2 = \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 = \frac{F}{EI}, F = \frac{\pi^2 n^2 EI}{l^2}.$$

Различным целым значениям n соответствуют различные формы равновесия стержня. При $n = 1$ получаем **формулу Эйлера** для критической силы $F_{кр}$:

$$k^2 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 = \frac{F_{кр}}{EI_{\min}}, \quad F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2},$$

где I_{\min} – минимальный момент инерции поперечного сечения стержня.

Продольный изгиб стержня при потере устойчивости происходит в плоскости минимальной жесткости, поэтому EI_{\min} – наименьшая жесткость поперечного сечения при изгибе.

Поскольку устойчивость стержня определяется значением I_{\min} , то рациональны сечения, у которых главные моменты инерции равны между собой. Стержень, имеющий такое сечение, обладает равноустойчивостью в соответствующих направлениях. Если ось z совпадает с продольной осью стержня, то **условие равноустойчивости** имеет вид

$$I_x = I_y.$$

Из сечений, удовлетворяющих этому условию, следует выбирать такие, которые обладают наибольшим моментом инерции при наименьшей площади сечения, а следовательно, наименьшей материалоемкостью. Например, с этой точки зрения следует предпочесть кольцевое сечение сплошному круговому.

Высшие формы равновесия ($n = 2, 3, 4, \dots$) сжатого стержня неустойчивы, в чистом виде не реализуются, а поэтому не имеют практического значения (рис. 1.3). Но если стержень снабдить промежуточными опорами, равноотстоящими одна от другой (рис. 1.4), то соответственно числу пролетов n можно определить и критическую силу.

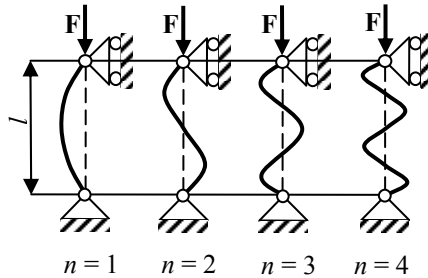


Рис. 1.3

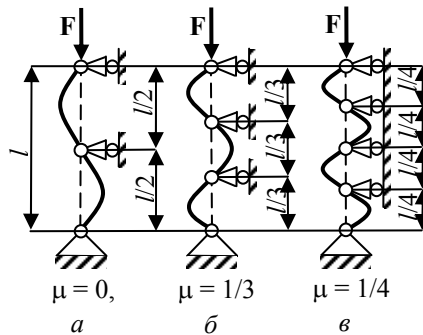


Рис. 1.4

1.3. Влияние способа закрепления концов стержня на критическую силу

Значение критической силы зависит от способа закрепления концов стержня. Для учета этого эффекта используют коэффициент приведения длины стержня μ , и формула Эйлера приобретает вид

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2},$$

где μl – *приведенная длина стержня*.

Коэффициент приведения длины стержня μ – это число, показывающее, во сколько раз следует изменить длину l шарнирно опертого стержня (рис. 1.5, *a*), чтобы критическая сила для него соответствовала критической силе стержня длиной l при рассматриваемых условиях закрепления (рис. 1.5, *б – e*). Коэффициент μ обратно пропорционален m – числу полуволн упругой линии (синусоиды): $\mu = 1/m$.

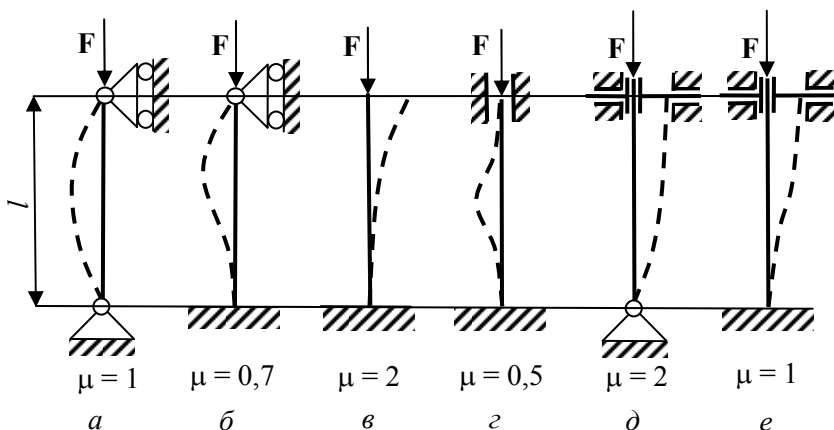


Рис. 1.5

1.4. Условие применимости формулы Эйлера

Минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$

– квадратный корень из отношения минимального момен-

та инерции поперечного сечения стержня I_{\min} к площади этого сечения A .

Гибкость стержня $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ (безразмерная величина) – отношение

приведенной длины стержня μl к минимальному радиусу инерции i_{\min} поперечного сечения.

Формула Эйлера применима до момента достижения продольным напряжением критического значения, равного пределу пропорциональности $\sigma_{\text{пц}}$:

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{F_{\text{кр}}}{A} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E i_{\min}^2}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{\min}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \quad \sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{\text{пц}}.$$

Условие применимости формулы Эйлера имеет вид

$$\lambda \geq \lambda_{\text{пред}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{пц}}}},$$

где $\lambda_{\text{пред}}$ – **предельная гибкость стержня** (безразмерная величина).

Стержни большой гибкости – стержни, для которых справедлива формула Эйлера.

1.5. Формула Ясинского и условие ее применимости

В случае неприменимости формулы Эйлера, при условии, что $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{\text{пред}}$, критические напряжения стержней из пластичных материалов (например, из малоуглеродистых сталей, из дюралюминия) определяются по эмпирической **линейной зависимости Ф.С. Ясинского**:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b \lambda,$$

где $a, b = \text{const}$ – экспериментальные коэффициенты, МПа; λ_0 – значение гибкости, при котором $\sigma_{\text{кр}} = \sigma_{\text{T}}$ или $\sigma_{\text{кр}} = \sigma_{0,2}$ ($\sigma_{0,2}$ – условный предел текучести, если диаграмма сжатия не имеет выраженной площадки текучести). При этом должно выполняться неравенство: $\sigma_{\text{пц}} < \sigma_{\text{кр}} = a - b \lambda < \sigma_{\text{T}}$.

Для чугуновых стержней формула Ясинского применяется при условии, что $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{\text{пред}}$ (λ_0 – значение гибкости, при котором критическое

напряжение равно пределу прочности при сжатии, т.е. $\sigma_{кр} = \sigma_{в.с.}$), и приобретает вид параболической зависимости:

$$\sigma_{кр} = a - b \lambda + c \lambda^2,$$

где $a, b, c = \text{const}$ – экспериментальные коэффициенты, МПа.

Стержни средней гибкости – стержни, для которых справедлива формула Ясинского. Значения $a, b, c, \lambda_0, \lambda_{пред}$ для некоторых материалов приведены в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Значения $a, b, c, \lambda_0, \lambda_{пред}$ для некоторых материалов

Материал	Экспериментальные коэффициенты, МПа			Гибкость стержней	
	a	b	c	λ_0	$\lambda_{пред}$
Стали 10, Ст2	264	0,70	0	62	105
Стали 15, Ст3	310	1,14	0	61	100
Стали 25, Ст5	350	1,15	0	57	92
Стали 10Г2СД, 15ГС, 15ХСНД	429	1,52	0	50	83
Дюралюминий Д16Т	406	2,83	0	30	53
Чугун СЧ15-32	776	12	0,053	10	80

Стержни малой гибкости – стержни, для которых не применяется ни формула Эйлера, ни формула Ясинского. Их рассчитывают на прочность при центральном сжатии без опасности потери устойчивости.

Для стержней малой гибкости из пластичных материалов (например, из малоуглеродистых сталей, из дюралюминия) при $0 < \lambda < \lambda_0 = \frac{a - \sigma_T}{b}$ критические напряжения равны пределу текучести: $\sigma_{кр} = \sigma_T$ (или $\sigma_{кр} = \sigma_{0,2}$, если диаграмма сжатия не имеет выраженной площадки текучести).

Для стержней малой гибкости из хрупких материалов (например, из чугуна) при $0 < \lambda < \lambda_0$ критические напряжения равны пределу прочности при испытании на сжатие: $\sigma_{кр} = \sigma_{в.с.}$

Таким образом, *стержни большой гибкости рассчитывают на устойчивость по формуле Эйлера, стержни средней гибкости – на устойчивость по формуле Ясинского. Стержни малой гибкости рассчитывают не на устойчивость, а на прочность при центральном сжатии.*

Пример 1.1. Для стали Ст3 коэффициенты $a \approx 310$ МПа, $b \approx 1,14$ МПа, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, предел пропорциональности $\sigma_{\text{пц}} = 196$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа. Определить $\lambda_{\text{пред}}$, λ_0 и пределы применимости формул Эйлера и Ясинского.

Решение.

$$\lambda_{\text{пред}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{\text{пц}}}} = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{196}} \approx 100,$$

$$\lambda_0 = \frac{a - \sigma_T}{b} = \frac{310 - 240}{1,14} \approx 61.$$

Следовательно, формула Эйлера применима при $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}} = 100$ (в этом случае $\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_{\text{пц}} = 196$ МПа), формула Ясинского – при $\lambda_0 = 61 < \lambda < \lambda_{\text{пред}} = 100$ (в этом случае $\sigma_{\text{пц}} = 196$ МПа $< \sigma_{\text{кр}} < \sigma_T = 240$ МПа (рис. 1.6). Если $0 < \lambda < \lambda_0 = 61$, то $\sigma_{\text{кр}} \leq \sigma_T = 240$ МПа, и проводится расчет на прочность при центральном сжатии без опасности потери устойчивости.

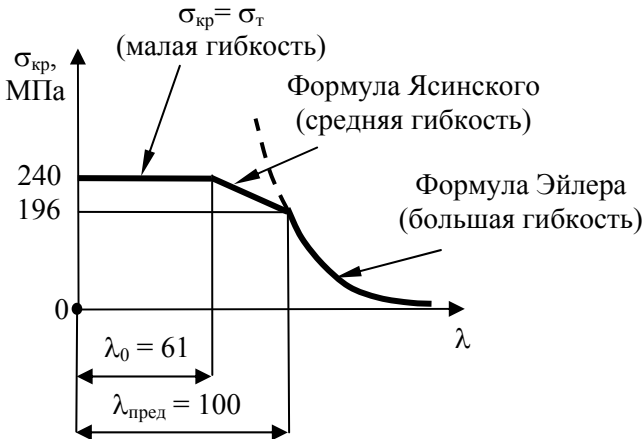


Рис. 1.6

Из рис. 1.6 видно, что использование формулы Эйлера в области ее неприменимости (см. пунктирную линию) дает завышенное значение критического напряжения, что неизбежно приведет к выходу из строя стержневого элемента, а затем и всей конструкции.

1.6. Методика расчетов сжатых стержней на устойчивость

Для обеспечения работоспособности стержневых элементов конструкций, испытывающих продольное сжатие, напряжения в них должны составлять определенную долю от критического. Поэтому при расчете на устойчивость допускаемое напряжение определяется по формуле

$$[\sigma_{уст}] = \frac{\sigma_{кр}}{[s_{уст}]},$$

где $[s_{уст}]$ – *допускаемый коэффициент запаса устойчивости*.

Для стальных стержней $[s_{уст}] = 1,8 \dots 3,0$, для чугунных $[s_{уст}] = 5,0 \dots 5,5$.

Условие устойчивости имеет вид

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma_{уст}],$$

где A – площадь поперечного сечения.

Условие прочности при центральном продольном сжатии стержня имеет вид

$$\sigma \leq [\sigma_{сж}] = \frac{\sigma_{пред}}{[n]},$$

где $[\sigma_{сж}]$ – основное допускаемое напряжение на сжатие, установленное без учета опасности продольного изгиба; $\sigma_{пред} = \sigma_{т}$ – для пластичных материалов ($\sigma_{кр} = \sigma_{0,2}$, если диаграмма сжатия не имеет выраженной площадки текучести), $\sigma_{пред} = \sigma_{в.с}$ – для хрупких материалов; $[n]$ – допускаемый коэффициент запаса прочности, определяемый по пределу текучести (для пластичных материалов) или по пределу прочности при сжатии (для хрупких материалов).

Вместо двух формул (условия устойчивости и условия прочности) иногда пользуются одной:

$$\sigma \leq [\sigma_{уст}] = \varphi(\lambda) [\sigma_{сж}],$$

где $\varphi(\lambda) = \frac{[\sigma_{уст}]}{[\sigma_{сж}]} = \frac{\sigma_{кр} [n]}{[s_{уст}] \sigma_{пред}}$ – *коэффициент снижения основного*

допускаемого напряжения на сжатие (коэффициент продольного изгиба) как функция гибкости стержня λ (прил. 1).

Различают следующие *виды расчетов стержней на устойчивость*.

1. Проверочный расчет:

а) если в условии задан допустимый коэффициент запаса устойчивости $[s_{уст}]$, то определяется фактический коэффициент запаса устойчивости $s_{уст}$ и проверяется выполнение неравенства

$$s_{уст} = \frac{F_{кр}}{F} \leq [s_{уст}],$$

где F – продольная сила, сжимающая стержень; $F_{кр}$ – критическая продольная сила;

б) если в условии задано основное допустимое напряжение на сжатие $[\sigma_{сж}]$, то проверяется выполнение неравенства

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi(\lambda)[\sigma_{сж}].$$

2. **Определение допустимой нагрузки $[F]$** , т. е. допустимой продольной силы, сжимающей стержень:

а) если в условии задан допустимый коэффициент запаса устойчивости $[s_{уст}]$, то

$$[F] = \frac{F_{кр}}{[s_{уст}]};$$

б) если в условии задано основное допустимое напряжение на сжатие $[\sigma_{сж}]$, то

$$[F] = \varphi(\lambda)[\sigma_{сж}]A.$$

3. **Проектный расчет** – определение требуемых размеров поперечного сечения стержня при заданной нагрузке F :

а) если в условии задан допустимый коэффициент запаса устойчивости $[s_{уст}]$, то

$$s_{уст} = \frac{F_{кр}}{F} \geq [s_{уст}], \quad \frac{\pi^2 EI_{\min}}{F(\mu l)^2} \geq [s_{уст}],$$

$$I_{\min} \geq \frac{F(\mu l)^2 [s_{уст}]}{\pi^2 E}.$$

Затем вычисляют минимальный радиус инерции поперечного сечения, гибкость стержня и убеждаются в допустимости применения формулы Эйлера, т. е. проверяют выполнение неравенства $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ (в начале расчета эта проверка невозможна, так как размеры сечения, а следовательно, и гибкость стержня еще неизвестны). Если формула Эйлера неприменима, делают пересчет, пользуясь формулой Ясинского для вычисления $\sigma_{\text{кр}}$:

$$s_{\text{уст}} = \frac{F_{\text{кр}}}{F} \geq [s_{\text{уст}}], \quad \frac{\sigma_{\text{кр}} A}{F} \geq [s_{\text{уст}}],$$

$$A \geq \frac{[s_{\text{уст}}] F}{\sigma_{\text{кр}}}.$$

После этого вычисляют минимальный радиус инерции поперечного сечения, гибкость стержня и проверяют условия применимости формулы Ясинского. Если и они не выполняются, то речь идет о стержне малой гибкости, который рассчитывают не на устойчивость, а на прочность при сжатии:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]}, \quad A \geq \frac{[n] F}{\sigma_{\text{пред}}};$$

б) если в условии задано основное допускаемое напряжение $[\sigma_{\text{сж}}]$, то расчет проводится **методом последовательных приближений**:

– определяют моменты инерции сечения, минимальный радиус инерции и гибкость стержня в зависимости от одного из характерных размеров сечения;

– приняв $\varphi_{1\text{н}} = 0,5$ находят площадь сечения:

$$A_1 \geq \frac{F}{\varphi_{1\text{н}} [\sigma_{\text{сж}}]},$$

– определяют величину характерного размера поперечного сечения;

– вычисляют гибкость стержня $\lambda_1 = \frac{\mu l}{i_{\text{min}}}$;

– используя линейную интерполяцию, по таблице прил. 1 находят значение $\varphi_{1\text{к}}(\lambda_1)$;