

№ 1378

Н.И. Бунькина

# **Исследование операций**

Безусловная оптимизация

Курс лекций

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

№ 1378

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ



Кафедра инженерной кибернетики

Н.И. Бунькина

# **Исследование операций**

Безусловная оптимизация

Курс лекций

Рекомендовано редакционно-издательским  
советом университета

УДК 519.8  
Б91

Рецензент  
д-р техн. наук, проф. *Н.Н. Зиятдинов* (КГТУ)

**Бунькина Н.И.**

Б91 Исследование операций: Безусловная оптимизация: Курс лекций. – М.: Изд. Дом МИСиС, 2009. – 65 с.  
ISBN 978-5-87623-260-1

Изложены основные методы решения задач безусловной оптимизации. Рассмотрены методы одномерной оптимизации: методы прямого поиска и методы с использованием производной; методы многомерной оптимизации: методы нулевого порядка и градиентные методы. Курс лекций основан на материалах, которые читались студентам специальности «Прикладная математика» на протяжении четырех лет в рамках дисциплины «Исследование операций».

Предназначен для студентов, обучающихся по специальности «Прикладная математика», и может быть полезен студентам специальности «Стандартизация и сертификация» и магистрам направления «Менеджмент», а также может быть использован студентами других технических специальностей, изучающими прикладные аспекты применения методов оптимизации.

**УДК 519.8**

**ISBN 978-5-87623-260-1**

© Национальный исследовательский  
технологический университет  
«МИСиС», 2009

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
Предмет и задачи курса «Исследование операций».....	4
Необходимые условия для применения оптимизационных методов .....	5
Структура оптимизационных задач.....	8
Контрольные вопросы.....	11
1. Методы безусловной оптимизации функции одной переменной (одномерная оптимизация) .....	13
1.1. Методы прямого поиска (нулевого порядка).....	13
1.2. Методы с использованием производных .....	23
Контрольные вопросы.....	33
2. Методы безусловной оптимизации функции нескольких переменных (многомерная оптимизация) .....	34
2.1. Математическая модель .....	34
2.2. Методы прямого поиска (нулевого порядка).....	37
2.3. Градиентные методы .....	45
Контрольные вопросы.....	62
Библиографический список .....	64

# ВВЕДЕНИЕ

## Предмет и задачи курса «Исследование операций»

Изучив данный раздел, вы узнаете, что представляет собой курс «Исследование операций», почему важной его частью является курс «Методы оптимизации», какие вопросы рассматриваются в данном курсе и почему его изучение важно для аналитической и практической деятельности инженера-математика. В этой книге рассмотрены методы безусловной оптимизации.

Рассмотрев приведенные в данном разделе теоретические выкладки, вы познакомитесь с основными терминами и понятиями, необходимыми для понимания данного курса, условиями, при которых формируются модели задач оптимизации, а также со структурой оптимизационных задач.

Теория оптимизации представляет собой совокупность фундаментальных математических исследований, ориентированных на нахождение и идентификацию наилучших решений из множества альтернатив и позволяющих избежать полного перебора и оценивания возможных вариантов.

Математические методы оптимизации находят практическое применение в самых разных областях человеческой деятельности, прежде всего в экономике и промышленности. В процессе деятельности любого объекта всегда возникает потребность найти те условия, при которых объект будет функционировать наилучшим образом, позволяя добиться максимальных результатов, определяющих эффективность его деятельности. Под объектом здесь может пониматься предприятие, производящее продукцию, или торговый центр; финансовое инвестиционное учреждение или строительная организация.

В методах оптимизации используются теория матриц, элементы линейной алгебры и дифференциального исчисления, положения математического анализа. Для того чтобы решать задачи оптимизации, были разработаны специальные пакеты. Прежде всего – это Mathlab и Mathcad, а также пакеты «Линейное программирование» и «Математическое программирование». Встроенный в Microsoft Office Excel 7.0 также позволяет находить решение некоторых задач оптимизации небольшой размерности.

Для решения оптимизационной задачи прежде всего необходимо построить математическую модель выбранного объекта. Модель должна адекватно описать границы изучаемого объекта; факторы, влияющие на его нормальное функционирование; критерий, на основе которого можно оценить характеристики объекта с тем, чтобы выявить «наилучшие» условия его функционирования, и набор независимых переменных, поиск которых и позволит решить поставленную задачу.

После построения математической модели необходимо выбрать оптимизационный метод решения полученной задачи и довести решение до приемлемого численного результата. Раздел «Методы оптимизации» нацелен именно на изучение методов решения оптимизационных задач с целью их широкого применения в практической деятельности.

### **Необходимые условия для применения оптимизационных методов**

Для того, чтобы использовать математические результаты и численные методы теории оптимизации для решения конкретных экономических и инженерных задач, необходимо:

- определить систему, в которой нужно найти наилучший вариант;
- установить границы рассматриваемой системы;
- определить количественный критерий, на основе которого можно произвести анализ вариантов с целью выявления «наилучшего»;
- осуществить выбор внутрисистемных переменных, которые используются для определения характеристик и идентификации вариантов;
- построить модель, отражающую взаимосвязи между переменными.

Эта последовательность действий составляет процесс постановки математической модели задачи оптимизации. Прежде чем приступить к оптимизационному исследованию, необходимо четко понять, какой именно объект нуждается в поиске оптимального решения. Если речь идет об экономическом состоянии предприятия, то в качестве определяющей системы будет выступать такое производство, при котором достигаются наилучшие экономические результаты. Если речь идет о прокладке новой дороги между населенными пунктами, то определяющим будет выбор такой траектории, которая позволит соединить эти населенные пункты с наименьшими затратами.