

№ 59

Ю.Ю. Прокопчук
А.И. Широков
А.В. Козловский

Дискретная математика

Элементы логико-математического языка

Учебное пособие
Часть I

2-е издание

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

№ 59

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ИНСТИТУТ СТАЛИ и СПЛАВОВ
Технологический университет



Кафедра автоматизированных систем управления

Ю.Ю. Прокопчук

А.И. Широков

А.В. Козловский

Дискретная математика

Элементы логико-математического языка

Учебное пособие

для студентов специальностей 220200 и 351400

Часть I

2-е издание

Под редакцией проф. А.Г. Дьячко

Рекомендовано редакционно-издательским
советом института

УДК 519.45
П78

Рецензент
д-р техн. наук, проф. *Л.П. Рябов*

Прокопчук Ю.Ю., Широков А.И., Козловский А.В.

П78 Дискретная математика: Элементы логико-математического языка. Учеб. пособие. Ч. I. 2-е изд. / Под ред. проф. А.Г. Дьячко – М.: МИСиС, 2004. – 98 с.

Одним из средств отражения внутреннего и внешнего мира человека является естественный язык. Описание «мира математических предметов», т.е. системы, состоящей из математических объектов, их свойств и отношений между ними, а также логических связей между двумя последними совершается на формализованном так называемом логико-математическом языке (ЛМЯ). Данный раздел посвящен изложению только его основ. Об отдельных фрагментах ЛМЯ, не рассматриваемых здесь, речь пойдет в тех разделах пособия, где в этом возникнет необходимость.

Пособие предназначено для студентов специальностей 220200 и 351400, изучающих курс «Дискретная математика».

© Московский государственный институт
стали и сплавов
(Технологический университет)
(МИСиС), 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

От авторов.....	6
Введение	7
Примечания.....	9
Глава I. Начальные понятия.....	10
§ 1. Виды языков. Язык и метаязык	10
1. Определение и важнейшие функции языка	10
2. Естественные и искусственные языки. Научные языки. Логико-математический язык	10
3. Иерархия языков	11
4. «Переход» из предметного мира в языковой. Главные единицы естественного языка и их функции	12
Упражнения.....	12
Примечания.....	13
§ 2. Логические и семиотические аспекты логико-математического языка	13
1. Главные единицы логико-математического языка и их функции	13
2. Модальность и состав суждения. Виды предложений.....	14
3. Значимость письменной речи научных языков.....	16
4. Семиотические аспекты письменной речи логико-математического языка.....	16
Упражнения.....	17
Примечания.....	20
Приложение. Типы письма, используемые в языках.....	21
1. Линейность речи	21
2. Пиктография	23
3. Идеография	23
4. Фонография.....	25
5. Почему научные языки включают в себя в большом объеме элементы идеографии	26
Примечания.....	27
§ 3. Исходные имена логико-математического языка	29
1. Основные и вспомогательные имена	29
2. Синтаксические и семантические функции скобок.....	30
Упражнения.....	31
Примечания.....	32

§ 4. Константы.....	33
1. Константа и ее денотат. Роды и виды констант	33
2. Логические константы	34
3. Математические объектные константы.....	35
4. Математические субстантивные константы.....	36
Упражнения	41
Примечания.....	42
§ 5. Переменные.....	44
1. Экстенционал и денотаты переменной	44
2. Номенклатура и номины переменной.....	45
3. Значность переменной. Роды и виды переменных.....	47
4. Логические переменные	47
5. Переменные, используемые в логико-математическом языке (метаобъекты ЛМЯ)	49
6. Математические объектные переменные.....	50
7. Математические субстантивные переменные	52
Упражнения	53
Примечания.....	55
Глава II. Синтаксические и прагматические аспекты логико-математического языка.....	56
§ 1. Алфавит логико-математического языка. Классификация фраз	56
1. Об алфавите логико-математического языка	56
2. Обозначения фраз.....	57
3. Введение фраз в текст.	58
4. Совместная классификация фраз по содержанию и составу.....	59
Упражнения	62
Примечания.....	64
§ 2. Конструктивные термины	66
1. Родовые символы.....	66
2. Объектные символы	67
3. Субстантивные символы	68
4. Конструктивные термины. Конструктивные термальные константы, формы, переменные и символы	69
5. Подфразы конструктивных термов	70
Упражнения	72
Примечания.....	75
§ 3. Соотношения.....	78
1. Истинностные и предикатные символы. Элементарные соотношения	78

2. Коннекторные символы. Неэлементарные соотношения.....	80
3. Пропозициональные формулы	81
4. Подфразы соотношений	81
Упражнения.....	82
Примечания.....	83
§ 4. Deskриптивные термы. Выражения	84
1. Семантические предпосылки и синтаксическое определение понятия « <i>deskриптивный терм</i> ».....	84
2. Схема совместного определения термов и соотношений.....	86
3. Выражения. Подвыражения.....	87
Упражнения.....	88
Примечания.....	88
§ 5. Упрощение выражений	89
1. Правила сокращения записи термов.....	89
2. Правила сокращения записи соотношений.....	91
Упражнения.....	94
Примечания.....	95
Литература.....	96

*Памяти
Марка Борисовича
Гендлера*

От авторов

Данное пособие посвящается памяти Марка Борисовича Гендлера, доктора технических наук, профессора Московского государственного института стали и сплавов (МИСиС), скоропостижно скончавшегося 23 октября 1998 г. на 62-м году жизни.

М.Б. Гендлер работал на кафедре инженерной кибернетики (КИК), руководимой профессором С.В. Емельяновым, с момента ее основания в 1966 г. К этому времени относится появление в МИСиС аналоговой и цифровой вычислительной техники, методическое руководство и математическое сопровождение которой осуществлялось КИК. М.Б. Гендлер был первым в МИСиС, кто стал преподавать несколько учебных дисциплин по различным главам *дискретной математики* – разделу математики, служащему, в частности, теоретической базой для изучения вычислительной техники и ее использования в практической деятельности, читая целый ряд учебных курсов для студентов, аспирантов и сотрудников. Лично и в соавторстве М.Б. Гендлер написал серию учебников, учебных и методических пособий и сборников упражнений по дискретной математике.

Создатели данного пособия работали с М.Б. Гендлером в течение нескольких десятилетий на учебной и научной ниве в качестве студентов, аспирантов или сотрудников. У них сохранились самые лучшие воспоминания о нем как об эрудированном специалисте, прекрасном педагоге и, что не менее важно, верном товарище, который всегда был готов прийти на помощь в трудную минуту.

ВВЕДЕНИЕ

1. Эволюция становления средств для изображения «математического мира» [24, с. 13 – 14] представляется нам как увлекательный «спектакль», действие которого разворачивается одновременно с формированием человеческого миропонимания. Однако, начав детально анализировать ее, мы рискуем nepозволительно далеко отойти от главного предмета нашего изучения – *логико-математического языка* (ЛМЯ). Поэтому сразу же перейдем к изложению основной темы, отсылая читателей, интересующихся историческими аспектами возникновения и развития способов компактного и наглядного отражения «мира математики», к специальной литературе (см., например, монографии [5] и [27] и приведенную там обширную библиографию).

2. Напомним, что систему называют *семиотической*, или *знаковой*, если ее компоненты представляют собой знаки, построенные из них конфигурации и связи между ними¹⁾. Примерами таковой служат системы дорожных знаков, шахматных нотаций, музыкальных знаков и др. Наиболее важными для человечества знаковыми системами являются естественные и искусственные языки.

3. Основной объект, описываемый в данном пособии – ЛМЯ – достаточно сложный. Его содержание будет постепенно раскрываться и уточняться на протяжении всего нижеследующего текста. Но уже сейчас мы могли бы принять в качестве исходного следующее описательное определение.

Логико-математический язык – это семиотическая система для обозначения логических и математических объектов, их свойств и отношений, а также логических связей между двумя последними.

Таким образом, ЛМЯ может рассматриваться как *искусственный язык* [24, с. 16], предназначение которого сформулировано в данном определении. Он включает в себя совокупность знаковых средств, а именно, устных и более важных для нас письменных, или графических знаков, а также целый ряд правил и методов, которые мы будем формулировать и описывать по мере продвижения вперед²⁾. Пока же отметим только, что среди этих правил нас будут особенно интересовать *синтаксические*, *семантические* и *прагматические*, т.е. относящиеся соответственно к формальным построениям и з о б р а ж е н и я м математических предметов, осмысливанию, или

интерпретации, этих изображений и графическим упрощениям последних с целью их более удобного использования на практике. Именно на этих аспектах ЛМЯ мы постараемся акцентировать внимание читателя.

4. Сделаем несколько замечаний относительно назначения и специфики пособия.

4.1. В настоящем пособии мы хотели бы по возможности содержательно познакомить читателей с общим взглядом на ЛМЯ как особую знаковую систему и осветить те его важные стороны, на которые не всегда обращают внимание. Поэтому мы перенесли многие известные формализации, обычно перегружающие основной текст, в упражнения. Решения некоторых из них подробно разобраны³⁾.

4.2. Некоторые фрагменты, отмеченные в начале и конце звездочками (*), содержат более трудный материал. Их включение в текст преследовало по меньшей мере следующие цели: а) сделать содержание книги более интересным для читателей с разными уровнями подготовки, например для тех, которые могли бы получить сведения, приведенные в этих фрагментах, из других источников; б) познакомить читателей с иными подходами и точками зрения на излагаемый материал. Указанные фрагменты можно пропустить при беглом чтении без ущерба для понимания последующего.

4.3. Существенную часть текста составляют примечания. Они служат для примеров, сравнений, дополнительной информации, исторических справок и т.д. С логической точки зрения игнорирование примечаний не вызывает дискомфорта. Образцом такой структуры изложения материала (основной текст + упражнения + примечания) послужила для авторов монография [30].

5. Мы предполагаем, что читатель в известной степени знаком с основными понятиями современной математики, такими, например, как *множество*, *кортеж*, *соответствие*, *функция*, *отношение между множествами* и т.д. О некоторых из них достаточно подробно сказано в [7, с. 12 – 15; 19 – 26; 35 – 43; 48 – 54] и [18, с. 11 – 18].

6. В заключение – несколько слов о структуре и правилах пользования пособием. В нем представлен раздел «Элементы логико-математического языка» учебной дисциплины «Дискретная математика». Пособие разбито на главы, главы – на параграфы, а параграфы – на пункты. Интересующие нас выражения пронумерованы со ссылкой на номера главы, параграфа и порядковый номер формулы в главе. В каждый пункт включены наглядные примеры. Они, несомненно, облегчают понимание текста, поскольку его изложение все же носит