

№ 2519

Н.Ю. Обвинцева

Гидрогазодинамика

Курс лекций

№ 2519

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра физики

Н.Ю. Обвинцева

Гидрогазодинамика

Курс лекций

Рекомендовать рукопись к опубликованию с грифом
учебно-методической комиссии в качестве учебного пособия
для студентов направления подготовки (специальности)
«Физические процессы горного или нефтегазового производства»



Москва 2015

УДК 532.5
О-13

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *Т.Г. Елизарова* (Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН); д-р техн. наук, проф. *А.С. Вознесенский*

Обвинцева Н.Ю.

О-13 Гидрогазодинамика : курс лекций / Н.Ю. Обвинцева. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2015. – 109 с.
ISBN 978-5-87623-871-9

Учебное пособие содержит основные разделы теоретической гидродинамики, связанные с изучением движения идеальных и вязких жидкостей, а также раздел газовой динамики, в котором показаны закономерности движения сжимаемого газа. Приводятся выводы уравнений движения сплошных сред. Рассмотрены вопросы потенциального движения потоков идеальной жидкости, гидродинамика пограничного слоя, турбулентного движения. Изложены представления о закономерностях движения газа со сверхзвуковыми скоростями.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 280101 «Безопасность жизнедеятельности в техносфере», 280202 «Инженерная защита окружающей среды (в металлургии)».

УДК 532.5

ISBN 978-5-87623-871-9

© Н.Ю. Обвинцева, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	5
Условные обозначения.....	6
1. Модель сплошной среды. Основные физические свойства жидкостей.....	8
1.1. Математическая модель гидрогазодинамики	8
1.2. Гипотеза сплошности	9
1.3. Сжимаемость жидкости	11
1.4. Массовые и поверхностные силы	12
1.5. Вязкость капельных жидкостей и газов	14
1.6. Свойства напряжений поверхностных сил. Гидростатическое давление.....	15
1.7. Общая постановка задач в гидрогазодинамике	17
2. Кинематика жидкой среды	19
2.1. Способы описания движения сплошной среды. Методы Эйлера и Лагранжа	19
2.2. Элементы теории поля. Поле скоростей	20
2.3. Ускорение жидкой частицы в переменных Эйлера.....	26
2.4. Уравнение неразрывности	27
2.5. Поступательное, вращательное и деформационное движение жидкой частицы	30
2.6. Вихревое движение	35
2.7. Потенциальное (безвихревое) движение.....	38
3. Динамика идеальной жидкости.....	40
3.1. Дифференциальное уравнение движения в напряжениях	40
3.2. Уравнения Эйлера	43
3.3. Начальные и граничные условия	45
3.4. Интегралы Бернулли и Коши – Лагранжа.....	46
3.5. Функция тока	48
3.6. Комплексный потенциал и его свойства	52
3.7. Примеры плоского потенциального течения несжимаемой идеальной жидкости.....	52
3.8. Бесциркуляционное обтекание бесконечного цилиндра. Парадокс Даламбера	57
3.9. Циркуляционное обтекание цилиндра. Теорема Жуковского о подъемной силе.....	60
4. Динамика вязкой несжимаемой жидкости.....	64
4.1. Уравнения Навье – Стокса.....	64

4.2. Примеры точных решений уравнения Навье – Стокса	66
4.3. Подобие течений вязкой жидкости	71
4.4. Ламинарное и турбулентное движение	73
4.5. Уравнения Рейнольдса	75
4.6. Турбулентное движение жидкости в трубах	77
4.7. Пограничный слой	79
4.8. Тело в потоке вязкой жидкости. Турбулентный пограничный слой. Отрыв пограничного слоя	84
5. Газовая динамика	88
5.1. Скорость звука	88
5.2. Распространение звука в газовых потоках	89
5.3. Параметры газа в заторможенном потоке	92
5.4. Стационарный одномерный поток сжимаемого газа. Критическая скорость	94
5.5. Истечение газа из резервуара через сужающееся сопло	96
5.6. Скачки уплотнения. Обтекание тел сверхзвуковым потоком	98
5.7. Изменение параметров газа при переходе через поверхность разрыва	100
5.8. Ударные волны в идеальном газе. Уравнение ударной адиабаты (адиабата Гюгонио)	104
Библиографический список	106
Приложение	107

ПРЕДИСЛОВИЕ

Изучение закономерностей движения жидкостей и газов и взаимодействия потока с обтекаемыми твердыми телами составляет классический курс гидрогазодинамики. Данное учебное пособие в краткой форме содержит основные разделы дисциплины. Структура курса состоит из пяти разделов. В разделе 1 излагается суть модели сплошной среды, рассматриваются основные физические свойства жидкостей. В разделе 2 изложены элементы теории поля, приведены подходы к описанию движения жидкости. В разделе 3 приводятся вывод уравнений движения в напряжениях, особенности и методы расчета течений идеальной жидкости. Раздел 4 посвящен изучению вязкой жидкости. Раздел 5 содержит элементы газовой динамики. В приложении приведены краткие справочные сведения из курса высшей математики.

Курс состоит из 17 лекций. Изучение материала лекций предполагает знание курса молекулярной физики, термодинамики, механики, а также основных разделов высшей математики: теории поля, теории функций комплексной переменной, дифференциальных уравнений. Курс гидрогазодинамики является основой для последующего изучения курса теплофизики и других спецкурсов.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a – ускорение

c – скорость звука

C_* – критическая скорость

C_p – удельная массовая теплоемкость при постоянном давлении

C_V – удельная массовая теплоемкость при постоянном объеме

C_x – коэффициент лобового сопротивления

E – модуль упругости среды

F_x – сила лобового сопротивления

G – массовый расход

h – энтальпия

L – характерный размер

M – молярная масса

M_d – момент диполя

p – давление

Q – объемный расход

\vec{F} – напряжение равнодействующей поверхностной силы

R – газовая постоянная

s – энтропия

T – абсолютная температура

V – объем

\vec{V} – вектор скорости потока

\vec{V}_0 – вектор скорости набегающего потока

v_x, v_y, v_z – компоненты вектора скорости

v'_x, v'_y, v'_z – компоненты пульсационной скорости

U – потенциал массовых сил

W – комплексный потенциал

α – коэффициент теплового объемного расширения

β_T – изотермический коэффициент сжатия

β_S – адиабатический коэффициент сжатия

Γ – циркуляция скорости

γ – показатель адиабаты Пуассона

δ – толщина пограничного слоя

δ^* – толщина вытеснения

$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$ – скорости относительных линейных деформаций

$\epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{xz}$ – скорости относительных угловых деформаций

λ – коэффициент гидравлического трения

μ – динамическая вязкость

ρ – плотность среды

σ – нормальное напряжение поверхностной силы

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – нормальные напряжения, действующие перпендикулярно осям x, y, z

τ – полное напряжение трения (касательное напряжение)

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ – касательные напряжения

ν – кинематическая вязкость

φ – потенциал скорости

ψ – функция скорости

ω – угловая скорость

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – компоненты угловой скорости на оси координат

Ω – вихрь, величина вектора вихря

Безразмерные комплексы

Fr – число Фруда

Kn – число Кнудсена

M – число Маха

Re – число Рейнольдса

Sh – число Струхала

1. МОДЕЛЬ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Гидрогазодинамика изучает законы движения жидкостей и газов, описывает их взаимодействие с обтекаемыми твердыми телами или со свободными поверхностями и другими жидкостями. Гидродинамика изучает законы движения несжимаемой жидкости, т.е. жидкости, плотность которой остается постоянной при ее движении. Газовая динамика – направленное движение газов при значительном изменении их плотности, которое сопровождается процессами термодинамического расширения или сжатия. Известно, что плотность газа сильно изменяется при движении со скоростями, больше скорости звука, и при подводе (отводе) от него тепла. При малых скоростях и в отсутствие обмена энергией с внешней средой поведение жидкостей и газов схоже, поэтому жидкими средами называют как капельные жидкости, так и газы.

1.1. Математическая модель гидрогазодинамики

Исследование явлений переноса в природе и решение практических задач гидрогазодинамики проводятся экспериментальными и теоретическими методами. Экспериментально исследуются физические явления в реальных течениях газа или жидкости. Затем на основе полученных данных определяется физическая модель течения, устанавливаются экспериментальные зависимости между параметрами, характеризующими течение.

Теоретическое исследование гидрогазодинамических явлений основано на результатах математического моделирования. В этом случае вместо реального процесса рассматривается упрощенный процесс – модель явления. Необходимо, чтобы, используемая модель отражала основные качественные стороны изучаемого явления. Принятые приближения при разработке модели определяют границы ее применимости, поскольку все полученные результаты будут верны только в этих границах. Критерием эффективности модели является сравнение результатов, полученных с помощью этой модели, с экспериментальными данными. Если построенная модель адекватно описывает изучаемое явление, то она принимается, если нет – отвергается.

Например, в механике изучение движения тел проводится на основе двух моделей – материальной точки и абсолютно твердого тела.

Реальные физические тела не являются ни точечными, ни абсолютно твердыми, однако изучение поведения таких абстрактных тел используется для установления основных законов движения реальных объектов. В то же время движение жидкостей, газов и упругих тел, при котором расстояния между точками среды изменяются, не может быть описано в рамках двух указанных моделей механики.

1.2. Гипотеза сплошности

Модель движения жидких деформируемых сред основана на гипотезе сплошности среды. Любая среда является дискретной, поскольку состоит из атомов, молекул, ионов, расстояние между которыми во много раз превышает их размеры. Эти частицы хаотически движутся, сталкиваясь друг с другом. Расстояние, пройденное частицей за время между двумя столкновениями, называется длиной свободного пробега. Чем больше частиц находится в единице объема среды, тем больше ее плотность и, следовательно, меньше длина свободного пробега. Несмотря на то что все физические тела состоят из микрочастиц, в гидрогазодинамике исследуемую жидкость можно описать средними характеристиками объема среды, не изучая поведение отдельных частиц. На этом и основывается переход к модели сплошной среды. Будем предполагать, что вещество распределено непрерывно по всему объему исследуемой системы (без образования пустот), значит, плотность среды является непрерывной функцией координат и времени. Также будем считать, что и другие физические величины (скорость, давление, температура) являются непрерывными функциями координат и времени. Переход к такой модели необходим для моделирования исследуемых систем, поскольку позволяет использовать математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления.

Бесконечно малый элемент объема. Рассмотрим некоторый объем сплошной среды V . Мысленно разобьем его на малые части, каждая из которых представляет собой бесконечно малый элемент объема ΔV . Эти элементы объема характеризуются физическими величинами (плотность, температура, давление), которые непрерывно изменяются при переходе от одного объема среды к другому. В свою очередь в каждом элементе объема значения физических параметров могут непрерывно изменяться с течением времени.

Размер объема ΔV необходимо определять из следующих представлений: с одной стороны ΔV должен быть много меньше всего

объема системы V , с другой – должен быть относительно большим, содержащим большое число частиц, чтобы его состояние можно было охарактеризовать макроскопическими физическими величинами. При изучении поведения жидкости используют также понятие *жидкая частица* – это мысленно выделенный бесконечно малый объем среды. При движении жидкая частица может изменять объем и форму, но заключенная в ней масса жидкости должна оставаться постоянной.

Условия перехода к модели сплошной среды. Переход к модели сплошной среды можно осуществить не во всех случаях. Законы гидрогазодинамики справедливы, если выполняется постулат о сплошности жидкости. Количественным критерием применимости приближения сплошной среды является неравенство

$$l^3 \ll \Delta V \ll V, \quad (1.1)$$

где l – длина свободного пробега.

Это же условие можно представить в виде критерия Кнудсена – отношения длины свободного пробега молекул газа к характерному размеру течения (L):

$$\text{Kn} = l / L. \quad (1.2)$$

В зависимости от величины числа Кн течения среды можно разделить следующим образом:

1. $\text{Kn} < 0,01$ – течения сплошной среды.

2. $\text{Kn} > 0,01$ – течения разреженных газов. В этой области можно выделить еще три случая. При $0,01 < \text{Kn} < 0,1$ – течения не сильно разреженных газов. Для описания таких течений используются уравнения газовой динамики сплошной среды. $0,1 < \text{Kn} < 10$ – переходная область течения разреженных газов. При $\text{Kn} > 10$ – свободномолекулярное течение. Газ состоит из отдельных молекул, не взаимодействующих практически между собой. В этом случае гипотеза сплошности и, следовательно, законы газовой динамики сплошной среды неприменимы.

Очевидно, что соотношения (1.1) и (1.2) достаточно относительны. Например, в газах при обычных условиях $l \sim 10^{-5} \dots 10^{-6}$ см, поэтому условие (1.1) для тел объемом $V \sim 1 \text{ см}^3$ выполняется уже с хорошей точностью. Однако если рассматривать движение космического аппарата объемом с $L \sim 1$ м в межзвездном газе, где длина свободного пробега частиц может достигать значений порядка $l \sim 10^9 \dots 10^{12}$ км, то задача не