

№ 1639

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ СТАЛИ и СПЛАВОВ  
Технологический университет



Кафедра полупроводниковой электроники и физики полупроводников

**С.Ю. Юрчук, В.Н. Мурашев**

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ**

**Курс лекций**

для студентов специальности 200100  
«Микроэлектроника и твердотельная электроника»

Рекомендован редакционно-издательским  
советом института

МОСКВА 2001

УДК 621.3  
Ю83

*Юрчук С.Ю., Мурашев В.Н.* Моделирование полупроводниковых приборов: Курс лекций – М.: МИСиС, 2001. – 99 с.

Данный курс лекций является частью курса “Моделирование технологических процессов”. В нем приведены основные уравнения, описывающие работу полупроводниковых приборов, и основные подходы к их решению, применяемые при моделировании; предложены примеры моделирования работы основных полупроводниковых приборов, являющихся элементами интегральных схем; показаны способы упрощения решения базовой системы уравнений для разных приборов.

Решение уравнений и численные алгоритмы не рассматриваются, так как этот материал должен прорабатываться на практических занятиях и при выполнении лабораторных работ.

Для усвоения предлагаемого материала необходимо иметь базовые знания по курсам “Физика твердого тела”, “Физика полупроводниковых приборов и ИС”, а также иметь представления об основных численных методах.

Предназначен для студентов направления 654100 “Электроника и микроэлектроника” специальности 200100 “Микроэлектроника и твердотельная электроника” (специализация “Физика и технология интегральных микросхем и полупроводниковых приборов”).

© Московский государственный  
институт стали и сплавов  
(Технологический университет)  
(МИСиС), 2001

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
1. Основные методы построения моделей полупроводниковых приборов и ИС .....	6
1.1. Виды моделей .....	6
1.2. Исходные уравнения .....	8
1.3. Способы дискретизации базовой системы уравнений .....	19
2. Физико-топологическое моделирование работы диода .....	27
2.1. Общие замечания .....	27
2.2. Моделирование статического режима работы диода .....	28
2.3. Расчеты работы диода на переменном сигнале .....	32
3. Моделирование работы биполярного транзистора .....	37
3.1. Математическая модель одномерного транзистора .....	37
3.2. Расчет переходных процессов .....	46
3.3. Расчет частотных характеристик .....	48
3.4. Моделирование двухмерных эффектов .....	49
3.5. Моделирование трехмерной структуры .....	53
4. Униполярные транзисторы (МДП-транзисторы) .....	57
4.1. Основные уравнения МДП-компонентов .....	57
4.2. Физико-топологические модели .....	62
4.3. Двухмерный анализ .....	67
4.4. Разновидности униполярных элементов .....	70
5. Дифференциально-разностные методы решения базовой системы уравнений .....	80
5.1. Достоинства дифференциально-разностных методов .....	80
5.2. Элементы с сосредоточенными параметрами .....	82
5.3. Модель Линвилла для участка кристалла .....	85
5.4. Пример построения одномерной распределённой модели транзистора .....	88
5.5. Модели диода с сосредоточенными параметрами .....	88
5.6. Модели транзистора с сосредоточенными параметрами .....	91
Библиографический список .....	97

## ВВЕДЕНИЕ

Значение интегральных микросхем в настоящее время трудно переоценить. В результате развития технологии интегральных схем (ИС) в последние десятилетия количество функциональных элементов в одном кристалле увеличилось с одного до сотен тысяч и миллионов. В этих условиях математическое моделирование играет все большую роль как при проектировании структуры приборов, так и при разработке технологии их изготовления.

Экспериментальные исследования занимают много времени и слишком дороги, а зачастую просто невыполнимы, поэтому стало абсолютно необходимым применение средств математического моделирования на всех этапах проектирования и изготовления ИС. Это позволит избежать дорогостоящих ошибок при их разработке, так как непосредственно в процессе изготовления приборов уже невозможно что-то исправить.

Длительное отсутствие тестовых образцов сдерживает дальнейшую разработку ИС. Поэтому математическое моделирование элементов и технологических процессов изготовления сверх- и ультрабольших ИС (СБИС и УБИС) становится той областью, где достижения фундаментальных наук – физики полупроводников и физического материаловедения, радиационной физики, физики плазмы, химии и физической химии, фундаментальной и прикладной математики – дают непосредственный экономический эффект [1].

Элементы СБИС и УБИС имеют микронные и субмикронные размеры, а толщины их слоев составляют сотни и даже десятки ангстрем. При разработке микроэлементов интегральных схем упрощенные численные модели не годятся (например, для ИС нельзя использовать модели, основанные на разбиении приборной структуры на квазинейтральные области и области пространственного заряда). Формирование реальных профилей требует многоэтапного моделирования на основе точного моделирования отдельной операции и учета электрофизических параметров кремния. Поэтому достаточно полное описание множества процессов, применяемых при их производстве, и процессов, происходящих в приборах, оказывается чрезвычайно сложным и требует построения моделей высокого уровня, для

проверки которых необходима постановка тончайших экспериментов. Кроме того, для создания математической модели необходимо знать численные значения входящих в нее параметров. И для этого нужны эксперименты. Как видим, математическое моделирование не может полностью избавить от проведения экспериментов [1].

Высокое качество проектирования БИС и транзисторных структур возможно только при глубоком машинном исследовании корреляции технологических и электрических параметров проектируемых устройств и их оптимизации.

Интегральные схемы включают в себя набор активных и пассивных элементов, поэтому для их проектирования необходимо сначала получить модели отдельных элементов, а затем связать их друг с другом.

Целью физико-топологического моделирования является не только сокращение времени и скорости проектирования, но и увеличение вероятности оптимизации технологии, топологии, геометрии и конструкции ИС.

Профили распределения примеси в полупроводниковых структурах предоставляют исходную информацию для последовательного физико-технологического моделирования. Оптимальная сетка разбиения строится на основе исходных профилей распределения легирующих примесей. При решении задач моделирования работы полупроводниковых приборов следует соблюдать компромисс “точность – сложность”. Рассчитываются статические и динамические характеристики транзисторных структур, из них определяются параметры электрической модели, а отсюда синтезируется электрически адаптивная модель транзисторной структуры и идентифицируются все её электрические параметры непосредственно или с помощью программной оптимизации. Затем рассчитываются фрагменты БИС.

# 1. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ И ИС

## 1.1. Виды моделей

Модели полупроводниковых приборов могут быть разделены на две основные группы – формальные и физические [2].

**Формальные модели** – это модели, при построении которых применяются экспериментальные результаты и не рассматриваются физические основы работы прибора.

Например, для анализа работы некоторых выпрямителей достаточно иметь их вольт-амперную характеристику (ВАХ) в следующем виде:

$$I = \begin{cases} 0 & \text{при } U \leq U_{\text{отс}}, \\ K(U - U_{\text{отс}}) & \text{при } U > U_{\text{отс}}, \end{cases}$$

где  $U$  – напряжение;

$U_{\text{отс}}$  – напряжение отсечки;

$K$  – коэффициент пропорциональности.

Обычно такие модели используются для предварительных оценочных расчётов.

**Физические модели** в той или иной мере отражают процессы, протекающие в полупроводниковом приборе. В отличие от формальных они выводятся на основе теории работы прибора. Физические модели полупроводниковых приборов подразделяют на электрические, физико-топологические и технологические модели.

Для электрической модели в качестве исходных параметров используются электрические параметры компонентов прибора (коэффициент усиления транзистора, обратный ток  $p - n$ -перехода, ёмкость структуры и т.д.), определенные из внешних электрических измерений. В большинстве случаев они входят в технические условия на прибор. Искомыми параметрами являются выходные вольт-амперные характеристики – токи и напряжения на выходе компонента. Электрические модели строятся только с учетом основных физических эффектов. В отличие от формальных моделей в физических моделях используются уравнения, основанные на физической теории прибора, поэтому область их действия шире.

Например, вольт-амперная характеристика диода представляется выражением

$$I = I_0 (e^{U/(mkT)} - 1),$$

где  $I_0$  – ток, который может учитывать не только диффузионный, но и генерационно-рекомбинационные токи, и токи утечки;

$m$  – коэффициент неидеальности;

$T$  – температура;

$k$  – постоянная Больцмана.

Для физико-топологической (структурной) модели в качестве исходных параметров используются геометрические размеры областей и физические характеристики полупроводника (концентрация примеси, плотность поверхностных состояний и т.п.). Физико-топологические модели должны учитывать все основные эффекты, влияющие на работу прибора, так как они используются для проектирования самих приборов, а не для аппроксимации их характеристик. Выходные характеристики физико-топологической модели – это электрические параметры компонентов (исходные параметры электрической модели).

Для технологической модели в качестве исходных параметров используются технологические характеристики полупроводникового прибора. Технологическая модель может быть трёх степеней сложности, что обеспечивает возможность расчётов либо физико-топологических параметров, либо параметров приборов, либо токов и напряжений на выходах приборов. Технологическая модель – это основа для оптимизации режимов и расчёта исходных параметров физико-топологических моделей.

Существуют и другие классификации математических моделей. Так, по условиям работы полупроводниковых приборов модели можно разделить на статические и динамические (низкочастотные и высокочастотные). Различают модели для малого и большого сигналов (амплитуда малого сигнала меньше  $kT$ ). По количеству направлений, рассматриваемых при моделировании, модели могут быть одно-, двух- и трехмерными. Двух- и трехмерные модели необходимо использовать при уменьшении размеров прибора.

## 1.2. Исходные уравнения

Физические процессы в любом полупроводниковом приборе могут быть описаны системой дифференциальных уравнений, которыми для одномерного случая являются уравнения Пуассона, уравнения непрерывности и уравнения переноса [3].

### 1.2.1. Уравнение Пуассона

Уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} = -\frac{\partial E(x)}{\partial x} = \frac{Q(x)}{\varepsilon \varepsilon_0} = -\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} [p(x) - n(x) + N_D(x) - N_A(x)], \quad (1.1)$$

где  $\varphi(x)$  – потенциал;

$E(x)$  – электрическое поле;

$Q(x)$  – плотность заряда;

$q$  – заряд электрона;

$\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость полупроводника;

$\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума;

$p(x)$ ,  $n(x)$  – концентрации электронов и дырок соответственно;

$N_D(x)$  и  $N_A(x)$  – концентрации доноров и акцепторов соответственно.

Решение уравнения Пуассона позволяет определить распределения потенциала и электрического поля, исходя из профилей подвижных носителей заряда (электронов и дырок) и ионов примесей.

Решение уравнения Пуассона должно быть непрерывным внутри рассматриваемой области и удовлетворять граничным условиям на внешней границе многомерной области, где это решение получено. Непрерывность потенциала должна сохраняться везде, чтобы удовлетворялось физически обоснованное требование конечности полной энергии электрического поля. Кроме того, исходя из закона Гаусса в интегральной форме, получим, что в отсутствие поверхностного заряда нормальная составляющая электрической индукции  $\varepsilon \nabla \varphi$  должна быть непрерывной на поверхности материалов с различной диэлектрической проницаемостью. Для задания граничных условий обычно используются условия Дирихле, Неймана и периодичности. Условие Дирихле задает величину  $\varphi$  на границе и оправдано там, где к поверхности прибора подведен электрод с высокой проходимостью (внешние потенциалы определены только на контактах). Условие Неймана определяет



значение нормальной составляющей градиента потенциала  $\vec{n} \nabla \varphi$  на границе; ( $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к границе, направленный из замкнутой области). Такое условие справедливо на границах, где потенциал симметричен ( $\vec{n} \nabla \varphi = 0$ ) или присутствует поверхностный заряд с концентрацией  $Q_s$  (Кл/см<sup>2</sup>):

$$\vec{n} \nabla \varphi = -\frac{Q_s}{\epsilon \epsilon_0}.$$

Для нормальных компонентов электрического поля согласно теореме Гаусса мы имеем на границе раздела

$$\epsilon_1 E_{1,n} = \epsilon_2 E_{2,n} + Q_s,$$

где  $\epsilon_1, \epsilon_2$  – диэлектрические проницаемости соответствующих материалов;

$Q_s$  – фиксированный поверхностный заряд;

$E_{1,n}, E_{2,n}$  – нормальные составляющие поля в разных материалах.

$$E_{2,n} = \frac{U_{G,eff} - \varphi_s}{d},$$

где  $U_{G,eff}$  – эффективное напряжение;

$$U_{G,eff} = U_{G,appl} - \Phi_B;$$

$U_{G,appl}$  – приложенное напряжение;

$\Phi_B$  – разность работ выхода;

$\varphi_s$  – значение потенциала на границе раздела;

$d$  – толщина оксида.

На свободной поверхности полупроводника и при контакте полупроводника с металлом сохраняется условие термодинамического равновесия и сумма зарядов равна нулю:

$$np = n_i^2;$$

$$Q = q(p + N_D - n - N_A) = 0.$$

Для идеальных омических контактов приняты следующие условия (в предположении, что скорость рекомбинации для электронов и дырок бесконечна):

$$n_0 = \sqrt{N_N^2/4 + n_i^2} + N_N/2;$$