№ 2521

Л.Н. Экономова

Физика

Электричество и магнетизм

Сборник тестов и задач

Темы 1–4

№ 2521

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра физики

Л.Н. Экономова

Физика

Электричество и магнетизм

Сборник тестов и задач

Темы 1–4

Под редакцией профессора Е.Б. Черепецкой

Рекомендовано учебно-методической комиссией в качестве учебного пособия для студентов направления подготовки (специальности) «Физические процессы горного или нефтегазового производства»

МИСиС

Москва 2015

УДК 537
Э40

Р е ц е н з е н т ы
д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю.К. Фетисов* (МГТУ МИРЭА);
д-р техн. наук, проф. *А.С. Вознесенский*

Экономова Л.Н.
Э40 Физика : электричество и магнетизм : сб. тестов и задач. Темы 1–4 / Л.Н. Экономова; под ред. Е.Б. Черепецкой. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2015. – 132 с.
ISBN 978-5-87623-877-1

Сборник тестов и задач (темы 1–4) включает материал практических занятий по темам электростатики и магнитостатики и ставит целью освоения студентами общего алгоритма действий, используемого при решении больших комплексов задач, в основу которых положено несколько законов физики и некоторое количество понятий и формул. Задачи для самостоятельной индивидуальной работы (~30 вариантов) по каждой теме расположены в порядке возрастания их трудности. Кроме того, имеется банк дополнительных задач с ответами для расширенного и более углубленного изучения данного раздела курса общей физики.

Предназначен для студентов НИТУ «МИСиС» всех направлений подготовки, обучающихся на кафедре физики.

УДК 537

ISBN 978-5-87623-877-1

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью сборника задач является обучение студентов самостоятельно выбирать и применять необходимый метод решения для комплексов однотипных задач по разделу «электричество и магнетизм».

Данный сборник задач включает математическое введение и материал четырех практических занятий, относящихся к электростатике и магнитостатике.

План каждого семинара определенной физической тематики включает:

1) перечень программных теоретических вопросов, который объединен в таблице с основными физическими параметрами и законами, используемыми в данной теме;

2) тесты для контроля теоретических знаний и примеры заданий из интернет-тестирования студентов, проводимого на едином портале интернет-тестирования в сфере образования: www.i-exam.ru;

3) алгоритм решения задач с поэтапным изложением основ конкретной методики;

4) два примера решения задач, снабженных подробными пояснениями и анализом;

5) по 30 вариантов однотипных задач для **самостоятельной, индивидуальной** работы, расположенные в порядке возрастания трудности.

Предлагается также набор задач, снабженных ответами для дополнительного расширенного изучения материала, рассматриваемого на семинарах.

Такой системный подход к решению задач позволяет студентам самостоятельно научиться выбирать и применять необходимый метод решения.

Данный сборник задач может быть использован не только для практических занятиях, но и при защите лабораторных работ, для контрольных работ, зачетов, индивидуальных домашних и семестровых заданий, экзаменов и углубленного изучения физики.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

Элементы векторной алгебры

Вектор – направленный отрезок прямой, имеющий начало A и конец B (рис. В.1). Ориентацию вектора указывают стрелкой, помещенной в конец вектора. Вектор обозначают $\vec{a}$, или ***a***.

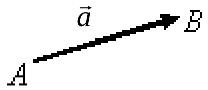


Рис. В.1

Модулем (абсолютной величиной) вектора называют длину этого отрезка. Модуль обозначают $|\vec{a}|$, или a.

Вектора можно приводить к общему началу O (рис. В.2).

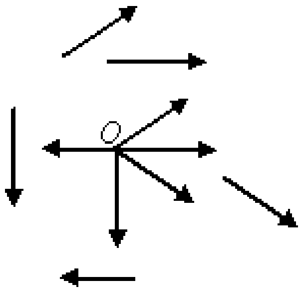
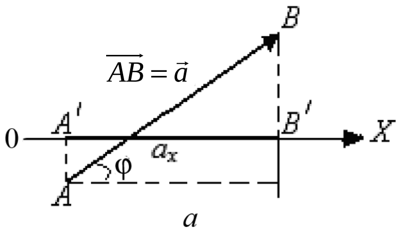


Рис. В.2

Проекция вектора на ось

Чтобы найти **проекцию вектора** $\vec{a}$ ($|\vec{a}| = AB$) **на ось *OX*, необходимо опустить перпендикуляры на эту ось** из начала (точка A) и конца (точка B) этого вектора (рис. В.3, *а*, *б*).

Проекция $A'B'$ (рис. В.3, *а*) или AB' (рис. В.3, *б*) вектора $\vec{a}$ на ось X есть **число** a_x, которое равно $a_x = |\vec{a}| \cdot \cos\varphi = a\cos\varphi$, где φ – угол между осью $0X$ и вектором $\vec{a}$ (рис. В.3, *а, б*).



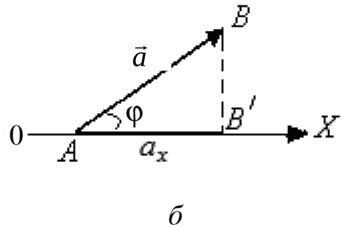


Рис. В.3

В декартовой системе координат вектор $\vec{a}$ определяется алгебраическими значениями его проекций $(a_x;\ a_y;\ a_z)$ на оси *X*, *Y*, *Z* (рис. В.4) и может быть представлен в виде

$$\vec{a} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ (орты осей) – единичные вектора $\left(\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1\right)$, направленные из начала координат вдоль осей *X*, *Y*, *Z*.

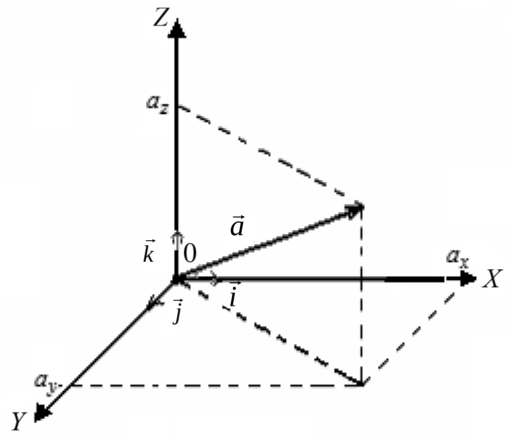


Рис. В.4

Из рис. В.4 видно, что модуль вектора $\vec{a}$ равен

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\ .$$

Проекции вектора также называют компонентами.

Умножить вектор $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ на положительное число m означает построить вектор $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$, равный $\vec{b} = m\vec{a}$ с теми же началом и ориентацией, но с величиной равной

$$\left|\vec{b}\right| = |m| \cdot |\vec{a}| .$$

Умножение вектора на число эквивалентно умножению проекций данного вектора на это число: $b_x = ma_x$, $b_y = ma_y$, $b_z = ma_z$.

Сложение векторов

Складывать вектора $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ можно двумя способами:

1) **по правилу треугольника**: при этом надо конец вектора $\vec{a}$ совместить с началом вектора $\vec{b}$ и, соединив начало $\vec{a}$ с концом $\vec{b}$, получить вектор $\vec{c}$ (рис. В.5);

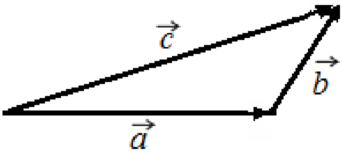


Рис. В.5

2) **по правилу параллелограмма**: надо соединить начала $\vec{a}$ и $\vec{b}$, построить параллелограмм со сторонами a и b – его диагональ даст вектор $\vec{c}$ (рис. В.6).

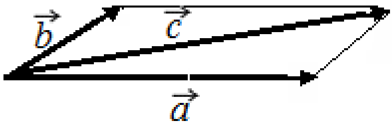


Рис. В.6

Вычитание векторов

Чтобы **вычесть один вектор из другого** $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$ и получить их разность, надо привести вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ к одному началу в точке 0. При этом вектор $\vec{c}$ соединяет их концы (рис. В.7).

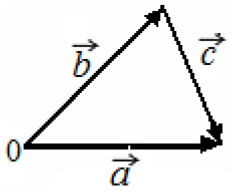


Рис. В.7

Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением двух векторов $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ и $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ является число c, равное

$$c = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot |\cos\alpha|,$$

где α – угол между направлениями векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Скалярное произведение обозначают так: $(\vec{a}\,\vec{b}) = c$. Часто скалярное произведение обозначают без круглых скобок $(\vec{a}\vec{b}) \equiv \vec{a}\vec{b}$.

Из определения скалярного произведения вытекают следствия:

1) $(\vec{a}\vec{b}) = (\vec{b}\vec{a})$
2) при $\alpha = 90°$ – $(\vec{a}\vec{b}) = 0$
3) $\vec{a}^2 = (\vec{a}\vec{a}) = a^2$
4) $((\vec{a} \pm \vec{b})\vec{d}) = (\vec{a}\vec{d}) \pm (\vec{b}\vec{d})$
5) $(\beta\vec{a}\vec{b}) = \beta(\vec{a}\vec{b})$, где β – число

Для ортов осей X, Y, Z выполняются следующие соотношения:

$$\vec{i}^{\,2} = \vec{j}^{\,2} = \vec{k}^{\,2} = 1 \;\Rightarrow\; (\vec{i}\vec{j}) = (\vec{i}\vec{k}) = (\vec{k}\vec{j}) = 0.$$

Скалярное произведение двух векторов через их составляющие (проекции на оси: $(a_x;\ a_y;\ a_z)$ и $(b_x;\ b_y;\ b_z)$) получают с использованием свойств ортов:

$$(\vec{a}\vec{b}) = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z.$$

В частности,

$$(\vec{a}\vec{a}) = a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 .$$

Поэтому для радиус-вектора $\vec{r}(x, y, z) = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z$ имеем

$$\vec{r}^{\,2} = x^2 + y^2 + z^2 ,$$

т.е. абсолютная величина радиус-вектора равна

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} .$$

Векторное произведение векторов

Два вектора $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ и $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ можно перемножить векторно. Обозначается это так:

$$\left[\vec{a}\vec{b}\right] = \vec{c} \text{ или } \left[\vec{a}\times\vec{b}\right] = \vec{c} .$$

В результате векторного произведения получают вектор $\vec{c}$, компоненты которого $(c_x; c_y; c_z)$, а модуль (длина) $c = |\vec{c}|$ равен

$$|\vec{c}| = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot|\sin\alpha| ,$$

где α – угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. В.8).

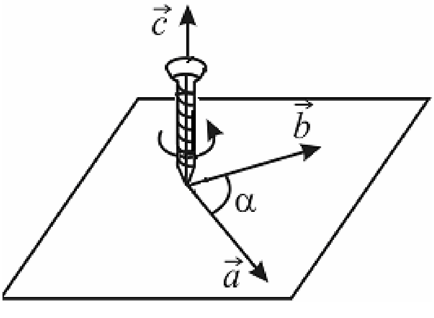


Рис. В.8

Вектор $\vec{c}$ **перпендикулярен к плоскости,** в которой лежат вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ так, что три вектора $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ составляют правовинтовую систему (правую тройку векторов).

Для определения **направления** (вниз или вверх) вектора $\vec{c}$ можно использовать **правило правого винта** (буравчика): винт помещают в начало векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярно к плоскости, в которой они расположены, и вращают его от первого вектора $\vec{a}$ ко второму $\vec{b}$ по меньшему углу; при этом поступательное движение винта совпадает с направлением вектора $\vec{c}$.

В случае, когда начала векторов не совпадают, необходимо мысленно их совместить, а затем применить правило буравчика.

При перестановке векторов меняется знак векторного произведения

$$\left[\vec{b}\vec{a}\right] = -\left[\vec{a}\vec{b}\right] = -\vec{c}\ .$$

Если векторы направлены вдоль одной прямой ($\alpha = 0°$ или $\alpha = 180°$), то $\sin\alpha = 0$ и $\left[\vec{a}\vec{b}\right] = 0$.

Векторное произведение можно записать в виде определителя и с его помощью найти составляющие c_x, c_y, c_z вектора $\vec{c} = c_x\vec{i} + c_y\vec{j} + c_z\vec{k}$:

$$\left[\vec{a}\vec{b}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

При этом $\vec{c} = (a_y b_z - a_z b_y)\vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\vec{k}$,

где $c_x = (a_y b_z - a_z b_y)$;

$c_y = -(a_x b_z - a_z b_x)$;

$c_z = (a_x b_y - a_y b_x)$.

Двойное векторное произведение трех векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ равно

$$\left[\vec{a}\left[\vec{b}\vec{c}\right]\right] = \vec{b}\left(\vec{a}\vec{c}\right) - \vec{c}\left(\vec{a}\vec{b}\right),$$

где в скобках – скалярные произведения соответствующих векторов.

Для лучшего запоминания это правило формулируют так: двойное векторное произведение векторов «*абц*» ($\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$) равно «бац» ($bac$) минус «цаб» ($cab$).

Уравнение второй степени

Уравнение $ax^2+bx+c=0$, имеет корни $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Если a = 1, то приведенное квадратное уравнение $x^2+px+q=0$ имеет решения

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\frac{p^2}{4}-q}\,.$$

Тригонометрические функции произвольного угла

Если радиус-вектор $\vec{r}$ точки M образует угол α с осью OX (рис. В.9), то **синусом** угла α называют отношение противолежащего катета к гипотенузе:

$$\sin\alpha=\frac{y}{r}\,.$$

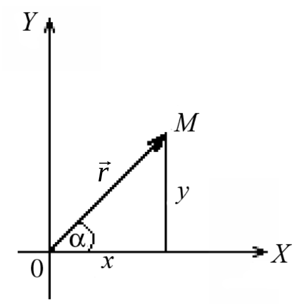


Рис. В.9

Косинусом угла α называют отношение прилежащего катета к гипотенузе:

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}\,.$$

Тангенсом угла α называют отношение противолежащего катета к прилежащему:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{y}{x} \text{ или } \mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Котангенсом угла α называют отношение прилежащего катета к противолежащему:

$$\mathrm{ctg}\alpha = \frac{x}{y} \text{ или } \mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Преобразования тригонометрических выражений

$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$	$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin y \sin x$
$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$	$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$
$\sin 2x = 2\sin x \cos x$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	

Натуральный логарифм

Натуральным логарифмом числа N называется показатель степени n, в которую надо возвести число e~2,72 (основание натурального логарифма), чтобы получить N: если $e^n = N$, то $\ln N = n$.

Свойства логарифмов

1. $\ln 1 = 0$.
2. $\ln 2 = 0{,}69$.
3. $\ln(N) = \mathrm{const}$, где N – положительная константа.
4. $\ln e = 1$.
5. $\ln 10 = 2{,}3$.

6. Логарифм произведения положительных чисел равен сумме логарифмов: $\ln(N_1 \cdot N_2 \cdot N_3) = \ln N_1 + \ln N_2 + \ln N_3$.

7. Логарифм частного от деления положительных чисел равен разности логарифмов делимого и делителя: $\ln \frac{N_1}{N_2} = \ln N_1 - \ln N_2$.

8. Логарифм степени положительного числа равен логарифму этого числа, умноженному на показатель степени: $\ln N^n = n \cdot \ln N$.

9. Логарифм корня из положительного числа равен логарифму подкоренного числа, деленному на показатель корня: $\ln \sqrt[n]{N} = \frac{1}{n} \ln N$.