№ 1117

МИСиС

Г.М. Островский

Современные методы оптимизации сложных систем

Оптимизация технических систем в условиях неопределенности

Учебно-методическое пособие

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

№ 1117

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ИНСТИТУТ СТАЛИ и СПЛАВОВ
Технологический университет
МИСиС

Кафедра инженерной кибернетики

Г.М. Островский

Современные методы оптимизации сложных систем

Оптимизация технических систем в условиях неопределенности

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано редакционно-издательским советом института

Москва Издательство «УЧЕБА» 2007

УДК 517.977.5
О-77

Р е ц е н з е н т
д-р техн. наук, проф. МХТУ *Л.С. Гордеев*

Островский Г.М.
О-77 Современные методы оптимизации сложных систем. Оптимизация технических систем в условиях неопределенности: Учеб.-метод. пособие. – М.: МИСиС, 2007. – 127 с.

Рассмотрены математические основы проблемы определения оптимальной конструкции и режимов технических систем (ТС) в условиях частичной неопределенности исходной информации. Даны формулировки задачи оптимизации ТС в условиях неопределенности в зависимости от ряда факторов – уровня неопределенности на этапе проектирования, уровня неопределенности на этапе функционирования ТС, характера ограничений и др. Рассмотрены два подхода к оценке гибкости, основанные на методе ветвей и границ и методе разбиений и границ.

Соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины «Современные методы оптимизации сложных систем».

Пособие предназначено для студентов пятого курса специальности 230401(0730) «Прикладная математика».

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Компьютерное моделирование стало неотъемлемой частью проектирования технических систем (ТС): металлургических процессов, химико-технологических, нефтеперерабатывающих и нефтехимических процессов, электротехнических систем, при проектировании авиационной техники и др. Целью компьютерного моделирования является определение оптимальной конструкции (структуры) ТС с точки зрения какого-либо критерия (обычно это экономический критерий – прибыль, затраты и др.), гарантирующей выполнение некоторых проектных требований (условий безопасности, экологических требований, требований по производительности и др.). Эта задача решается в условиях некоторой неточности исходной физико-химической, технологической и экономической информации. Это приводит к тому, что проектирование ТС проводится с использованием неточных математических моделей. Кроме того, во время функционирования ТС часто изменяются внутренние характеристики ТС, а также условия внешней среды. В результате приходится решать задачу создания *гибкой* ТС, которая гарантирует:

1. Оптимальное значение некоторого показателя, оценивающего работу ТС за весь этап функционирования.
2. Сохранение работоспособности ТС (выполнение всех проектных ограничений) на этапе функционирования, несмотря на использование неточных математических моделей и изменение внутренних и внешних факторов.

Такая же задача возникает при планировании в условиях неопределенности.

Математическая формулировка задачи построения гибкой ТС зависит от многих факторов: уровня неопределенности на этапе проектирования, полноты и точности экспериментальной информации, доступной на этапе функционирования ТС, характера ограничений и средств, используемых при построении гибких ТС. В пособии даны различные математические формулировки задачи построения гибкой ТС в зависимости от ряда факторов и учитывающие эти факторы методы оценки гибкости ТС. Показано, что в общем случае задача оценки гибкости сводится к решению задачи недифференцируемой, глобальной оптимизации.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В этом разделе будут рассмотрены основные концепции теории гибкости технических систем (ТС). Методы теории гибкости позволяют оценить способность ТС сохранять работоспособность (удовлетворять проектные ограничения) и найти оптимальную конструкцию, гарантирующую сохранение работоспособности, несмотря на изменение внутренних и внешних факторов на этапе функционирования и использование при проектировании первоначально неточных математических моделей. Будут сформулированы *тест допустимости* заданной конструкции (*тест гибкости ТС*), *индекс гибкости* и *одноэтапная и двухэтапная задачи оптимизации*.

Многие факторы влияют на эти формулировки. Первый фактор – это уровень точности математических моделей на этапе проектирования и функционирования ТС. Предполагается, что уровень точности может быть улучшен за счет использования экспериментальной информации, доступной на этапе функционирования ТС. Таким образом, эти формулировки зависят от полноты и точности экспериментальных данных, доступных на этапе функционирования ТС.

Сформулируем:

– ряд вариантов одноэтапной задачи оптимизации, которая используется, когда невозможно улучшить точность математической модели на этапе функционирования ТС;

– четыре варианта двухэтапной задачи оптимизации, соответствующие различным уровням полноты и точности экспериментальных данных, доступных на этапе функционирования ТС.

Вторым важным фактором является характер проектных ограничений. Они могут быть разделены на две группы. Первая группа содержит ограничения, которые должны безусловно выполняться, несмотря на наличие неопределенности. Вторая группа включает ограничения, которые должны выполняться либо в среднем, либо с заданной вероятностью.

Третьим фактором является механизм, с помощью которого достигается гибкость ТС. Гибкость ТС достигается использованием конструктивных и управляющих переменных. Последние на этапе функционирования ТС настраиваются в зависимости от состояния ТС для выполнения ограничений. Поэтому наличие или отсутствие конструктивных и управляющих переменных естественно влияет на формулирование задач оптимизации в условиях неопределенности.

1.1. Характеристика задач оптимизации в условиях неопределенности

При проектировании ТС должны быть учтены некоторые проектные ограничения:

– *Ограничения, связанные с безопасностью ТС.* Например, температура в каталитическом реакторе должна быть меньше некоторой заданной величины, в противном случае катализатор может быть разрушен. Иногда могут быть наложены ограничения на концентрации некоторых веществ, исходя из условий взрывобезопасности.

– *Экологические ограничения.* ТС не должна наносить вред окружающей среде. В связи с этим иногда требуется наложить ограничения на максимальную величину выходных потоков вредных веществ.

– *Ограничения на производительность ТС.*

Удовлетворение проектных требований усложняется наличием некоторой неопределенности (неточности) в математических моделях, используемых при проектировании.

Источниками неопределенности являются:

1. Первоначальная неточность математических моделей, используемых для целей проектирования. Она порождается неточностью:

- – эксперимента, с помощью которого были получены коэффициенты в математических моделях (константы скоростей реакций, коэффициентов межфазового обмена, коэффициентов массо - и теплопереноса и т.д.);
- – химических и физических закономерностей, положенных в основу математических моделей.

2. Изменение внутренних факторов ТС на этапе функционирования ТС, что приводит к изменению некоторых коэффициентов в математических моделях во время эксплуатации ТС. Так, изменение активности катализатора приводит к изменению констант скорости реакций. Оседание некоторых веществ на поверхности теплообмена теплообменника приводит к изменению коэффициента теплопередачи.

3. Изменение внешних факторов функционирования химико-технологического процесса (ХТП) во время его эксплуатации. Так, могут изменяться температура, состав, расход входных потоков и некоторые характеристики последних (температура, состав, расход).

4. Геометрическая неточность, т.е. неточность в реализации некоторых размеров оборудования при их изготовлении. Например, очень важен учет неточности изготовления крыла самолета.

Обычно неполнота наших знаний о процессе сводится к тому, что некоторые параметры в математических моделях на этапе проектирования известны неточно. О них только известно, что они принадлежат некоторой области неопределенности T.

Таким образом, при проектировании ТС мы вынуждены использовать неточные математические модели и поэтому возникает вопрос: как мы можем гарантировать выполнение всех проектных ограничений на этапе функционирования ТС, несмотря на использование неточных математических моделей? Методы теории гибкости ТС позволяют решить эту проблему. Будем полагать, что на стадии функционирования ТС неопределенные параметры либо постоянны, либо меняются достаточно медленно, так что переходными процессами можно пренебречь. Поэтому используем стационарныные математические модели и задача оптимального проектирования будет ставиться как задача статической оптимизации. Задачу оптимизации ТС на этапе проектирования можно записать следующим образом:

$$\min_{d \in D, y \in Y} \bar{f}(d, y, \theta), \tag{1.1}$$

$$\varphi(d, y, \theta) = 0, \tag{1.2}$$

$$\bar{g}(d, y, \theta) \le 0, \tag{1.3}$$

где d – n_d-вектор конструктивных переменных; y – n_y-вектор изменяемых переменных; θ – вектор неопределенных параметров; φ – p-вектор-функция; $\bar{g}$ – m-вектор-функция; D и Y – области изменения переменных d и y соответственно. Здесь и далее через n_x обозначим размерность вектора x. Множество конструктивных переменных d включает размеры аппаратов ТС и ее структурные параметры. Ясно, что переменные d остаются постоянными на этапе функционирования ТС. Вектор y включает все переменные, которые могут изменяться на этапе функционирования ТС. Он включает переменные (например, температуру, давление, расход), которые могут быть использованы для управления ТС и переменные, которые характеризуют состояние ТС (например, состояние потоков в химико-технологическом процессе). Целевая функция $\bar{f}\left(d, y, \theta\right)$ есть мера, характеризующая работу ТС. Это может быть прибыль, затраты и т.д. Система ограничений равенств (1.2) включает систему уравнений материального и теплового баланса, ограничения неравенства (1.3) суть математические формулировки вышеупомянутых проектных ограничений. Число степеней свободы в этой задаче

$$r = \dim y - \dim \varphi\,. \tag{1.4}$$

Обычно $r << \dim y$. Разобьем вектор y на векторы x и z ($y = [x, z]$), где $\dim z = \dim y - \dim x = \dim \varphi, \dim x = \dim \varphi$. Будем называть вектор z вектором управляющих переменных и вектор x вектором переменных состояния. Тогда задача (1.1) примет вид

$$\min_{d \in D, x, z \in Z} \overline{f}(d, x, z, \theta), \tag{1.5}$$

$$\varphi(d, x, z, \theta) = 0, \tag{1.6}$$

$$\overline{g}(d, x, z, \theta) \le 0, \tag{1.7}$$

где Z – область изменения переменных z. Далее будем полагать, что переменные d, z принадлежат областям D и Z, однако не станем явно указывать на наличие этой принадлежности. Так как размерность вектора x равна размерности вектора φ, то для фиксированных d, z и θ можно рассматривать выражение (1.6) как систему нелинейных уравнений для определения x. Следовательно, x есть неявная функция переменных d, z, θ

$$x = x\left(d, z, \theta\right). \tag{1.8}$$

Явный вид функций (1.8), как правило, неизвестен, поэтому для каждой совокупности d, z, θ переменные x находятся численным решением системы нелинейных уравнений (1.6) (фактически это расчет материального и теплового баланса ТС). Подставляя это выражение для x в (1.5), (1.6) и (1.7), мы исключаем переменные x

$$\min_{d, z} f(d, z, \theta), \tag{1.9}$$

$$g_j\left(d, z, \theta\right) \le 0, \qquad j = 1, \dots, m, \tag{1.10}$$

где

$$f(d, z, \theta) \equiv \overline{f}\left[d, z, x(d, z, \theta), \theta\right],$$

$$g(d, z, \theta) \equiv \overline{g}\left[d, z, x(d, z, \theta), \theta\right],$$

$$\varphi\left[d, z, x(d, z, \theta), \theta\right] \equiv 0.$$

Область в пространстве d, z, в которой выполняются ограничения (1.10) называется *допустимой областью* задачи оптимизации ТС.

В дальнейшем в большинстве случаев мы будем использовать форму (1.9) задачи оптимизации ТС.

Оптимальный режим, найденный решением задачи (1.9), должен быть реализован с помощью системы автоматического управления. При этом оптимальные значения r ($r = n_z$) управляющих переменных z должны быть реализованы. Обычно пытаются выбирать переменные z таким образом, чтобы либо получить аналитический вид функций (1.8), либо иметь возможность вычислить значения x без итерационной процедуры. К сожалению, в большинстве практических задач такой выбор невозможен. В этом случае значения переменных x определяются решением системы нелинейных уравнений (1.6) при фиксированных значениях d, z и θ. Эта процедура используется во всех моделирующих программах (см., например, ASPEN PLUS, PRO II, gProms). Область неопределенности T задается следующим образом:

$$T = \left\{ \theta : \theta^L \le \theta \le \theta^U \right\}. \tag{1.11}$$

Задача (1.9), (1.10) не может быть решена, поскольку значения параметров θ неопределенны. В связи с этим обычный путь проектирования ТС состоит из двух этапов. На первом этапе задаются некоторые средние (номинальные) значения $\theta = \theta^N$, с использованием которых решается задача (1.9), (1.10). Поскольку при этом нельзя гарантировать выполнение ограничений (1.10) для всех $\theta \in T$, то на втором этапе на основе опыта и интуиции специалистов задаются конструктивным переменным некоторые коэффициенты запаса η_i

$$\eta_i = \frac{\bar{d}_i - d_i^N}{d_i^N},$$

где d_i^N – значения конструктивных переменных, полученных решением задачи (1.9), (1.10) при $\theta = \theta^N$; $\bar{d}_i$ – эмпирические значения конструктивных переменных. Эмпирическое задание коэффициентов запаса приводит к значительному увеличению размеров аппаратов и, следовательно, к существенному удорожанию ТС. В связи с этим требуется сформулировать задачу оптимального проектирования ТС с учетом неопределенности.

Рассмотрим частный случай, когда известен закон изменения параметров θ во времени и известна продолжительность t_f этапа функционирования ТС. Разделим этап функционирования ТС на ряд периодов t^i $(i = 1,..., p)$ и используем среднее значение θ^i параметра этапа функционирования ТС (и соответствующий вектор z^i управляющих переменных) i-го интервала. В этом случае задача (1.9) примет вид

$$\min_{d, z^i} \sum_{i=1}^{p} f(d, z^i, \theta^i),$$

$$g_j(d, z^i, \theta^i) \le 0, \qquad j = (1,..., m).$$

Заметим, что переменная d не зависит от номера i. Это *многопериодная задача*.

В большинстве реальных случаев не известен закон изменения параметров θ, и мы знаем только, что θ должно принадлежать некоторой области T. Иногда, кроме этого, известны функции плотности вероятностей этих параметров.

Создание гибкой ТС требует решения следующих двух главных задач:

1. Оценка гибкости ТС.
2. Оптимизация в условиях неопределенности.

В задаче 1 можно выделить две подзадачи. Первая подзадача – оценка гибкости ТС при заданных значениях конструктивных переменных [1]. Вторая подзадача – оценка гибкости заданной структуры ТС. Задача 2 состоит в определении оптимальных значений конструктивных переменных, гарантирующих гибкость ТС. Эта задача эквивалентна задаче определения оптимальных коэффициентов запаса. В качестве целевой функции этой задачи должна быть некоторая величина, характеризующая работу за весь этап функционирования. В качестве ограничения должно использоваться условие гибкости.

Пример. Рассмотрим ХТП, состоящий из реактора и теплообменника с рециклом (см. рисунок) [1]. В реакторе объема V происходит экзотермическая первого порядка реакция вида $A \rightarrow B$. Рецикл (с расходом F_1) используется для управления температурой T_1 в реакторе. Противоточный теплообменник предназначен для охлаждения рециклического потока (с расходом F_1) холодной водой с расходом W. Процесс служит для получения полезного продукта B.