

№ 477

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ИНСТИТУТ СТАЛИ и СПЛАВОВ
Технологический университет



Кафедра теплофизики и экологии металлургического производства

Арутюнов В.А., Крупенников С.А., Левицкий И.А.

ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕПЛООБМЕНА

Лабораторный практикум
для студентов специальности 1103

Рекомендовано редакционно-издательским советом института в качестве учебного пособия

УДК

А86

АННОТАЦИЯ

Целью практикума является освоение численных методов решения задач сложного (радиационно-конвективного) теплообмена (Лабораторные работы 1 – 6) и задач теплопроводности (Лабораторные работы 7 – 12), а также приобретение разработки соответствующих алгоритмов и реализующих их компьютерных программ.

© Московский государственный
институт стали и сплавов
(Технологический университет)
(МИСиС) 2001

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	4
Лабораторная работа 1. Применение численных методов для решения простейших задач радиационного теплообмена.....	7
Лабораторная работа 2. Подготовка к расчету сложного теплообмена в системе “газ – кладка – металл” зональным методом.....	19
Лабораторная работа 3. Расчет сложного теплообмена в системе “газ – кладка – металл” классическим зональным методом.....	23
Лабораторная работа 4. Расчет разрешающих обобщенных угловых коэффициентов излучения в системе “газ – кладка – металл”	29
Лабораторная работа 5. Расчет сложного теплообмена в системе “газ – кладка – металл” резольвентным зональным методом.....	33
Лабораторная работа 6. Расчет нагрева термически тонкого металла в секционной печи	37
Лабораторная работа 7. Решение тестовой задачи теплопроводности	42
Лабораторная работа 8. Решение линейной задачи теплопроводности с использованием явной разностной схемы ..	47
Лабораторная работа 9. Решение линейной задачи теплопроводности с использованием чисто неявной разностной схемы	51
Лабораторная работа 10. Решение линейной задачи теплопроводности с использованием разностной схемы Кранка – Николсона	56
Лабораторная работа 11. Решение нелинейной задачи теплопроводности	60
Лабораторная работа 12. Решение двумерной задачи теплопроводности методом расщепления	68
Литература	74

ПРЕДИСЛОВИЕ

Лабораторный практикум предназначен для проведения занятий по курсам «Численное моделирование тепломассопереноса» и «Моделирование процессов и объектов в металлургии» для студентов специальности 1103. Кроме того, он может быть рекомендован для студентов специальности 0102, изучающих раздел «Математические модели гидродинамики и тепломассопереноса» курса «Теория, технология и математическое моделирование процессов производства металлов».

Целью практикума является освоение методов численного решения задач теплообмена в промышленных печах и приобретение навыков разработки соответствующих компьютерных программ.

При построении математических моделей процессов, происходящих в промышленных печах, следует учитывать различие физических механизмов, а, следовательно, и математического описания процессов переноса тепла в рабочем пространстве печи и в отдельных ее элементах.

В рабочем пространстве топливных нагревательных печей протекают процессы сложного (радиационно-конвективного) теплообмена. Для математического описания этих процессов формулируются *внешние задачи теплообмена*, целью решения которых является расчет распределения температуры в рабочем пространстве печи.

В нагреваемых заготовках и в футеровке печи происходят процессы переноса тепла теплопроводностью, для описания которых формулируются *внутренние задачи теплообмена*, определяющие температурные поля нагреваемых тел и футеровки.

Поскольку процессы внешнего и внутреннего теплообмена тесно взаимосвязаны, для получения полной картины тепловой работы печи необходимо произвести совместное – в рамках единой системы уравнений – решение внешней и внутренней задач, т. е. решить *сопряженную задачу теплообмена*. Однако для решения сложных сопряженных задач необходимы навыки решения более простых – внешних и внутренних – задач теплообмена, чему и посвящено данное пособие.

В лабораторных работах 1–6 рассматривается решение *внешних задач теплообмена* в рабочем пространстве промышленных печей. Наибольшее распространение для описания и решения задач

радиационно-конвективного теплообмена в инженерной практике получили *зональные методы*, основанные на разбиении рабочего пространства печи на отдельные участки – зоны, в пределах которых все характеристики теплообмена можно приближенно считать постоянными. В настоящее время применяются две модификации такого подхода – *классический зональный метод* и *резольвентный зональный метод*.

Лабораторные работы 7 – 10 посвящены решению *внутренних задач теплообмена*, более конкретно – решению задачи линейной теплопроводности в однородной пластине при симметричном или одностороннем нагреве. Рассматривается такая постановка задачи, при которой имеется аналитическое решение. Однако поскольку вычисление по формуле, являющейся аналитическим решением, само по себе содержит ряд вычислительных проблем, этому посвящена лабораторная работа 7. В лабораторных работах 8 – 10 решение линейной задачи теплопроводности осуществляется *методом конечных разностей*, причем для получения разностных аналогов исходной дифференциальной задачи используется наиболее распространенный *метод баланса*. Этот метод предусматривает разбиение расчетной области на конечное количество непересекающихся изотермических объемов, для каждого из которых записывают балансовые уравнения, выражающие закон сохранения тепловой энергии в течение некоторого элементарного отрезка времени. В работах 8 – 10 на практике изучаются свойства трех наиболее широко применяемых *разностных схем*, реализующих этот метод – *явной, неявной и Кранка-Николсона*, а результаты численного решения задачи теплопроводности сравниваются с ее аналитическим решением (поэтому решаемая в работе 7 задача и называется тестовой).

Однако условия, сформулированные при постановке тестовой задачи, являются несколько идеализированными – в рабочем пространстве современных нагревательных печей перенос тепла осуществляется главным образом путем излучения; кроме того, далеко не всегда нагреваемые заготовки можно считать одномерными пластинами. Задачи, имеющие более реалистичный характер постановки, рассматриваются в лабораторных работах 11 и 12.

При проведении расчетов теплообмена часто возникает необходимость решения *нелинейных* алгебраических или трансцендентных уравнений. Причиной нелинейности этих уравнений может быть, во-первых, зависимость теплофизических характеристик от температуры (лабораторная работа 11), а во-вторых – необходимость учета од-

новременно протекающих процессов радиационного и конвективно-го, либо кондуктивного теплообмена (лабораторные работы 1 – 6, 11). Для решения нелинейных уравнений приходится применять численные методы – *методы последовательных приближений*.

Все лабораторные работы выполняются в компьютерном классе каждым студентом индивидуально в соответствии с вариантом, указанным преподавателем. В процессе подготовки к занятию студент прорабатывает теоретический материал, содержащийся в описании работы и рекомендуемой литературе [1,2], и начинает оформлять отчет о лабораторной работе, составляя конспект с изложением постановки задачи и структуры применяемых для ее решения вычислительных алгоритмов, а также подготавливает текст компьютерной программы в соответствии с индивидуальным заданием. После ввода и отладки программы студент проводит вычислительный эксперимент, результаты которого также заносит в отчет. По окончании вычислений студент дополняет отчет объяснением полученных результатов, необходимыми выводами и ответами на контрольные вопросы. Наличие конспекта и полностью оформленного отчета является необходимым условием для защиты каждой лабораторной работы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Применение численных методов для решения простейших задач радиационного теплообмена

1.1. Постановка задачи

Пусть требуется рассчитать температуру нагревателя T_n электрической печи сопротивления. Будем считать заданными:

– температуру поверхности нагреваемого металла $T_m = 1000$ К;

– степень ее черноты $\varepsilon_m = 0,5$;

– полезную удельную мощность нагревателя $p_n = 50$ кВт/м²;

– зависимость степени черноты нагревателя от температуры $\varepsilon_n(T_n) = 0,15 \cdot 10^{-3} T_n$ (в интервале 1000 – 2000 К).

Для решения этой задачи запишем уравнение теплового баланса для нагревателя:

$$p_n = -q_n^p, \quad (1.1)$$

где q_n^p – плотность потока результирующего излучения на его поверхности.

Выразим q_n^p через неизвестную температуру T_n , рассматривая поверхности нагревателя и металла как бесконечные параллельные плоскости:

$$q_n^p = \frac{\sigma_0}{\frac{1}{\varepsilon_m} + \frac{1}{\varepsilon_n(T_n)} - 1} (T_m^4 - T_n^4); \quad (1.2)$$

где $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана.

Подставив выражение (1.2) в уравнение теплового баланса (1.1), получим соотношение