#### Рецензент доктор физико-математических наук, профессор В.В. Гераськин

Авторы: В.В. Батавин, Д.Г. Крутогин, С.П. Курочка, С.В. Подгорная

Метрология, стандартизация и сертификация. Основы М54 метрологии в электронике: Курс лекций / В.В. Батавин, Д.Г. Крутогин, С.П. Курочка, С.В. Подгорная. – М.: МИСиС, 2004. – 147 с.

Курс лекций содержит необходимый для изучения раздела «Основы метрологии в электронике» материал, а также примеры решения задач метрологии и справочные данные.

Предназначен для студентов специальностей 200100, 200200, 071000 и направления 550700.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	
1. Основные термины в области метрологии	6
1.1. Метрология	
1.2. Физические величины	7
1.3. Единицы физических величин	11
1.4. Измерения физических величин	15
1.5. Средства измерительной техники	18
1.6. Принципы, методы и методики измерений	31
1.7. Результаты измерений физических величин	32
1.8. Погрешности измерений	34
1.9. Погрешности средств измерений	43
1.10. Эталоны единиц физических величин	47
2. Объекты измерений и их меры	53
2.1. Измеряемые величины	53
2.2. Качественная характеристика измеряемых величин	54
2.3. Количественная характеристика измеряемых величин	56
2.4. Единицы измерения	57
3. Основные характеристики измерений и средств измерений	60
3.1. Разновидности измерений	60
3.2. Средства измерений	
3.3. Классы точности средств измерений	
4. Обеспечение единства измерений	66
4.1. Воспроизведение единиц физических величин	66
4.2. Передача информации о размерах единиц средствам	
измерений	
5. Основы теории измерений	
5.1. Основной постулат метрологии	72
5.2. Основные положения теории случайных ошибок	
5.3. Случайные величины	
5.4. Числовые характеристики случайных величин	
5.4.1. Определение числовых характеристик	
5.4.2. Свойства математического ожидания	
5.4.3. Свойства дисперсии	87
5.5. Оценка характеристик генеральной совокупности	
случайных величин по характеристикам выборки	
5.6. Некоторые виды распределений случайной величины	99

5.7. Статистические гипотезы и их проверка108	3
5.8. Интегральная оценка параметров функции	
распределения13	1
Библиографический список139	
Приложение 1. Интегральная функция нормального	
распределения140	)
Приложение 2. Функция плотности распределения Стьюдента	
и значение переменной $U_{\alpha}$ 14	1
Приложение 3. Распределение Стьюдента и значение	
переменной $t_{\alpha}$ для разных уровней значений142	2
Приложение 4. Распределение Фишера и значения функции	
Фишера $F_{\alpha}$ 143	3
Приложение 5. Критерий Кокрена $G_{\alpha}$ в зависимости от уровня	
значимости $\alpha$ , степеней свободы $f$ и числа	
выборок <i>k</i> 14:	5
Приложение 6. Предельные значения критической точки $V_{\alpha}$	
в зависимости от объема выборки <i>п</i> и уровня	
значимости α146	5

# Предисловие

Издание подготовлено для обеспечения методической литературой нового курса по основам метрологии применительно к процессам и методам измерений для студентов специальностей 200100, 200200, 071000 и направления 550700.

При разработке, производстве, эксплуатации технических систем, контроле состояния окружающей среды, в медицине, торговле, т.е. практически во всех сферах человеческой деятельности приходится иметь дело с измерением физических величин и обеспечением их единства, поэтому усвоение единой терминологии в области метрологии имеет первостепенное значение при изучении основных положений законодательной метрологии.

Изложенные в курсе лекций положения теории ошибок позволяют студентам достаточно глубоко освоить математический аппарат, применяемый при обработке результатов измерений.

Приведенные примеры помогут студентам глубже понять основные положения теории ошибок, получить навык практического решения наиболее важных задач метрологии по математической обработке результатов измерений и оценке погрешностей, по способам проверки статистических гипотез.

Приведены основные схемы однократного и многократного измерений, позволяющие студентам в практической работе достигать необходимой точности измерений.

В приложениях представлены справочные статистические таблицы, позволяющие студентам решать различные задачи по обработке результатов измерений при выполнении практических заданий.

# 1. ОСНОВНЫЕ ТЕРМИНЫ В ОБЛАСТИ МЕТРОЛОГИИ

## 1.1. Метрология

*Метрология* — наука об измерениях, методах и средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности [1].

Метрология зародилась в глубокой древности и по словообразованию означает «учение о мерах». В первом русском труде по метрологии Ф.И. Петрушевской «Общая метрология» (1849. Ч. І, ІІ) приводятся именно ее описательные функции: «метрология – есть описание всякого рода мер по их наименованиям, подразделениям и взаимному отношению». В дальнейшем, в зависимости от усложнения задач, стоящих перед метрологами, происходили изменения и в определении понятия «метрология». Так, М.Ф. Маликов приводит уже более широкое, но двоякое определение этого понятия: «метрология – есть учение об единицах и эталонах» и «метрология – есть учение об измерениях, приводимых к эталонам». Второе определение свидетельствует о том, что сделан переход от описательных задач непосредственно к измерениям и «привязка» их к эталонам. С введением в действие ГОСТ 16263-70 было закреплено определение, приведенное в [1]. В этом определении сделан еще больший шаг в сторону практического приложения метрологии – обеспечение единства измерений в стране. Измеряемыми величинами, с которыми имеет дело метрология в настоящее время, являются физические величины, т.е. величины, входящие в уравнения опытных наук (физики, химии и др.). Метрология проникает во все дисциплины, имеющие дело с измерениями, и является для них единой наукой.

Основные понятия, которыми оперирует метрология, следующие: физическая величина, единица физической величины, передача размера единицы физической величины, средства измерений физической величины, эталон, образцовое средство измерений, рабочее средство измерений, измерение физической величины, метод измерений, результат измерений, погрешность измерений, метрологическая служба, метрологическое обеспечение и др.

Законодательная метрология — раздел метрологии, включающий комплексы взаимосвязанных и взаимообусловленных общих правил, требований и норм, а также другие вопросы, нуждающиеся в регламентации и контроле со стороны государства, направленные на обеспечение единства измерений и единообразия средств измерений [1].

#### 1.2. Физические величины

Физическая величина — характеристика одного из свойств физического объекта (физической системы, явления или процесса), общая в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном отношении индивидуальная для каждого объекта.

Индивидуальность в количественном отношении следует понимать в том смысле, что значение величины или размер величины может быть для одного объекта в определенное число раз больше или меньше, чем для другого.

Термин «величина» применяется для описания материальных систем, объектов (явлений, процессов и т.п.), изучаемых в любых науках (физике, химии и др.).

Не следует применять термин «величина» для выражения только количественной стороны рассматриваемого свойства. Например, писать «величина массы», «величина длины», «величина активности радионуклида» и т.д., так как эти характеристики (масса, длина, активность радионуклида) сами являются величинами. В этих случаях следует применять термины «значение величины» или «размер величины». Выбор того или иного термина зависит от контекста. Например, величина в общем смысле – длина, масса, время, или масса и длина некоторого тела, активность радионуклида в источнике – величины в индивидуальном смысле, т.е. величины конкретных объектов.

Размер физической величины — количественная определенность физической величины, присущая конкретному материальному объекту, системе, явлению или процессу.

Отметим, что каждое тело обладает определенной массой, вследствие чего тела можно различать по их массе, т.е. по размеру интересующей нас физической величины (массы). Рассматривая предметы A и B, можно, например, утверждать, что по длине или размеру длины они отличаются друг от друга (например, A > B). Более точная оценка может быть получена лишь после измерений длины этих предметов.

Часто в словосочетании «размер величины» слово «размер» опускают или заменяют его на словосочетание «значение величины».

Значение физической величины — оценка размера физической величины в виде некоторого числа принятых для нее единиц.

Значение физической величины получают в результате ее измерения или вычислений в соответствии с основным уравнением измерения Q = n|Q|, где Q - значение физической величины; n - числовое

значение измеряемой величины в принятых единицах; |Q| — выбранная для измерений величина.

В зависимости от размера выбранной единицы будет изменяться числовое значение физической величины, тогда как размер этой величины будет одним и тем же.

*Истинное значение физической величины* – значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в качественном и количественном отношениях соответствующую физическую величину.

Это понятие соотносимо с понятием абсолютной истины. Абсолютная истина, как известно, познается лишь в результате бесконечного процесса познания. Для каждого исторического этапа познается лишь относительная истина.

Истинное значение физической величины также может быть получено только в результате бесконечного процесса измерений с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений. Для каждого уровня развития измерительной техники может быть известно только действительное значение физической величины, которое является аналогом понятия относительной истины и применяется вместо истинного значения физической величины. Понятие истинного значения физической величины необходимо как теоретическая основа развития теории измерений, в частности, при раскрытии понятия «погрешности измерений».

Действительное значение физической величины — значение физической величины, найденное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что для поставленной измерительной задачи может его заменить.

За действительное значение физической величины обычно принимают среднее арифметическое из ряда значений величины, полученных при равноточных измерениях, или арифметическое среднее взвешенное при неравноточных измерениях. При поверке средств измерений действительным значением является значение образцовой меры или показание образцового средства измерений.

Система физических величин – совокупность взаимосвязанных физических величин, образованная в соответствии с принятыми принципами, когда одни величины принимаются за независимые, а другие являются функциями независимых величин.

В названии системы величин применяют символы величин, принятых за основные, например, система величин механики, в которой в качестве основных приняты длина (L), масса (М) и время (Т), должна называться системой LMT. Система основных величин, со-

ответствующая действующей в настоящее время Международной системе единиц (СИ), должна обозначаться символами LMTI $\Theta$ NJ, обозначающими соответственно символы основных величин — длины (L), массы (M), времени (T), силы электрического тока (I), температуры ( $\Theta$ ), количества вещества (N) и силы света (J).

Основная физическая величина — физическая величина, входящая в систему величин и условно принятая в качестве независимой от других величин этой системы.

*Производная физическая величина* – физическая величина, входящая в систему и определяемая через основные величины этой системы.

Примеры производных величин механики системы LMT: скорость v поступательного движения, определяемая (по модулю) уравнением  $v = d\ell/dt$ , где  $\ell$  – путь; t – время; сила F, приложенная к материальной точке, определяемая (по модулю) уравнением F = ma, где m – масса точки; a – ускорение, вызванное действием силы F.

Вообще, большинство производных величин связано с основными величинами системы уравнениями вида  $X = ZB^{\beta_1} \dots B_n^{\beta_n}$ , где X – производная величина; Z – коэффициент;  $B_i$  – основная величина;  $\beta_i$  – положительное или отрицательное число. Вместо основных могут фигурировать и ранее введенные производные величины (как в приведенном выше уравнении для силы, где масса – основная величина, а ускорение – производная).

Если уравнение определяет новую производную величину, коэффициент есть точное число и является безразмерным, в частности, может быть равным числу 1; если же уравнение выражает экспериментально установленный закон, связывающий уже введенные ранее величины, коэффициент определяется экспериментально с ограниченной точностью и может быть размерным.

Вместо уравнений указанного выше вида, называемых уравнениями связи между величинами, на практике используются уравнения связи между числовыми значениями, соответствующими тем или иным выбранным единицам. Коэффициенты в этих уравнениях зависят от выбора единиц.

Размерность физической величины — выражение в форме степенного одночлена, составленного из произведений символов основных физических величин в различных степенях и отражающее связь данной физической величины с физическими величинами, принятыми в данной системе величин за основные и с коэффициентом пропорциональности, равным единице.

Степени символов основных величин, входящих в одночлен в зависимости от связи рассматриваемой физической величины с основными, могут быть целыми, дробными, положительными и отрицательными. Понятие «размерность» распространяется и на основные величины. Размерность основной величины в отношении самой себя равна единице и не зависит от других величин, т.е. формула размерности основной величины совпадает с ее символом.

В соответствии с международным стандартом ИСО 31/0, размерность величин следует обозначать знаком dim. В системе величин LNT размерность величин X будет: dim  $X = L^{\ell}M^{m}T^{\ell}$ , где L, M, T – символы величин, принятых за основные (соответственно длины, массы, времени и т.д.);  $\ell$ , m, t – целые или дробные, положительные или отрицательные вещественные числа, которые являются показателями размерности. Размерность физической величины – это более общая характеристика, чем определяющее величину уравнение, так как одна и та же размерность может быть присуща величинам, имеющим различную качественную сторону и различающимся по форме определяющего уравнения. Например, работа силы F определяется уравнением  $A_{\ell} = F\ell$ ; кинетическая энергия движущегося тела – уравнением  $E_{k} = mv^{2}/2$ , а размерности той и другой – одинаковы.

Совокупность размерностей основных и производных величин данной системы образует размерную систему, базис которой составляют размерности основных величин (размерности обозначаются прямым шрифтом и заглавными буквами). Так, в базис размерной системы величин, охватываемой Международной системой единиц (СИ), входят размерности: длины – L, массы – M, времени – T, силы электрического тока – I, температуры –  $\Theta$ , количества вещества – N и силы света – J.

Над размерностями можно производить действия умножения, деления, возведения в степень и извлечения корня. Действия сложения и вычитания размерностей не имеют смысла. Размерность величины одновременно является размерностью ее единицы.

Шкала физической величины – упорядоченная последовательность значений физической величины, принятая по соглашению на основании результатов точных измерений.

**Пример.** Международная практическая температурная шкала (МПТШ), состоящая из ряда реперных точек, значения которых принимаются по международному соглашению.

Первая Международная практическая температурная шкала была введена IX Генеральной конференцией по мерам и весам (ГКМВ) в

1927 г. и известна как МПТШ–27. Затем она была уточнена в 1948 г. и в 1960 г. Дальнейшие исследования, проведенные в ряде стран, в том числе в СССР, привели к созданию МПТШ–68, которая была принята XIII ГКМВ (1967 г.) и применяется в настоящее время. МПТШ–68 основана на ряде наиболее точно воспроизводимых основных реперных точек — температуре фазовых переходов для чистых веществ. Реперными точками являются, например, тройная точка воды 273,16 К (0,01 °C); точка кипения воды 373,15 К (100,00 °C); точка затвердевания олова 505,1181 К (231,9681 °C); точка затвердевания золота 1337,58 К (1064,43 °C); точка росы кислорода 90,188 К (-182,962 °C); тройная точка равновесного водорода 13,81 К (-259,34 °C) и др.

Аддитивная величина — однородная физическая величина, разные значения которой могут быть суммированы, умножены на числовой коэффициент, разделены друг на друга.

**Пример.** К аддитивным величинам относятся длина, масса, сила, давление, время, скорость и др.

При взвешивании на рычажных весах на чашку ставят гири разного значения массы. Сумма значений массы всех гирь ( $M_1+M_2+\ldots+M_n$ ) определяет значение массы взвешенного товара M, т.е.  $M=M_1+M_2+\ldots+M_n$ . Для измерения аддитивной величины шкала строится, исходя из свойства аддитивности. Так, шкала для измерения длины, по существу, состоит из последовательно возрастающего ряда значений длины. Значение измеряемой величины в этом случае находят путем приложения линейки к объекту измерений и отсчета числа уместившихся единиц. Считая размеры единицы одинаковыми на всей шкале, значение аддитивной величины Q находят из уравнения Q=n|Q|, где |Q| — единицы физической величины; n — числовое значение физической величины.

*Измеряемая физическая величина* — физическая величина, подлежащая измерению, измеряемая или измеренная в соответствии с основной целью измерительной задачи.

## 1.3. Единицы физических величин

Единица физической величины — физическая величина фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение, равное 1, и применяемая для количественного выражения однородных физических величин.

Различают основные, производные, кратные, дольные, когерентные, системные, внесистемные единицы.

В международной практике применяют термин «единица измерения».

Единица физической величины – величина того же рода, что и сама физическая величина. Должно существовать, по меньшей мере, столько единиц, сколько существует физических величин.

**Пример.** 1 м – единица длины; 1 с – единица времени; 1 Бк – единица активности радионуклида.

Система единиц физических величин – совокупность основных и производных единиц физических величин, образованная в соответствии с принятыми принципами для заданной системы физических величин.

*Основная единица системы единиц* – единица основной физической величины в данной системе единиц.

Основные единицы Международной системы единиц СИ: метр (м), килограмм (кг), секунда (с), ампер (А), кельвин (К), моль (моль) и кандела (кд). Из сочетаний основных единиц образуются производные единицы, например, единица скорости – метр в секунду (м/с), единица плотности – килограмм на метр кубический (кг/м³). Путем прибавления к основным единицам установленных приставок образуются кратные (например, километр) или дольные (например, микрометр) единицы.

Дополнительная единица системы единиц — до введения Международной системы единиц СИ это понятие в физике не применялось. В СИ единицы плоского (радиан) и телесного (стерадиан) углов выделены в отдельную группу дополнительных единиц, хотя определения, что понимается под дополнительными величинами и, соответственно, единицами, не дано.

Производная единица системы единиц — единица производной физической величины системы единиц, образованная в соответствии с уравнением, связывающим ее с основными единицами или же с основными и уже определенными производными.

## Примеры

- 1. 1 м/с единица скорости, образованная из основных единиц СИ метра и секунды.
- **2**. 1 H единица силы, образованная из основных единиц СИ килограмма, метра и секунды.

Системная единица физической величины — единица физической величины, входящая в одну из принятых систем единиц.

Основные, производные, кратные и дольные единицы СИ являются системными, например 1 м; 1 с; 1 м/с; 1 км; 1 H.

Внесистемная единица физической величины — единица физической величины, не входящая ни в одну из принятых систем единиц.

Внесистемные единицы (по отношению к единицам СИ) разделяются на четыре вида:

- 1) допускаемые наравне с системными;
- 2) допускаемые к применению в специальных областях;
- 3) временно допускаемые;
- 4) изъятые из употребления.

### Примеры

- 1. К внесистемным единицам, допускаемым наравне с единицами СИ, относятся:
  - тонна единица массы;
  - градус, минута, секунда единицы плоского угла;
  - литр единица вместимости;
  - минута, сутки, неделя, месяц, год, век единицы времени.
- **2**. К внесистемным единицам, допускаемым к применению в специальных областях, относятся:
- в астрономии: астрономическая единица (а.е.), световой год (св. год), парсек (пк) единицы длины;
- в оптике: диоптрия (дптр) единица оптической силы (1 дптр =  $1 \text{ м}^{-1}$ );
- в сельском и лесном хозяйстве: гектар (га) единица площади (1 га =  $1 \cdot 10^4$  м<sup>2</sup>);
- в геодезии: град или гон единица плоского угла (1 град =  $\pi/200$  рад);
- в физике: электрон-вольт (эВ) единица энергии (1 эВ = 1,60217733·10<sup>-19</sup> Дж);
- в атомной физике: атомная единица массы (а.е.м.) единица массы (1 а.е.м. =  $1,6605402 \cdot 10^{-27}$  кг, приблизительно);
- в электротехнике: вольт-ампер (B·A) единица мощности; вар (вар) единица реактивной мощности.
- 3. К внесистемным единицам, временно применяемым наравне с единицами СИ, относятся:
- в морской навигации: морская миля (миля) единица длины (1 миля = 1852 м); узел (уз) единица скорости (1 уз = 0.514 м/с);
- для драгоценных камней и жемчуга: карат (кар) единица массы (1 кар =  $2 \cdot 10^{-4}$  кг);

- в текстильной промышленности: текс (текс) единица линейной плотности (1 текс =  $10^{-6}$  кг/м);
- в других областях: оборот в секунду (об/с) и оборот в минуту (об/мин) единицы частоты вращения; бар (бар) единица давления (1 бар =  $10^5$  Па); непер (Нп) единица натурального логарифма безразмерного отношения физической величины к одноименной физической величине, принимаемой за исходную (1 Нп = 0.8686 Б = 8.686 дБ).
  - 4. К внесистемным единицам, изъятым из употребления, относятся:
  - килограмм сила на квадратный сантиметр (кгс/см $^2$ );
  - миллиметр ртутного столба (мм рт. ст.) единицы давления;
  - миллиметр водяного столба (мм вод. ст.) единицы давления;
  - лошадиная сила (л.с.) единица мощности;
  - килограмм-сила единица силы, веса;
  - центнер (ц) единица массы и др.

*Кратная единица физической величины* — единица физической величины, в целое число раз большая системной или внесистемной единицы.

**Пример.** Единица длины 1 км =  $10^3$  м, т.е. кратная метру; единица частоты 1 МГц (мегагерц) =  $10^6$  Гц, кратная герцу; единица активности радионуклидов 1 МБк (мегабеккерель) =  $10^6$  Бк, кратная беккерелю.

Дольная единица физической величины — единица физической величины, в целое раз меньшая системной или внесистемной единицы.

**Пример.** Единица длины 1 нм (нанометр) =  $10^{-9}$  м и единица времени 1 мкс =  $1 \cdot 10^{-6}$  с являются дольными соответственно от метра и секунды.

Размер единицы физической величины — количественная определенность единицы физической величины, воспроизводимой или хранимой средством измерений.

Размер основных единиц СИ устанавливается определением этих единиц Генеральными конференциями по мерам и весам. Так, в соответствии с решением XIII ГКМВ, единица термодинамической температуры – кельвин, установлена равной 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды.

Воспроизведение единиц осуществляется национальными метрологическими лабораториями в соответствии с их определением. Отличие размера единицы, воспроизводимой национальным эталоном, от размера единицы по определению ГКМВ устанавливается при международных сличениях эталонов.

## 1.4. Измерения физических величин

Измерение физической величины — совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, заключающихся в сравнении (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей с целью получения значения этой величины в форме, наиболее удобной для использования.

Так, в простейшем случае, прикладывая линейку с делениями к какой-либо детали, сравнивают ее размер с единицей, хранимой линейкой, и, произведя отсчет, получают значение величины (длины, высоты, толщины и других параметров детали). С помощью измерительного прибора сравнивают размер величины, преобразованной в перемещение указателя, с единицей, хранимой шкалой этого прибора. В измерительном канале измерительной системы также выполняется сравнение с хранимой единицей, при этом нередко оно может происходить в закодированном виде.

Приведенное определение понятия «измерение» удовлетворяет общему уравнению измерений, что имеет существенное значение в деле упорядочения системы понятий в метрологии. В этом определении учтена техническая сторона (совокупность операций), раскрыта метрологическая суть измерения (сравнение измеряемой величины с ее единицей) и показан гносеологический аспект (получение значения величины или информации о нем).

Однако, чтобы назвать измерениями физической величины указанную в определении совокупность операций, необходимо создать ряд условий. Такими условиями являются:

- возможность выделения измеряемой величины среди других величин;
- возможность установления единицы, необходимой для измерения выделенной величины;
- возможность материализации (воспроизведения или хранения) установленной единицы техническим средством;
- возможность сохранения неизменным размера единицы (в пределах установленной точности) как минимум на срок, необходимый для измерений.

Измерения могут быть классифицированы:

- по характеристике точности равноточные, неравноточные;
- по числу измерений в ряду измерений однократные, многократные;
- от отношению к изменению измеряемой величины статические, динамические;