

**№ 2188**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра бизнес-информатики и систем управления  
производством

В.Е. Пятецкий

В.С. Литвяк

И.З. Литвин

# **Методы принятия оптимальных управленческих решений**

Моделирование принятия решений

Учебное пособие

Рекомендовано редакционно-издательским  
советом университета



Москва 2014

УДК 65.01  
П99

Рецензент

канд. техн. наук, ст. науч. сотр. *К.С. Гинсберг* (Институт проблем управления РАН)

**Пятецкий В.Е.**

П99 Методы принятия оптимальных управленческих решений : моделирование принятия решений : учеб. пособие / В.Е. Пятецкий, В.С. Литвяк, И.З. Литвин. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2014. – 133 с.

ISBN 978-5-87623-849-8

В пособии рассмотрены методы моделирования и оптимизации решений с точки зрения системного подхода к управлению производственно-экономическими системами. Рассмотрено понятие производственно-экономической системы как сложной системы управления. Показаны особенности таких систем и значение системного анализа как важнейшего инструмента исследования и моделирования производственно-экономических систем. Приведены общая схема управления производственно-экономическими системами, основные подсистемы, участвующие в процессе выработки и принятия решений. Рассмотрены такие методы моделирования управленческих решений, как динамическое программирование, моделирование на основе случайных процессов, в том числе марковских, использование Парето-оптимальных решений, методы учета неопределенных факторов, методы экспертного оценивания в принятии решений.

Учебное пособие предназначено для бакалавров, обучающихся по направлению 080500 «Бизнес-информатика». Может быть полезно для обучающихся по направлениям «Экономика» и «Менеджмент».

**УДК 65.01**

**ISBN 978-5-87623-849-8**

© В.Е. Пятецкий, В.С. Литвяк,  
И.З. Литвин, 2014

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Предисловие.....                                                                                                  | 5  |
| 1. Основные принципы системного подхода в исследовании и моделировании производственно-экономических систем ..... | 7  |
| 1.1. Понятие системы. Основные определения .....                                                                  | 7  |
| 1.2. Классификация систем и их характеристика .....                                                               | 12 |
| 1.3. Системный анализ в исследовании и моделировании.....                                                         | 15 |
| 1.4. Особенности производственно-экономических систем .....                                                       | 18 |
| 1.5. Управление системой. Критерий эффективности.....                                                             | 21 |
| 2. Метод математического моделирования как инструмент исследования производственно-экономических систем.....      | 26 |
| 2.1. Понятия «модель» и «моделирование».....                                                                      | 26 |
| 2.2. Этапы экономико-математического моделирования. Принципы построения экономико-математических моделей .....    | 29 |
| 2.3. Классификация экономико-математических методов и моделей .....                                               | 33 |
| 2.4. Основные понятия идентификации систем .....                                                                  | 38 |
| 3. Модели производственных функций.....                                                                           | 48 |
| 3.1. Основные понятия теории производственных функций. Однофакторные производственные функции .....               | 48 |
| 3.2. Производственные функции и теоремы дифференциального исчисления .....                                        | 52 |
| 3.3. Эластичность и ее свойства. Эластичности элементарных функций .....                                          | 56 |
| 3.4. Многофакторные производственные функции .....                                                                | 59 |
| 4. Балансовые экономические модели.....                                                                           | 62 |
| 4.1. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики .....                                                             | 62 |
| 4.2. Продуктивные модели Леонтьева .....                                                                          | 67 |
| 4.3. Динамическая модель межотраслевого баланса .....                                                             | 68 |
| 4.4. Модель равновесных цен .....                                                                                 | 70 |
| 5. Выбор оптимальных решений и исследование операций в производственно-экономических системах .....               | 73 |
| 5.1. Оптимизационные модели в экономике .....                                                                     | 73 |
| 5.2. Исследование операций, как инструмент оптимизации сложных систем .....                                       | 74 |
| 5.3. Постановка задачи математического программирования.....                                                      | 77 |
| 6. Использование метода динамического программирования в оптимизации управленческих решений.....                  | 82 |
| 6.1. Динамическое программирование и принцип Беллмана .....                                                       | 82 |

|                                                                            |     |
|----------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2. Общая структура задач динамического программирования .....            | 85  |
| 6.3. Примеры построения моделей задач динамического программирования ..... | 85  |
| 7. Моделирование систем на основе случайных процессов .....                | 89  |
| 7.1. Моделирование потоков событий .....                                   | 90  |
| 7.2. Марковские случайные процессы с дискретным временем .....             | 92  |
| 7.3. Процессы гибели и размножения .....                                   | 95  |
| 8. Принятие решений в условиях многокритериальности .....                  | 98  |
| 8.1. Многокритериальные оценки и принцип Парето .....                      | 98  |
| 8.2. Учет пассивных неопределенных факторов .....                          | 106 |
| 9. Использование экспертных оценок в принятии управленческих решений ..... | 112 |
| 9.1. Сущность метода экспертных оценок .....                               | 112 |
| 9.2. Подбор экспертов .....                                                | 112 |
| 9.3. Опрос экспертов .....                                                 | 113 |
| 9.4. Обработка экспертных оценок .....                                     | 117 |
| 9.5. Пример решения задачи оценки проектов .....                           | 126 |
| Библиографический список .....                                             | 131 |

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Важнейшим инструментом повышения эффективности функционирования производственно-экономических систем является применение методов математического моделирования и оптимизации в выработке и принятии управленческих решений. Для формирования компетенций, связанных с использованием этих методов, в базовой части дисциплин математического и естественно-научного цикла бакалавриата бизнес-информатики читается дисциплина «Методы оптимальных управленческих решений».

Целью учебной дисциплины является формирование теоретических знаний о математических методах моделирования и оптимизации управленческих решений, а также получения умений и навыков их практического применения в своей профессиональной области.

В данном пособии приведены некоторые методы моделирования и оптимизации с точки зрения системного подхода к управлению производственно-экономическими системами. Рассмотрено понятие производственно-экономической системы как сложной системы управления. Показаны особенности таких систем и значение системного анализа как важнейшего инструмента исследования и моделирования производственно-экономических систем. Приведены общая схема управления производственно-экономическими системами, основные подсистемы, участвующие в процессе выработки и принятия решений. Даны основные понятия идентификации систем. Рассмотрены метод математического моделирования, основные принципы и этапы построения экономико-математических моделей. Здесь необходимо отметить, что «оптимальность» принимаемых решений зачастую во многом определяется эффективностью процедур подготовки информации о функционировании объекта управления. В этой связи в пособии рассмотрены производственные функции и балансовые модели Леонтьева, которые напрямую не являются оптимизационными моделями, а являются инструментом подготовки необходимой информации для принятия управленческих решений. Наряду с этим в пособии рассмотрены такие получившие широкое распространение в последнее время методы моделирования управленческих решений, как динамическое программирование, моделирование на основе случайных процессов, в том числе марковских, использование Парето-оптимальных решений, методы учета неопределенных факторов, методы экспертного оценивания в принятии решений.

В большинстве методов рассмотрены конкретные примеры, позволяющие обучающемуся представить, где и каким образом могут быть использованы рассмотренные модели и методы.

Пособие может быть использовано для чтения лекций и проведения практических занятий по курсу «Методы оптимальных управленческих решений». Будет полезно для студентов бакалавриата бизнес-информатики, экономики и менеджмента.

# 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА В ИССЛЕДОВАНИИ И МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

## 1.1. Понятие системы. Основные определения

По своему построению вся Вселенная состоит из множества систем, каждая из которых содержится в более масштабной системе. Термин «система» греческого происхождения и означает целое, составленное из отдельных частей. В настоящее время существует достаточно большое количество определений понятия «система». Если суммировать общие моменты, которые присущи этим определениям, то под *системой*, как правило, понимается целенаправленный комплекс (совокупность) взаимосвязанных элементов любой природы и отношений между ними. Обязательное существование *целей* т.е. конечного результата, на который преднамеренно направлен процесс функционирования системы, определяет общие для всех элементов целенаправленные правила взаимосвязей, обуславливающие целенаправленность системы в целом. В некотором смысле понятие «система» может рассматриваться как противоположное понятию «хаос».

*Элемент* – это такая часть системы, которая выполняет определенную специфическую функцию и не подлежит дальнейшему разбиению с точки зрения рассматриваемого процесса функционирования системы. Очевидно при этом, что разделение исследуемых объектов на элементы и системы относительно. Каждая система может быть представлена как элемент (подсистема) системы большего масштаба, в свою очередь любой элемент можно рассматривать в качестве относительно самостоятельной системы, состоящей из ответствующих элементов.

Взаимодействие отдельных элементов системы порождает у нее такие свойства, которыми не обладает ни один элемент данной системы в отдельности. Другими словами, система, в отличие от просто совокупности элементов, – это такой объект, свойства которого не сводятся без остатка к свойствам составляющих его элементов. Этот принцип появления у целого свойств, не выводимых из наблюдаемых свойств частей, У.Р. Эшби был назван принципом *эмерджентности* (от англ. emergence – возникающий, неожиданно появляющийся). Эмерджентность является одной из форм проявления принципа перехода количественных изменений в качест-

венные. Очевидно, что необходимость в системном анализе объекта возникает именно тогда, когда выявляются его эмерджентные свойства, не выявляемые при поэлементном исследовании объекта. С учетом вышесказанного, определение понятия «система» можно уточнить следующим образом. Система – это совокупность элементов и/или отношений, целенаправленно связанных в единое целое, которое обладает свойствами, отсутствующими у элементов и отношений его образующих.

Другим важным понятием в теории систем является понятие *синергии* (греч. *συνεργία*, от греч. *syn* – вместе, *ergos* – действующий, действие) – суммирующего эффекта взаимодействия двух или более элементов (факторов), характеризующегося тем, что их действие существенно превосходит эффект каждого отдельного компонента в виде их простой суммы.

С точки зрения математики определение системы можно условно сопоставить с определением множества. Исходя из этого, можно сделать вывод, что для математического описания системы можно использовать аппарат теории множеств. Тогда систему  $S$  можно представить следующим образом:

$$S = \Delta\{X, Y\}, \quad (1.1)$$

где  $\Delta$  – функция перехода;  $X = \{x_i, i = 1, 2, \dots, n\}$  – множество элементов, входящих в систему;  $Y = \{y_j, j = 1, 2, \dots, m\}$  – множество элементов, выходящих из системы.

Множества  $X$  и  $Y$  являются конечными, так как определяют некоторую систему, выделенную из реальной жизни и дискретную по своей сущности. Поэтому их можно рассматривать как граф, что позволяет использовать для описания таких систем теорию графов. Любая система может быть представлена в виде графа, вершинами которого являются элементы системы, а ребрами – отношения между ними (рис. 1.1).

При исследовании систем одним из важных условий является определение следующих понятий:

- информация;
- информационные ресурсы;
- элементы;
- подсистемы;
- связи;
- информационные ресурсы внешней среды;
- информационные ресурсы внутренней среды;



- структура;
- функция;
- целевая функция;
- управление.

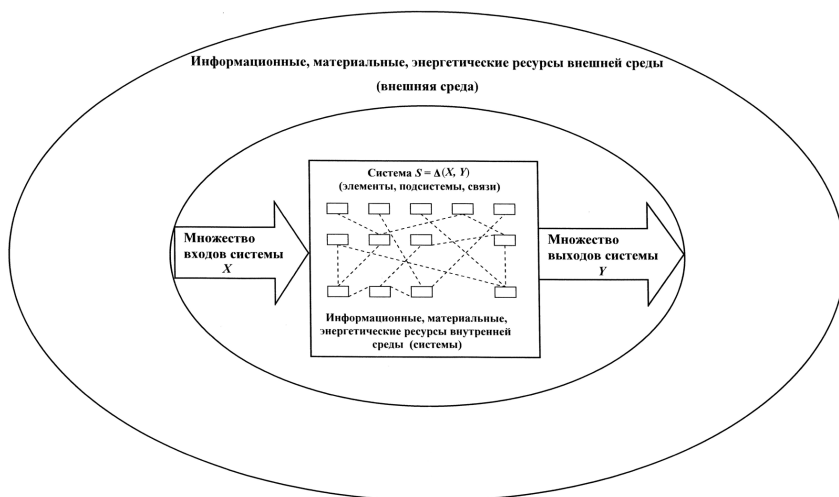


Рис. 1.1. Взаимосвязь системы с внешней средой

**Информация** – сведения (сообщения, данные), которыми обмениваются люди и технические устройства, между собой, обмен сигналами в животном и растительном мире. Понятие «информация» состоит из двух аспектов: содержательного и материального. Содержательный или смысловой аспект информации состоит в наличии определенных знаний, сведений или осведомленности о состоянии внешней и внутренней среды системы. Материальный аспект связан с тем, что передача и хранение информации требует материальных носителей, на которых она фиксируется и затем передается. Понятие «информация» позволяет подойти с единой точки зрения к изучению процессов взаимодействия явлений в природе. Информация никогда не создается. Она только принимается и передается, но при этом может утрачиваться и исчезать.

**Информационные ресурсы** представляют собой систематизированные знания, сведения, данные, полученные в результате развития науки и практической деятельности людей, используемые в общественном производстве и управлении как фактор повышения эффективности производства.

**Элементы.** *Элемент* – неделимая часть системы. Дальнейшее деление элемента приводит к разрушению его функциональных связей с другими элементами и получению свойств выделенной совокупности, не адекватной свойствам элемента как целого.

**Подсистемы.** *Подсистема* – выделенное по определенным правилам и признакам целенаправленное подмножество взаимосвязанных элементов любой природы. Каждую подсистему в свою очередь можно разделить на еще более мелкие подсистемы. Системы отличаются от подсистем только лишь правилом и признаками объединения элементов. Для системы правило является более общим, а для подсистемы – более индивидуальным. Исходя из этого, можно сделать вывод, что система представляет собой нечто целое, состоящее из подсистем, каждую из которых можно рассматривать как самостоятельную систему. В то же время любая система является подсистемой некоторой более большой системы.

Подсистемы, выделенные на одном горизонте, являются подсистемами одного уровня. Деление подсистем на подсистемы более низкого уровня называют *иерархией* (от греч. слова деление и означает порядок подчинения более низких звеньев системы более высокому). При *иерархическом построении системы*, в целях наиболее эффективного достижения цели, должно всегда соблюдаться основное правило, заключающееся в том, что подсистема более низкого уровня должна подчиняться подсистеме более высокого уровня.

**Связи** – это то, что соединяет элементы и свойства системы в единое целое. Любая связь между какими-либо двумя элементами в соответствии с ее направленностью от одного элемента к другому является выходом первого из них и в то же время входом второго. Связи между подсистемами одного и того же уровня называются горизонтальными, а связи системы со всеми подсистемами соподчиненных иерархических уровней – вертикальными.

Для каждой системы связи со всеми подсистемами и между ними называются внутренними, а все остальные связи – внешними. Взаимодействие системы с внешней средой осуществляется с помощью целенаправленных связей.

**Информационные ресурсы внешней среды** – множество элементов любой природы, существующие вне системы и оказывающие на нее влияние. Для того чтобы элементы внешней среды могли влиять на систему или испытывать ее воздействие, необходимы связи.

**Информационные ресурсы внутренней среды.** Это ситуационные факторы между элементами во внутренней среде системы опре-

деленной природы. В организациях, создаваемых людьми, элементы во внутренней среде являются результатом управленческих решений и постоянно меняются под влиянием внешней среды. Основными переменными во внутренней среде организаций, требующих внимания руководства, являются цели, структура, функции, связи, технические средства, технологии и люди.

**Структура** – совокупность связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие (латинское слово *structura* – строение, порядок). У каждой подсистемы определенного уровня существуют соподчиненные подсистемы либо непосредственно, либо через промежуточные подсистемы. Множество подсистем, которые стоят ниже и подчинены данной подсистеме, называют ее вертикалью.

**Функции** – целенаправленный набор действий, операций или процедур (английское слово *function* – обязанности, действия). Функции системы обычно представляются в виде набора некоторых преобразований, которые, как правило, делятся на две группы. Первая группа функций связана с преобразованием входов в систему. Это значит, что при определенном наборе значений входных данных осуществляется такое преобразование, при котором система придет в состояние, характеризуемое набором некоторых внутренних ее параметров. Вторая группа преобразований связывает состояние системы с ее выходами. При определенном наборе значений внутренних параметров преобразования обеспечивают некоторый набор значений выходных параметров. С точки зрения внешней среды функции системы заключаются в том, что при определенном наборе значений входных параметров выходные параметры принимают соответствующие этому набору значения.

**Целевая функция.** Функция в экстремальных задачах, минимум или максимум которой необходимо найти, называется целевой. Экстремальному значению целевой функции обычно соответствует оптимальное решение. Различают линейные, нелинейные, выпуклые и другие целевые функции. В том случае, если допустимое множество экстремальной задачи есть пространство функций, то используют термин «целевой функционал».

Любая система должна характеризоваться единством функции и структуры. Естественно, что в процессе функционирования и развития системы происходят изменения в системе и внешней среде, что ведет к изменениям функции и структуры, в результате чего их согласованность может быть нарушена, при этом эффективность системы может снизиться.

**Управление** – это целенаправленное воздействие управляющего объекта на управляемый для организации его функционирования заданным образом. Оказывается, самые разнообразные процессы управления (в природе, обществе, технических устройствах) происходят сходным образом, основаны на одних и тех же принципах.

Любое управляющее воздействие, в какой бы форме оно не производилось, можно рассматривать как информацию, передаваемую в форме команд. Для того чтобы была возможность реагировать на изменения реальной ситуации, управляющий объект должен получать информацию от управляемого объекта и в зависимости от его состояния так или иначе менять управляющее воздействие.

Для передачи информации о состоянии управляемого объекта служит обратная связь. Системы управления, содержащие ветвь обратной связи, называются замкнутыми, а не имеющие ее – разомкнутыми.

## 1.2. Классификация систем и их характеристика

Множество систем, существующих в мире, можно классифицировать в зависимости от ряда признаков. *Классификация* – научный метод, заключающийся в дифференциации всего множества объектов и последующее их объединение в определенные группы на основе какого-либо признака. При общем подходе к классификации систем выделяются следующие признаки (рис. 1.2):

- по происхождению;
- объективности существования;
- взаимодействия с окружающей средой;
- возможности действия системы от времени;
- обусловленности действия;
- степени сложности.

**По происхождению.** В зависимости от происхождения системы могут быть естественными и искусственными. К естественным, или природным, следует отнести галактики, Солнечную систему, планеты, материки, экосистемы, биологические системы (в том числе и человека). Искусственные (антропогенные) системы обязаны своим происхождением труду человека. Их можно разбить в основном на два подкласса – физические, социально-экономические.

Физические системы олицетворяют такие системы, у которых в качестве элементов выступают неживые составляющие. К таким системам относятся машины, оборудование, транспортные средства и т.п.

Социально-экономические системы являются объединением в организации людей и машин при выполнении определенных функций для достижения поставленных целей. С точки зрения терминологии социально-экономические системы иногда называют биофизическими или социотехническими, хотя сущность и содержание систем от этого не меняется. К социально-экономическим системам относятся государство и народное хозяйство любой страны в целом, территориальные и городские образования, предприятия по производству продукции и оказанию услуг.



Рис. 1.2. Классификация систем

**Объективности существования.** По объективности существования системы делятся на материальные и идеальные. Материальные системы существуют объективно, т.е. независимо от человека. Идеальные системы существуют в сознании человека в виде гипотез, образов и представлений. Такие системы выступают в виде системного построения формул, уравнений, определенных схем.