

МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ №12 (789)

ИЗДАЕТСЯ С 1992 г.

Тема номера

Мастерская

Экзамены

Книжная полка

Нескучная
и полезная
математика

«Пятничная»
математика

ОГЭ-2018:
ЧАСТЬ II: АЛГЕБРА.
Задание 22

Избирательная
арифметика

с. 4

с. 20

с. 44



ЗАДАЧИ НА КАРТЕ МОСКВЫ

С КАКОГО РАССТОЯНИЯ СЛЕДУЕТ РАССМАТРИВАТЬ КАРТИНУ? >>>

С. 64

Методический журнал
для учителей математики
Издается с 1992 г.
Выходит 10 раз в год

Издательство МЦНМО
БОЛЬШОЙ ВЛАСЬЕВСКИЙ ПЕР., 11,
МОСКВА, 119002

Издается совместно с
РОССИЙСКОЙ АССОЦИАЦИЕЙ
УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ
Страничка журнала на сайте RAUM:
raum.math.ru/node/179

РЕДАКЦИЯ:

Главный редактор: Л. РОСЛОВА
Ответственный секретарь:
Т. ЧЕРКАВСКАЯ
Редакторы: П. КАМАЕВ,
О. МАКАРОВА, И. КОГАН
Корректор: Л. ГРОМОВА
Верстка: Л. КУКУШКИНА
Дизайн обложки: Э. ЛУРЬЕ
Дизайн макета: И. ЛУКЬЯНОВ

8 (499) 241-89-79
mat@mccme.ru
mat@1september.ru

По вопросам распространения
обращаться по телефону (499) 745-80-31
e-mail: biblio@mccme.ru

Иллюстрации:
voxxter.ru, cyrillitsa.ru, culture.ru,
flickr.com (автор Tatters),
aramis7.livejournal.com
depositphotos.com

Зарегистрировано ПИ №ФС77-66437
от 14.07.16 в Роскомнадзоре

Подписано в печать: 15.11.2017

Для получения доступа
к журналу «Математика»
в электронном виде
необходима регистрация
школы в системе «СтатГрад».
Подробнее см. на сайте
<https://statgrad.org/#2619>

В НОМЕРЕ

 4

МЕТОДОБЪЕДИНЕНИЕ / МАСТЕРСКАЯ

М. Туркина
«Пятничная» математика

8

Н. Перминова
Как повысить качество геометрической подготовки

13

Т. Волик
Краеведение на уроках математики

17

НА УРОКЕ / ОТКРЫТЫЙ УРОК

Е. Гущина
Система обучения Д. Эльконина и В. Давыдова

 20

НА УРОКЕ / ЭКЗАМЕНЫ

С. Шестаков, И. Яценко
ОГЭ-2018: ЧАСТЬ II: Алгебра. Задание 22

27

ПОВЫШЕНИЕ КВАЛИФИКАЦИИ / ПРОВЕРЬ СЕБЯ

А. Блинков, А. Грибалко, А. Иванищук, Д. Прокопенко,
И. Раскина, А. Хачатурян, Д. Шноль
XIV Творческий конкурс учителей математики

36

В БИБЛИОТЕКЕ / КНИЖНАЯ ПОЛКА

И. Высоцкий
Новые книги издательства МЦНМО. Книга вторая

44

Избранные страницы из книги
«Избирательная арифметика» 100 лет назад

48

ПОВЫШЕНИЕ КВАЛИФИКАЦИИ / ПРОВЕРЬ СЕБЯ

Победители и призеры XIV Творческого конкурса учителей
математики

 49

ПОСЛЕ УРОКА / НА КРУЖКЕ

А. Блинков
Кружок по геометрии. 9 класс. Занятия 3 и 4

57

ПОСЛЕ УРОКА / ОЛИМПИАДЫ, КОНКУРСЫ, ТУРНИРЫ

А. Блинков, А. Иванищук, В. Лупашевская, П. Чулков
Турнир Архимеда. Московская математическая регата. 11 класс

 63

ПОСЛЕ УРОКА / В КЛАДОВОЙ ГОЛОВОЛОМОК

Н. Авилов
Кинато

64

В КАБИНЕТЕ МАТЕМАТИКИ / НА СТЕНД

Задачи на карте Москвы. Задача 10: «С какого расстояния
следует рассматривать картину?»



К статьям, обозначенным этим символом, есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

О ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ И ФРУКТОВЫХ ФОРМУЛАХ

Л. РОСЛОВА

■ Время от времени в сети Интернет появляется какая-нибудь математическая задачка. Как правило, по виду она из начальной школы. Иногда с комментарием: «95% людей не могут решить эту задачку». Вот одна такая и попала мне недавно. Вид чрезвычайно «детский»:

$$\frac{\text{яблоко}}{\text{банан} + \text{яблоко}} + \frac{\text{банан}}{\text{яблоко} + \text{банан}} + \frac{\text{яблоко}}{\text{банан} + \text{яблоко}} = 4.$$

Надо найти положительные целые значения для яблока, банана и ананаса.

Чем такие задачи интересны учителю математика? Так и вспоминается малыш Гаусс, которому учитель, чтобы занять юного вундеркинда и получить возможность поработать с не самой успешной в математике частью класса, предложил сложить все натуральные числа от 1 до 100 — в полной уверенности, что у него на это уйдет немало времени. Но мы-то знаем, что произошло: гений он тем и отличается от остальных, что идет не проторенной дорогой, а ищет свою, нехоженую. Вот и Гаусс не стал монотонно и последовательно складывать числа, а быстро нашел закономерность, которая привела его к формуле.

Или вот сюжет известной картины «Устный счет»: тяжелая для неподготовленного ученика задачка, но учитель знает, что результат будет, как, собственно, и арифметический результат ему известен.

Может, и здесь тот же случай? А вот и нет. Простые на вид задачки могут быть чрезвычайно сложными. Это факт известный. И эта задачка из «команды» орешков не просто трудных, а не грызущихся.

Два американских математика в 2014 году проанализировали (причем с помощью компьютера) это уравнение в общем виде (за каждым таким фруктовым «компотом» может скрываться алгебра!):

$$N = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}.$$

Они нашли решения для разных N от 4 до 200. Для $N = 4$ минимальные целые и положительные a , b , c состоят из 79–81 цифры:

$a = 154476802108746166441951315019919837485664325669565431700026634898253202035277999$

$b = 36875131794129999827197811565225474825492979968971970996283137471637224634055579$

$c = 4373612677928697257861252602371390152816537558161613618621437993378423467772036$

Это не единственное решение, просто другие еще длиннее.

Довольно забавно, не правда ли? Есть ли в этом прямая польза? Живя в цифровом веке, похоже, задумываться об этом не следует. Сразу вспоминаются различные числовые последовательности в виде номеров телефонов, ИНН, ГПС, паролей и пр., которые приходится хранить в своей памяти современному человеку. И наши последовательности из 80 цифр не кажутся такими уж страшными. И вот еще что: а вдруг кто-то из не очень доверчивых пятиклассников захочет все это проверить? Может, это станет для него началом пути в математику? Как знать, что послужило толчком для Гаусса!



«ПЯТНИЧНАЯ» МАТЕМАТИКА

М. ТУРКИНА,
mm.turkina@yandex.ru,
г. Люберцы, Московская обл.

МАТЕМАТИКА

МЕТОДОБЪЕДИНЕНИЕ / МАСТЕРСКАЯ

ТЕМА 1

■ Кому из нас не хочется, чтобы дети любили математику и увлеченно занимались ею? Чтобы математика дарила положительные эмоции — радость познания, ощущение победы над сложной задачей, удовольствие от процесса решения? А ведь часто дети считают решение задач скучным занятием и делают это только под нажимом взрослых; задание «Решите задачу» вызывает у них только отрицательные эмоции, а увидев старинную задачу или задачу повышенной сложности, они испытывают чувства, похожие на ужас. Почему?

Преподавание в классах среднего звена вообще проблемно. Ученики начальной школы воспринимают обучение как игру, им в большинстве случаев интересен сам процесс, старшие школьники уже осознают необходимость поступления в вуз, получения аттестата, высокого балла за ЕГЭ, ученики же среднего звена, потеряв детский интерес к процессу, еще не видят необходимости результата. В 5–6-х классах детей, которые занимаются математикой ради самой математики, очень мало.

Напомним, что все первое полугодие 5-го класса идет повторение курса начальной школы. Как же не заскучать на уроке, когда опять учитель объясняет давно знакомые вещи?

Предлагаю такой выход: четыре дня в неделю занимаемся обыкновенной, «рабочей» математикой, а в пятницу... Каждую пятницу мы будем совершать математические путешествия, ходить в гости или принимать гостей, проводить удивительные эксперименты или детективные расследования!

Конечно, занимательных задач очень много, встречаются они и в наших традиционных учебниках. Существуют подборки занимательных задач на определенную математическую тему: «Дроби», «Признаки делимости» и т.д.

Я подбирала задачи по темам занятий-«путешествий». Задачи связаны сюжетной линией занятия и постепенно усложняются по мере усложнения изученного на уроках материала.

С точки зрения преподавания математики предлагаемый цикл занятий — это разработки уроков по программе 5-го класса. А с точки зрения ребенка — это множество историй и путешествий с симпатичными героями, приключения, во время которых нужно еще и кое-что посчитать.

Каждое такое «путешествие» рассчитано на один (редко — вдвойный) урок и представляет собой законченную историю. В конце каждого занятия предлагается домашнее задание, состоящее из трех задач разной сложности. Задачи оцениваются соответственно в 1, 2 и 3 балла. Таким образом, за домашнюю работу можно получить от 1 до 6 баллов. Учеников, которые наберут определенное количество баллов (например, 50 или 100), можно наградить призом «За любовь к математике». В статье предлагаю ознакомиться с двумя занятиями, остальные можно найти на сайте raum.math.ru/node/179.

☁ Есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

Стоит обратить внимание и на то, что дети любят игровые уроки, с нетерпением ждут их, с удовольствием участвуют, подсказывают тематику. Нравятся такие задачи и родителям. Нередко в решении какой-нибудь задачи участвует вся семья.

Кстати, все предложенные задачи можно решить арифметическим способом, то есть без применения уравнений, систем уравнений или неравенств.

Конечно, этот материал можно использовать и для организации внеурочных занятий по математике.

Добавлю, что курс «пятничной математики» я проводила в школе в течение нескольких лет. Все мы — и дети, и учитель, и родители — получили большое удовольствие. И все мы будем рады, если этот опыт найдет свое применение и на ваших уроках!

Занятие 1. Десять фишек

Оборудование: наборы из десяти фишек с изображением цифр (от 0 до 9; крупные фишки на магнитах для доски и маленькие для каждого ученика или на каждую парту).

Учитель. Друзья! На сегодняшний урок я принесла самое ценное, самое чудесное и удивительное из того, что есть в математике. Как вы думаете, что это?

Это — цифры! Не удивительно ли, что любое число можно записать с помощью всего лишь десяти цифр?

Не поразительно ли, что человечество говорит на множестве разных языков, но язык цифр — один для всех стран и народов.

Недаром сказал поэт:

Математика — свет золотой,
Удивительней, чем романтика!
Человек говорит со звездой
На языке математики.

Малыгин В.Е., учитель математики

Представьте на минуту, что из нашего мира пропали все цифры. Вот раз — и нет их. «Хорошо, — скажет кто-то из вас, — наконец-то не будет уроков математики! Да и двоек за другие уроки тоже не будет...» Хорошо ли?

Итак, в одно прекрасное утро исчезли все цифры. И утро тотчас же перестало быть прекрасным! Во-первых, все проспало, так как не сработали будильники. Ведь часы не смогут работать без цифр! Телефон превратился в бесполезный кусок пластика. Как, впрочем, и компьютер, ведь основа работы компьютера, его пульс — это два числа, 0 и 1! Да и денег, привычных нам с вами, тоже нет — какие же без цифр деньги!

Можно еще долго представлять себе, что бы произошло, если бы из нашей жизни исчезли

цифры. Но, надеюсь, и этого достаточно, чтобы мы с вами убедились: цифры — это действительно очень ценное изобретение.

Каждый из вас сейчас получит набор из десяти фишек-цифр.

Для разминки составим из этих фишек самое большое и самое маленькое десятизначное число. Думаю, что все легко справятся с этим заданием. Самое большое число — число 9876543210, а самое маленькое — 012... Постойте, но если первая цифра числа 0, то это уже не десятизначное число! Исправляем эту досадную ошибку и получаем число 1023456789.

Приступим к решению задач.

1. Расположите фишки следующим образом:

4	9	0	6	7
5	8	1	3	2

Поменяйте местами две цифры так, чтобы в каждой строке образовалось два новых пятизначных числа, причем одно в два раза больше другого.

2. Отложите фишки с цифрами 9 и 0. Оставшиеся восемь фишек расположите в два ряда так, чтобы сумма цифр в каждом ряду была одинаковой.

3. Расставьте восемь фишек в клетках таблицы так, чтобы суммы чисел, стоящих по всем направлениям, включая диагонали, были равны.

4. Уберите ту фишку, цифра на которой не соответствует натуральному числу. Это фишка с цифрой 0. Расположите оставшиеся девять фишек в порядке возрастания. Поставьте между ними знаки математических действий и скобки так, чтобы значение выражения было равно 100.

5. «Задание наоборот». Есть знаки, но нет чисел между ними! Расставьте цифры от 1 до 9 в пустые клетки так, чтобы выполнялись все равенства: $:$ $=$ $-$ $=$ $+$ $=$ \cdot

6. Используя цифры от 1 до 9, составьте квадрат таким образом, чтобы трехзначные числа, стоящие в первой и второй строках, в сумме давали третью строку.

Ну, а теперь самое время... получить домашнее задание.

Домашнее задание

7. (1 балл) Используя цифры 0, 1, 2, 3, запишите наибольшее и наименьшее шестизначные числа. Каждую цифру необходимо использовать хотя бы один раз.

8. (2 балла) Среди всех трехзначных чисел таких, что в их записи все цифры различны, выбра-

ли наибольшее и наименьшее числа. Чему равна разность этих чисел?

9. (3 балла) К двузначному числу приписали цифру 1 сначала слева, а потом справа. Получили два трехзначных числа, сумма которых равна 926. Найдите исходное двузначное число.

Решения и ответы

1.

2	9	0	6	7
5	8	1	3	4

2. Для начала определим, чему будет равна эта сумма:

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) : 2 = 18.$$

Один из вариантов решения:

1	2	7	8
3	4	5	6

3. Определим, чему равна искомая сумма. Сумма всех чисел от 1 до 8 равна 36, значит, в каждом столбце, строке и диагонали сумма чисел равна $36 : 3 = 12$. Один из вариантов решения:

7		5
2	4	6
3	8	1

4. Один из вариантов решения:

$$(1 \cdot 2 + 3 \cdot 4) \cdot 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 100.$$

5. $56 : 8 = 9 - 2 = 3 + 4 = 1 \cdot 7$.

6. Варианты решения:

2 7 3	3 2 7
5 4 6	6 5 4
8 1 9	9 8 1

7. 333210 и 100023.

8. 987 и 102, разность их 885.

9. 75.

Занятие 7. Новое дело Шерлока Холмса

Оборудование: карточки «Залитый чернилами счет» для задачи 2.

Учитель. Среди вас, наверное, нет ни одного человека, кто не был бы знаком с величайшим сыщиком Шерлоком Холмсом. Кто-то смотрел о нем фильм, а кто-то даже читал замечательные рассказы А. Конан Дойла.

Сегодня нам с вами предстоит помочь Холмсу справиться с одним очень интересным делом. Оказывается, вчера ночью произошло дерзкое ограбление крупнейшего лондонского банка. Шерлок Холмс, конечно, взялся расследовать это происшествие. Но вот беда — доктор Ватсон сильно простужен, а Холмс не любит заниматься расследованиями в одиночку. Поэтому в роли доктора Ватсона сегодня будем выступать мы.

1. Итак, мы вместе с Холмсом отправляемся на место преступления. Пока великий сыщик

осматривает холл в поисках улики, мы поговорим с управляющим банка.

— Скажите, а грабители унесли все деньги из банка?

— Нет, кое-что осталось.

— Сколько же денег пропало?

— Не знаю! Знаю только, что все деньги были разложены поровну в восемь одинаковых несгораемых шкафов, и вот шесть шкафов открыты и абсолютно пусты!

— А сколько же было денег в вашем банке?

— Четыре миллиона фунтов, и ни шиллингом меньше!

Мы и не заметили, что Холмс подошел к нам и внимательно слушает наш разговор.

— Сумма, украденная из банка, составляет ровно... впрочем, вычислите ее сами, — сказал Холмс.

2. «А это что? — удивленно воскликнул Холмс, поднимая с пола какой-то листок бумаги. — Кажется, это какой-то счет! В свое время я изучал особенности работы всех магазинов Лондона и могу с уверенностью сказать, что это счет из магазина «Деревянное счастье», который расположен на Стоун-стрит». И мы отправились туда.

— Это счет из вашего магазина? — строго спросил Холмс у приказчика.

— Да, сэр.

— Можете ли вы сказать, кому вы выписали этот счет?

— Нет, сэр. Вы же видите, что счет испорчен. Если вы сможете восстановить все данные, то я скажу вам, кому мы его выписывали.

Да, счет был изрядно залит чернилами. Наверное, злоумышленник сделал это нарочно. Но Шерлок Холмс не из тех людей, что пасуют перед трудностями!

— Пожалуйста, займитесь этой задачей, — попросил нас Холмс, — а я пока поговорю с хозяином магазина мистером Смитом.

С Ч Е Т			
Название	Число предметов	Цена	Стоимость
Стол	1	53 фунта	
Кресло	2		
Стул		18 фунтов	108 фунтов
Всего			207 фунтов

Учитель. Когда нам удалось полностью восстановить числа, приказчик с легкостью определил, кому этот счет мог быть выписан. Оказалось, что такие покупки сделали три джентльмена.

3. Итак, в деле появилось сразу трое подозреваемых: мистер Уайт, мистер Блэк и мистер Грин. Один из них аптекарь, другой — журналист, а третий — банкир. К сожалению, приказчик начисто позабыл, кто чем занимается, но ему удалось вспомнить, что: