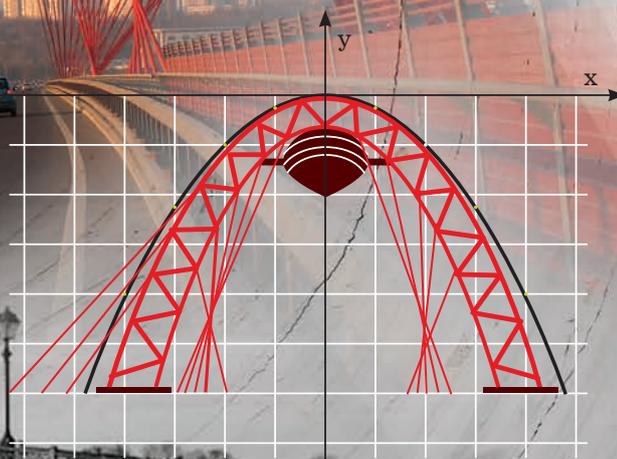


МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ №10 (787)

ИЗДАЕТСЯ С 1992 г.

Тема номера	Методобъединение	Проверка знаний	На кружке
Проектные работы старые и новые	Инженерные классы	ОГЭ-2018	Улыбающаяся геометрия
	с. 8	с. 33	с. 50



Методический журнал
для учителей математики
Издается с 1992 г.
Выходит 10 раз в год

Издательство МЦНМО
БОЛЬШОЙ ВЛАСЬЕВСКИЙ ПЕР., 11,
МОСКВА, 119002

Издается совместно с
РОССИЙСКОЙ АССОЦИАЦИЕЙ
УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ
Страничка журнала на сайте RAUM:
raum.math.ru/node/179

РЕДАКЦИЯ:
Главный редактор: Л. РОСЛОВА
Ответственный секретарь:
Т. ЧЕРКАВСКАЯ
Редакторы: П. КАМАЕВ,
О. МАКАРОВА, И. КОГАН
Корректор: Л. ГРОМОВА
Верстка: Л. КУКУШКИНА
Дизайн обложки: Э. ЛУРЬЕ
Дизайн макета: И. ЛУКЬЯНОВ

8 (499) 241-89-79
mat@mccme.ru
mat@1september.ru

По вопросам распространения
обращаться по телефону (499) 745-80-31
e-mail: biblio@mccme.ru

Иллюстрации:
www.flickr.com (Artur Minasian, Redstone Hill,
Vyacheslav Solovyev, nadyarybkina,
Husham Ahmed, mynameisfu**ingphotographer)
wikimedia.org (Svetlov Artem)
www.the-village.ru/village/weekend/weekend/129145-marshrut-navyhodnye-moskva-volokolamsk-depositphotos.com

**Зарегистрировано ПИ №ФС77-66437
от 14.07.16 в Роскомнадзоре**

Подписано в печать: 15.09.2017

Для получения доступа
к журналу «Математика»
в электронном виде
необходима регистрация
школы в системе «СтатГрад».
Подробнее см. на сайте
<https://statgrad.org/#2619>

В НОМЕРЕ

4

МЕТОДОБЪЕДИНЕНИЕ / МАСТЕРСКАЯ

М. Кочагина, В. Кочагин
Мини-проекты по математике

 8

А. Волкова, О. Ганабова, Б. Юнусова
Инженерные классы

18

О. Шалина

Как создать проект, чтобы он был интересен
всем учащимся класса

 21

НА УРОКЕ / ДИДАКТИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ

Л. Горина
Карточки «Кросс-опрос»

24

Г. Левитас
О методе проектов

25

МЕТОДОБЪЕДИНЕНИЕ / ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

Л. Денищева, К. Краснянская
TIMSS-2015: работа над ошибками по «Геометрии»

33

НА УРОКЕ / ЭКЗАМЕНЫ

И. Яценко, С. Шестаков
ОГЭ-2018: Краткие методические рекомендации
с разбором типового варианта

44

МЕТОДОБЪЕДИНЕНИЕ / ПРАКТИКУМ

В. Дроздов
Векторная геометрия треугольника

50

ПОСЛЕ УРОКА / НА КРУЖКЕ

Г. Филипповский
Улыбающаяся геометрия

58

ПОСЛЕ УРОКА / ОЛИМПИАДЫ, КОНКУРСЫ, ТУРНИРЫ

И. Барышев, А. Блинков, А. Иванищук, Н. Наконечный, П. Чулков
Турнир Архимеда. Московская математическая регата. 9 класс

 63

ПОСЛЕ УРОКА / В КЛАДОВОЙ ГОЛОВОЛОМОК

Н. Авилов
Кроссворд 3D

64

В КАБИНЕТЕ МАТЕМАТИКИ / НА СТЕНД

Задачи на карте Москвы. Задача 7: «Какую форму имеет мост?»



К статьям, обозначенным этим символом, есть дополнительные материалы на сайте raum.math.ru.

МИНИ-ПРОЕКТЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

М. КОЧАГИНА,
В. КОЧАГИН,
KochaginV@yandex.ru,
г. Москва

*Плохой учитель
преподносит истину,
а хороший — учит
эту истину находить.*

А. Дистервег



СВОЙСТВА КАЛЕНДАРЯ

1. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит.
2. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит.
3. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит.
4. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит. Если рассмотреть на ленте число в календаре, то сразу будет видно число, которое его не делит.

К. Коцагин

■ Участие в проектах становится обязательным для школьников. Чтобы реализовать серьезный проект, нужна соответствующая подготовка учащихся (владение действиями постановки и решения проблем творческого и поискового характера, умение работать с литературой, работать в команде, проводить самостоятельные исследования). С одной стороны, эти действия формируются в процессе участия в проекте, с другой стороны, без владения этими действиями проект не осуществить. Успеха в реализации проекта можно достичь, если ученики готовы к такой деятельности и активны. Хотим поделиться опытом организации обучения математике в 4–8-х классах, позволяющим подготовить учащихся к участию в проектно-исследовательской деятельности, и привести примеры реализации такого обучения.

Не будем много и долго рассказывать учащимся об этапах проведения исследования, его структуре, правилах и т.д., все это останется невостребованным, пока у них не появится собственный опыт участия в проектно-исследовательской деятельности. Начнем с использования в обучении мини-проектов.

Перечислим ряд требований к этому этапу подготовки учащихся к проектно-исследовательской деятельности:

- соответствие возрасту учащихся;
- создание ситуации успеха;
- возможность участвовать всем учащимся;
- связь с изучаемым материалом на уроках математики;
- организованная самостоятельная деятельность учащихся;
- небольшие временные затраты;
- создание условий для проведения исследований и проектной деятельности;
- планомерность и последовательность.

С учетом этих требований подготовка к проектно-исследовательской деятельности должна:

- осуществляться на уроках математики с возможностью проведения самостоятельной деятельности дома, связывать деятельность с изучаемым на уроках материалом,
- не перегружать учащихся,
- быть систематической,
- предоставлять возможность для общения учащихся, предъявления результатов,
- поощрять учащихся искать математические закономерности.

Задания должны быть посильными и доступными всем учащимся, но при этом быть открытыми и предусматривать различные решения; учитель должен заранее предусмотреть в формулировке задания возможность расширения исследования (за счет переноса и обобщения); в целом подобная деятельность призвана поддерживать интерес к математической деятельности, формировать умение выделять математические закономерности.

Постановка заданий должна быть понятна учащимся, поэтому полезно использовать наглядный материал. Для быстрого введения

в проблему и ее принятия учащимися учитель на занятии может использовать игровые моменты, а для активизации деятельности создать на уроке атмосферу соревнования. Если учащиеся будут выполнять проект самостоятельно после уроков, то обсудить особенности предстоящей деятельности и примеры возможных результатов нужно на занятии. При этом лучше провести эвристическую беседу, подводя учащихся к самостоятельным выводам и собственным идеям. Рассмотрим примеры организации начального этапа подготовки к проектно-исследовательской деятельности.

Эпизод 1

Для привлечения учащихся к поиску математических закономерностей можно использовать на уроке дидактические игры [2].



Игра «Math Magic Mixer» (издательство «Orda») представляет собой шесть кубиков с числами от 1 до 6 на гранях, и один кубик с числами 10, 20, 30, 40, 50 и 60. Кубики разноцветные, два из них черного цвета. Конструкция игры позволяет получать различные комбинации чисел. Цель игры — получить верное числовое равенство из чисел, выпавших на гранях кубиков, записанное с помощью знаков действий. Например, при выпадении чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 30 можно составить следующие числовые равенства:

$$36 - 5 + 1 + 2 = 34,$$

$$21 + 6 \cdot 3 - 5 = 34,$$

$$(15 + 6 : 3) \cdot 2 = 34.$$

Постановка задания «Кто быстрее найдет верное равенство?» или «Кто за отведенное время найдет больше равенств?» позволяет внести в нахождение решений элемент соревнования. С помощью такой игры можно формировать предметные умения, связанные с быстрыми устными вычислениями, а также комбинаторное мышление учащихся, умение выдвигать гипотезы и проверять их. Сенситивным периодом для таких действий является младший подростковый возраст (4–6-й классы). В этом возрасте у учащихся активно формируются психические функции, которые будут востребованы в дальнейшем. Если не использовать возможности периода, то эти психические функции не получат должного развития.

Еще одним достоинством такой работы является возможность привлечения внимания учащихся к математическим закономерностям на арифметическом материале и, что более важно, к самостоятельному поиску и установлению таких закономерностей. Соревнование, игровая и творческая деятельность учащихся оказывают эмоциональное воздействие, вызывая интерес к занятиям математикой. Л.С. Выготский писал: «Общим психологическим правилом выработки интереса будет следующее: для того чтобы предмет нас заинтересовал, он должен быть связан с чем-либо интересующим нас, с чем-либо уже знакомым, и вместе с тем он должен всегда заключать в себе некоторые новые формы деятельности, иначе он останется безрезультативным. Совершенно новое, как и совершенно старое, не способно заинтересовать нас, возбудить интерес к какому-либо предмету или явлению. Следовательно, чтобы поставить этот предмет или явление в личные отношения к учащемуся, надо сделать его изучение личным делом учащегося, тогда мы можем быть уверены в успехе» [1, с. 56].

Эпизод 2

Новой формой деятельности учащихся со знакомым предметным материалом может быть участие в мини-проекте «Каждый день в календаре... математика». Цель, как и в описанной выше игре, получить верное числовое равенство из чисел, но теперь числа задают запись даты в формате ДЕНЬ. МЕСЯЦ. ГОД. Кроме того, измененным требованием может быть последовательная запись цифр даты в равенстве (то есть порядок цифр не меняем). Например, для даты 25. 12. 2014 можно составить следующие верные числовые равенства с использованием знаков арифметических действий и операций:

$$(2 + 5) \cdot 1 = 2 + 2 \cdot 0 + 1 + 4,$$

$$2 + 5 + 1 = (2 \cdot 2 + 0) \cdot 1 + 4,$$

$$2 \cdot (5 + 1) = 2 \cdot (20 - 14),$$

$$((2 + 5) - (1 + 2 + 2 \cdot 0)) \cdot 1 = 4,$$

$$2 : 5 : (1 : 2) : 2 : 0,1 = 4,$$

$$25^1 - 2 = 20 - 1 + 4,$$

$$2^{(5-1)!} = 2^{(2+0+1)!} \cdot 4.$$

Можно упростить задание и попросить учеников, не меняя порядка цифр, с помощью арифметических действий и скобок получить подряд все цифры. Например, для даты 9. 01. 2017:

$$9 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 7 = 0,$$

$$9 \cdot 0 + 1 + 2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 7 = 1,$$

$$9 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 \cdot 7 = 2,$$

$$9 \cdot 0 + 1 + 2 + 0 \cdot 1 \cdot 7 = 3,$$

$$9 + 0 + 12 + 0 - 17 = 4,$$

...

Обязательно обсудим с учащимися возможность получения одного и того же результата разными способами, например,

$$9 \cdot 0 + 12 - 0 - 1 - 7 = 4.$$

Аналогичные задания можно получить, используя только цифры в записи текущего года. Цифр становится меньше, однако задание не упрощается. Например,

$$\begin{aligned} 2 \cdot 0 \cdot 1 \cdot 7 &= 0, \\ 2 \cdot 0 + 1^7 &= 1, \\ 2 + 0 \cdot 17 &= 2, \\ (20 + 1) : 7 &= 3, \\ -(2 + 0 + 1) + 7 &= 4, \\ -2 + 0 \cdot 1 + 7 &= 5, \\ 2 \cdot 0 - 1 + 7 &= 6, \\ &\dots \end{aligned}$$

Результаты подобного мини-проекта учащиеся могут представить в начале каждого урока математики в 5–7-х классах. При выполнении задания учащиеся используют действия, операции и числа, известные им на тот момент. Изменение даты задает новую проблему, что поддерживает интерес учащихся, повышает шансы на успех самостоятельного исследования. Это новый маленький шаг в обучении поиску закономерностей на числовом материале, умении рассуждать посредством гипотез. С изучением новых математических операций (возведение в степень, извлечение корня и т.д.) появляются новые возможности для записи числовых равенств.

Интересным, на наш взгляд, оказалось предложение учащимся поздравить именинников в классе, составив для них задачи, связанные с их датой рождения, или составить числовые равенства, отражающие найденные закономерности между числами в записи даты рождения. Имениннику преподносятся красиво оформленные открытки, среди которых он выбирает лучшую.

Подобные мини-проекты позволяют подготовить учащихся к более серьезным и длительным математическим проектам и исследованиям, формируют интерес к поиску и установлению закономерностей.

Как показывает опыт, ученики класса, в котором мини-проекты по математике были включены в процесс обучения, испытывали меньше проблем при решении задач по программе, требующих проведения исследования или рассмотрения различных случаев. Еще одним положительным результатом обучения математике с использованием мини-проектов является стойкий интерес к проведению исследований, связанных с нахождением математических закономерностей, а также сплочение учащихся вокруг общих

учебных интересов. Учащиеся предлагают учителю продолжать использовать мини-проекты и начинают формулировать свои задачи, требующие исследования. Чтобы интерес к такой деятельности не угасал, нужно каждый следующий мини-проект связывать с изучаемым материалом, демонстрировать некоторые его возможные результаты, использовать все новые и новые формы деятельности.

Эпизод 3

Продолжением предыдущего проекта может стать мини-проект «Загадки календаря», целью которого является нахождение скрытых неожиданных математических закономерностей на странице любого календаря и их объяснение. Идею проекта подсказала публикация [3].

Учитель обращает внимание учащихся 6–8-х классов на 1–2 математические закономерности календаря и вместе с учениками объясняет их (на рисунках 1 и 2, для примера, ноябрьский листок календаря 2016 года).

1. Если какое-нибудь число в календаре делится на 3, то и все числа, расположенные на одной диагонали с этим числом, идущей сверху вниз и влево, также делятся на 3 (рис. 1).

пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Рис. 1

2. Если сложить в любом столбце, имеющем 5 чисел, все числа подряд, то полученная сумма делится на 5 (рис. 2).

пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Рис. 2

$$1 + 8 + 15 + 22 + 29 = 75,$$

$$2 + 9 + 16 + 23 + 30 = 80.$$

Затем учащимся предлагается самостоятельно найти другие закономерности и объяснить их. Выполнение этого проекта предлагается учащимся 7-х классов сроком на 1–2 недели. Оформленные листы формата А4 с результатами исследования вывешиваются в классе для обсуждения.

Эпизод 4

Исследования удобно организовать на любом числовом материале, представленном в табличной форме. Примером такого материала может быть таблица умножения Пифагора или треугольник Паскаля. После знакомства с таким материалом учащиеся обычно применяют его в готовом виде. Необычность действий учащихся 7-го класса будет связана с приемом «поиск неизвестного в хорошо знакомом». Заметить некоторое свойство чисел, записанных в таблице, сформулировать гипотезу, проверить ее, сформулировать вывод — это те исследовательские действия, которые должны формироваться при обучении математике.

Например, при поиске математических закономерностей в таблице умножения ученики могут заметить и попытаться обосновать следующие факты:

1. Числа таблицы, симметричные относительно диагонали, равны (рис 3).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Рис. 3

2. Если число возвести в квадрат, то результат будет на единицу больше, чем при умножении двух соседних с ним чисел (рис. 4), то есть $4 \cdot 4 - 1 = 3 \cdot 5$.

Действительно, $x^2 - 1 = (x - 1) \cdot (x + 1)$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Рис. 4

При использовании мини-проектов учащимся оказывается необходимая доля помощи, введение в проект осуществляется на уроке, деятельность учащихся организована. Тематика проектов связана с изучаемым материалом на уроках математики, поэтому при их выполнении обучение продолжается и исследование становится доступным для учащихся. Интерес поддерживается за счет массовости, соревнования и новых форм творческой деятельности. Учащиеся приобретают собственный опыт открытия, любое продвижение ученика воспринимается как положительный результат. Постепенное увеличение времени на проведение исследований с уменьшением доли помощи от учителя позволяет постепенно формировать самостоятельность в проведении собственных исследований, готовит к участию в будущих проектах.

Литература

1. *Выготский Л.С.* Проблема возрастной периодизации детского развития // Вопросы психологии, 1972, № 2.
2. *Кочагина М.Н.* Использование математических игр для развития математической грамотности и культуры учащихся // Тенденции и перспективы развития математического образования. Материалы XXXIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, посвященного 100-летию ВятГГУ, 2014. — ВятГГУ; ООО «Радуга-ПРЕСС».
3. *Шейнгарц Л.* Календарь // Квантик, 2012, № 15.

