

СИМ

ТЕХ

НОЛОН

*Б. А. Карташов
Е. А. Шабает
О. С. Козлов
А. М. Щекатуров*

**Среда динамического
моделирования технических
систем SimInTech**

*Практикум по моделированию
систем автоматического регулирования*

УДК 681.515:004.9SimInTech(075.8)

ББК 32.965.8ся73

C75

Рецензенты:

профессор кафедры систем и технологий управления ФГАОУ ВО
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»,

доктор технических наук, профессор **Ю. М. Смирнов**

заведующий лабораторией ИПМаш РАН,

доктор технических наук, профессор **А. Е. Городецкий**

профессор кафедры автоматизации и роботизации

технологических процессов имени академика И. Ф. Бородина ФГБОУ ВО

«Российский государственный аграрный университет – МСХА

имени К. А. Тимирязева», доктор технических наук, профессор **Ю. А. Судник**

заведующий кафедрой электрических машин и электропривода

факультета энергетики ФГБОУ ВО «Кубанский ГАУ»,

доктор технических наук, профессор **С. В. Оськин**

Карташов Б. А., Шабаев Е. А., Козлов О. С., Щекатуров А. М.

C75 Среда динамического моделирования технических систем SimInTech:
Практикум по моделированию систем автоматического регулирования. –
М.: ДМК Пресс, 2017. – 424 с.

ISBN 978-5-97060-482-3

Книга содержит основные сведения по компьютерному моделированию автоматических систем, краткое описание среды динамического моделирования технических систем SimInTech, методические указания к лабораторным работам и курсовому проектированию, целевое назначение которых – изучить и освоить методы компьютерного проектирования автоматических систем.

Издание предназначено для студентов технических вузов и факультетов, а также может быть рекомендовано аспирантам, научно-техническим работникам и конструкторам при создании и эксплуатации автоматических систем.

УДК 681.515:004.9SimInTech(075.8)

ББК 32.965.8ся73

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

© Карташов Б. А., Шабаев Е. А.,

Козлов О. С., Щекатуров А. М., 2017

© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2017

ISBN 978-5-97060-482-3

Содержание

Предисловие..... 10

Введение 13

▼ Глава 1

Суть и цели математического моделирования систем автоматического регулирования 15

1.1. Формы представления математических моделей 15

1.1.1. Основные математические модели 15

1.1.2. Математические модели САР в пространстве состояний 24

1.2. Математические модели внешних воздействий 31

1.2.1. Детерминированные воздействия 32

1.2.2. Случайные воздействия 35

1.3. Компьютерное моделирование САР 38

1.3.1. Цели моделирования САР 38

1.3.2. Анализ устойчивости и качества САР 39

1.3.3. Коррекция САР 43

1.3.4. Оптимизация САР 53

1.3.5. Упрощение математических моделей САР с учетом малых параметров 55

1.3.6. Характеристики, режимы работы и цели моделирования релейных САР 57

1.3.7. Моделирование САР с микроЭВМ 63

Контрольные вопросы и задания 70

▼ Глава 2

Основные сведения о программном обеспечении SimInTech и рекомендации по его использованию	72
2.1. Принципы и методика моделирования САР	72
2.2. Запуск программного обеспечения SimInTech	78
2.3. Командное меню главного окна	79
2.4. Панели инструментов главного окна и схемных окон	82
2.5. Палитра компонентов	86
2.6. Краткое описание процедур и этапов работы в среде SimInTech	88
Контрольные вопросы и задания	89

▼ Глава 3

Лабораторные работы.....	90
Работа 1. Изучение ПО SimInTech на примерах моделирования отдельных элементов САР.....	90
Контрольные вопросы и задания.....	101
Работа 2. Изучение программного обеспечения SimInTech на примерах моделирования линейных САР.....	107
Контрольные вопросы и задания.....	124
Работа 3. Исследование корректирующих элементов САР	125
Контрольные вопросы и задания.....	134
Работа 4. Параметрическая оптимизация САР.....	134
Контрольные вопросы и задания.....	149
Работа 5. Моделирование релейных САР	149
Контрольные вопросы и задания.....	153
Работа 6. Моделирование нелинейных САР с помощью блока Язык программирования	153
Варианты индивидуальных заданий.....	173
Контрольные вопросы и задания.....	175
Работа 7. Моделирование САР с помощью блока Переменные состояния	175
Демонстрационный пример	176
Варианты индивидуальных заданий.....	186
Контрольные вопросы и задания.....	186
Работа 8. Моделирование цифровых САР.....	187
Демонстрационный пример	187
Контрольные вопросы и задания.....	200

▼ Глава 4

Курсовое проектирование	201
4.1. Основные рекомендации для выполнения курсовой работы.....	201
4.1.1. Тема работы и задание.....	201
4.1.2. Содержание работы	202
4.1.3. Методические рекомендации по выполнению работы	202
4.1.4. Рекомендации по оформлению работы.....	203
4.2. Пример выполнения курсовой работы на тему «Определение параметров типового закона регулирования САР давления в ресивере».....	205
4.2.1. Исходные данные.....	205
4.2.2. Определение параметров заданного типового закона регулирования	209
4.2.3. Выводы по работе	218
4.3. Рекомендации к курсовому проектированию применительно к цифровым САР	219
4.3.1. Разработка упрощенной принципиальной и составление функциональной схем САР.....	220
4.3.2. Составление структурной схемы САР	223
4.3.3. Обоснование типа структурной модели.....	225

▼ Приложение А

К построению структурных схем систем автоматического регулирования	231
А.1. Функциональные элементы и схемы	231
А.2. Передаточные функции и структурные схемы.....	233

▼ Приложение Б

Задания по линейным системам автоматического регулирования	241
Б.1. Система автоматического регулирования температуры в помещении.....	241
Б.2. Система автоматического регулирования температуры в печи.....	243
Б.3. Система автоматического регулирования температуры теплоносителя зерносушилки.....	245
Б.4. Система автоматического регулирования угловой скорости двигателя постоянного тока.....	246

Б.5. Система автоматического регулирования частоты синхронного генератора.....	248
Б.6. Система автоматического регулирования температуры в атмосфере теплицы.....	250
Б.7. Система автоматического регулирования давления в ресивере.....	252
Б.8. Астатическая система автоматического регулирования угловой скорости гидротурбины.....	253
Б.9. Статическая система автоматического регулирования угловой скорости гидротурбины.....	255
Б.10. Система автоматического регулирования перемещения рабочего органа робота-манипулятора.....	257
Б.11. Следящая система.....	259
Б.12. Гидравлическая система автоматического регулирования скорости вращения паровой турбины.....	260
Б.13. Система автоматического регулирования угла крена самолета.....	263
Б.14. Система автоматического регулирования скорости стола обрабатывающего станка.....	264
Б.15. Система автоматического регулирования скорости самолета.....	265
Б.16. Вариантные задания.....	265

▼ Приложение В

Задания по нелинейным и дискретным системам

автоматического регулирования.....	269
В.1. Релейная система автоматического регулирования температуры в помещении.....	269
В.2. Релейная система автоматического регулирования температуры в печи.....	270
В.3. Релейная система автоматического регулирования температуры теплоносителя зерносушилки.....	271
В.4. Релейная система автоматического регулирования угловой скорости электродвигателя постоянного тока.....	271
В.5. Нелинейная система автоматического регулирования частоты синхронного генератора.....	272
В.6. Релейная система автоматического регулирования температуры в атмосфере теплицы.....	272
В.7. Релейная система автоматического регулирования давления в ресивере.....	273
В.8. Нелинейная астатическая система автоматического регулирования угловой скорости гидротурбины.....	274
В.9. Релейная статическая система автоматического регулирования угловой скорости гидротурбины.....	274
В.10. Дискретная система автоматического регулирования температуры в помещении.....	275

V.11. Дискретная система автоматического регулирования температуры в печи.....	276
V.12. Дискретная система автоматического регулирования температуры теплоносителя зерносушилки	276
V.13. Дискретная система автоматического регулирования угловой скорости двигателя постоянного тока	277
V.14. Дискретная система автоматического регулирования частоты синхронного генератора.....	278
V.15. Дискретная система автоматического регулирования температуры в атмосфере теплицы	280
V.16. Дискретная система автоматического регулирования давления в ресивере	281
V.17. Дискретная система автоматического регулирования угловой скорости гидротурбины	282
V.18. Вариантные задания	283

▼ Приложение Г

Описание объектов регулирования	286
Г.1. Производственное помещение как объект автоматического регулирования	286
Г.2. Обогреваемый пол как объект автоматического регулирования.....	288
Г.3. Звено робота с электрическим приводом как объект автоматического регулирования	289
Г.4. Шахтная зерносушилка как объект автоматического регулирования	291
Г.5. Поворотное устройство солнечной батареи как объект автоматического регулирования	295
Г.6. Силовой трансформатор как объект автоматического регулирования	299
Г.7. Электрический привод патрона токарного станка как объект автоматического регулирования.....	300
Г.8. Подогреватель мазута как объект автоматического регулирования.....	302
Г.9. Мармитная плита как объект автоматического регулирования	303
Г.10. Электрический вулканизатор как объект автоматического регулирования	304

▼ Приложение Д

К моделированию САР с микроЭВМ.....	305
Д.1. Принципы построения и работы САР с микроЭВМ	305
Д.2. Математическое описание дискретных систем автоматического регулирования	310
Д.2.1. Понятие импульсной и цифровой систем	310
Д.2.2. Математическое описание импульсных систем.....	312

Д.2.3. Математическое описание цифровых систем.....	319
Д.2.4. Определение периода квантования непрерывных сигналов в цифровых системах	325
Д.3. Математическое описание систем автоматического регулирования с микропроцессорными регуляторами	329
Д.3.1. Общие сведения.....	329
Д.3.2. Алгоритмы функционирования регуляторов ТРМ.....	335
Д.3.3. Математическое описание САР с регуляторами ТРМ.....	337
Д.4. Регулирующие микропроцессорные контроллеры.....	340
Д.4.1. Контроллеры Ремиконт Р-130	340
Д.4.2. Контроллеры Ремиконт Р-130ISa.....	342

▼ Приложение E

Задания для самоконтроля и тестирования.....	343
E.1. Линейная САР с единичной ОС	343
E.2. Скорректированная линейная САР с единичной ОС	343
E.3. Линейная САР температуры в атмосфере теплицы	345
E.4. Нелинейная САР с единичной ОС.....	346
E.5. Релейная САР температуры проточного водонагревателя.....	347
E.6. Оптимизация нелинейной САР с несколькими ОС.....	348
E.7. Линейная САР (вариант 1).....	349
E.8. Линейная САР (вариант 2).....	351
E.9. Линейная САР (вариант 3).....	352
E.10. Линейная САР (вариант 4).....	353
E.11. Линейная САР (вариант 5).....	354
E.12. Линейная САР (вариант 6).....	355
E.13. Линейная САР (вариант 7).....	357
E.14. Линейная САР (вариант 8).....	358
E.15. Линейная САР (вариант 9).....	359
E.16. Линейная САР (вариант 10).....	360
E.17. Линейная САР (вариант 11).....	362
E.18. Линейная САР (вариант 12).....	363
E.19. Линейная САР (вариант 13).....	364
E.20. Линейная САР (вариант 14).....	365
E.21. Линейная САР (вариант 15).....	366
E.22. Линейная САР (вариант 16).....	368
E.23. Линейная САР (вариант 17).....	369
E.24. Линейная САР (вариант 18).....	370
E.25. Линейная САР (вариант 19).....	372
E.26. Линейная САР (вариант 20).....	373

▼ Приложение Ж

Фрагменты библиотек SimInTech.....	375
Ж.1. Библиотека «Источники»	375
Ж.2. Библиотека «Операторы»	378
Ж.3. Библиотека «Динамические»	381
Ж.4. Библиотека «Нелинейные»	389
Ж.5. Библиотека «Субструктуры».....	396
Ж.6. Библиотека «Данные»	400
Ж.7. Библиотека «Дискретные»	405

▼ Приложение З

Дополнения к лабораторным работам	408
3.1. Дополнение к лабораторной работе 6. Блок Язык программирования как алгоритмическое средство программирования.....	408
Пример 1. Моделирование поступательного движения тела с учетом силы сухого трения.....	409
Пример 2. Моделирование процесса одномерной теплопроводности.....	412
3.2. Дополнение к лабораторной работе 8. Моделирование цифровых САР с учетом дискретизации сигналов в АЦП.....	416
Литература.....	422

Суть и цели математического моделирования систем автоматического регулирования



1.1. Формы представления математических моделей

1.1.1. Основные математические модели

Математическое моделирование технических систем, в том числе САУ и САР, базируется на математических моделях. Под термином **математическая модель** понимается записанная в форме математических соотношений совокупность знаний, представлений и гипотез о технической системе.

Первичной (исходной) формой представления математической модели (математическим описанием) любой САР является система дифференциальных и алгебраических уравнений, отображающих динамические свойства объекта регулирования и элементов системы (регулятора). Эти уравнения могут быть определены *аналитически* на основе законов физики, положенных в основу работы объекта регулирования и элементов системы, или *экспериментально* с использованием методов активного или пассивного эксперимента.

Аналитический метод определения математических моделей автоматических систем рассмотрим на примере простейшей САР температуры в камере для термической обработки деталей механизмов и машин при их производстве, которая представлена на рис. 1.1, где: 1 – термическая камера; 2 – термопара; 3 – детали, подлежащие термической обработке; 4 – нагревательный элемент; 5 – исполнительный орган – тиристорный регулятор напряжения; 6 – силовой блок; 7 – блок управления тиристорами; 8 – электронный усилитель постоянного тока; 9 – задающий резистор; ОР – объект регулирования; РО – регулирующий орган; ИО – исполнительный орган; УО – усилительный орган; СО – сравнивающий орган; ЗО – задающий орган; ВО – воспринимающий орган.

Объектом регулирования в данной САР является термическая камера с размещенными в ней деталями. Регулируемая величина – температура в камере θ_k – зависит от возмущающего воздействия – температуры окружающей среды θ_o . Величину θ_k можно регулировать, изменяя регулирующее воздействие – температуру нагревательного элемента θ_n .

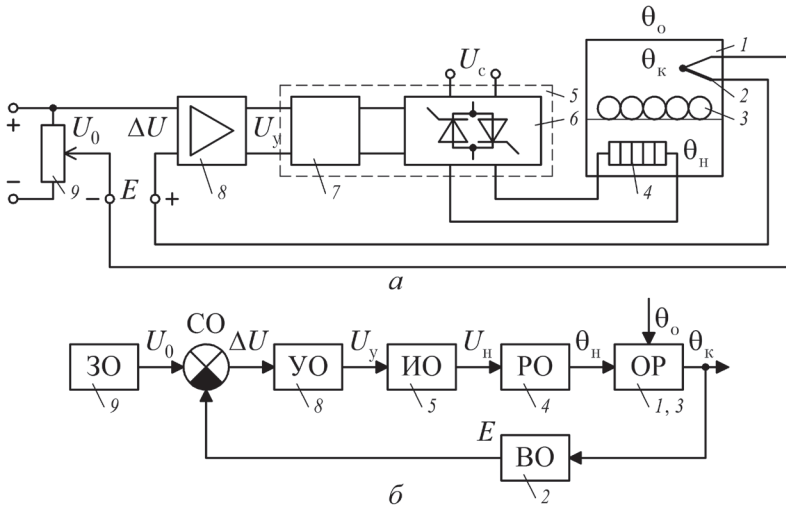


Рис. 1.1. Принципиальная (а) и функциональная (б) схемы САР температуры в термической камере

Данная САР работает следующим образом. Для измерения температуры в термической камере 1 имеется термопара 2, сигнал которой – ЭДС E сравнивается с задающим (опорным) сигналом U_0 . Изменяя опорное напряжение U_0 с помощью резистора 9, подключенного к стабилизированному источнику постоянного тока, задают необходимую температуру в камере. При этом входные и выходные величины элементов САР ($\Delta U = U_0 - E$; U_y ; U_H ; θ_H) будут иметь определенные значения, соответствующие заданному значению температуры.

Если, например, внешнее возмущение – температура окружающей среды θ_0 уменьшилась, то снизится и температура θ_K внутри термической камеры. Это, в свою очередь, приведет к уменьшению сигнала термопары E и к росту сигнала рассогласования $\Delta U = U_0 - E$, что вызовет увеличение напряжения U_H на нагревательном элементе, выделяемой им мощности P_H и его температуры θ_H . Увеличение последней приведет к росту температуры θ_K до заданного значения. Увеличение температуры окружающей среды θ_0 , по аналогии с изложенным выше, вызовет обратный эффект (увеличение θ_K , E и уменьшение U_y ; U_H ; θ_H).

Задача построения математической модели данной САР состоит в определении уравнений, отображающих взаимосвязи выходных и входных величин объекта регулирования и элементов системы в динамическом режиме.

В динамическом режиме работы любой САР регулируемая величина, а также входные и выходные величины изменяются во времени t . Поэтому все рассмотренные ранее величины применительно к САР (см. рис. 1.1) будут переменными во времени, и их следует записывать так: $\theta_0(t)$, $\theta_H(t)$, $\theta_K(t)$, $E(t)$, $\Delta U(t)$, $U_y(t)$, $U_H(t)$. Для упрощения записи допускается изображение переменных величин без указания времени t , что и будет использовано при дальнейшем изложении.

Математическую модель объекта регулирования (термической камеры совместно с деталями) определяют на основе уравнения теплового баланса:

$$C_{\kappa} m_{\kappa} \frac{d\theta_{\kappa}}{dt} = \Phi_{\text{пк}} - \Phi_{\text{ок}}, \quad (1.1)$$

где C_{κ} – усредненная теплоемкость, определяемая теплоемкостью воздуха внутри камеры и деталей;

m_{κ} – усредненная масса, определяемая массами воздуха и деталей;

$\Phi_{\text{пк}}$ – поток теплоты, поступающий в камеру от нагревательного элемента;

$\Phi_{\text{ок}}$ – поток теплоты, отводимый из камеры через стенки в окружающую среду.

Поток теплоты, поступающий в камеру от нагревателя:

$$\Phi_{\text{пк}} = \alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} (\theta_{\text{н}} - \theta_{\kappa}), \quad (1.2)$$

где $\alpha_{\text{н}}$ – коэффициент теплоотдачи нагревательного элемента;

$F_{\text{н}}$ – площадь поверхности нагревательного элемента.

Поток теплоты, отводимый из камеры:

$$\Phi_{\text{ок}} = \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}} (\theta_{\kappa} - \theta_{\text{о}}), \quad (1.3)$$

где $\alpha_{\text{о}}$ – коэффициент теплоотдачи ограждения (стенок) камеры;

$F_{\text{о}}$ – площадь теплоотдающей поверхности стенок камеры.

С учетом формул (1.2) и (1.3) уравнение (1.1) после несложных преобразований примет вид:

$$\frac{C_{\kappa} m_{\kappa}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} + \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}} \frac{d\theta_{\kappa}}{dt} + \theta_{\kappa} = \frac{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} + \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}} \theta_{\text{н}} + \frac{\alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} + \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}} \theta_{\text{о}},$$

или

$$C_{\kappa} \frac{d\theta_{\kappa}}{dt} + \theta_{\kappa} = k_{\kappa} \theta_{\text{н}} + k_{\text{о}} \theta_{\text{о}}. \quad (1.4)$$

Постоянную времени T_{κ} камеры и коэффициенты передачи k_{κ} и $k_{\text{о}}$ определяют по формулам:

$$C_{\kappa} = \frac{C_{\kappa} m_{\kappa}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} + \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}}; \quad k_{\kappa} = \frac{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} + \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}}; \quad k_{\text{о}} = \frac{\alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}} + \alpha_{\text{о}} F_{\text{о}}}.$$

Математическая модель регулирующего органа (нагревательного элемента) определяется по аналогии с изложенным ранее на основе уравнения теплового баланса:

$$C_{\text{н}} m_{\text{н}} \frac{d\theta_{\text{н}}}{dt} = P_{\text{н}} - \Phi_{\text{пк}}, \quad (1.5)$$

где $C_{\text{н}}$ и $m_{\text{н}}$ – соответственно удельная теплоемкость и масса нагревательного элемента;

$P_{\text{н}}$ – мощность нагревательного элемента.

С учетом формулы (1.2) уравнение (1.5) после соответствующих преобразований примет вид:

$$\frac{C_{\text{н}} m_{\text{н}}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}}} \frac{d\theta_{\text{н}}}{dt} + \theta_{\text{н}} = \frac{P_{\text{н}}}{\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}}} + \theta_{\text{к}}. \quad (1.6)$$

Вводя обозначения $T_{\text{н}} = C_{\text{н}} m_{\text{н}} / (\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}})$ и $k_{\text{н}} = 1 / (\alpha_{\text{н}} F_{\text{н}})$, уравнение (1.5) можно окончательно записать так:

$$T_{\text{н}} \frac{d\theta_{\text{н}}}{dt} + \theta_{\text{н}} = k_{\text{н}} P_{\text{н}} + \theta_{\text{к}}, \quad (1.7)$$

где $T_{\text{н}}$ и $k_{\text{н}}$ – соответственно постоянная времени и коэффициент передачи нагревательного элемента.

Мощность нагревательного элемента:

$$P_{\text{н}} = U_{\text{н}}^2 / R, \quad (1.8)$$

где $U_{\text{н}}$ – напряжение на нагревательном элементе;
 R – активное сопротивление нагревательного элемента.

Таким образом, динамика нагревательного элемента описывается уравнениями (1.7) и (1.8).

Для получения **математической модели** (дифференциального уравнения) **воспринимающего органа** (термопары) запишем уравнение теплового баланса:

$$C_{\text{т}} m_{\text{т}} \frac{d\theta_{\text{т}}}{dt} = \Phi_{\text{пт}}, \quad (1.9)$$

где $C_{\text{т}}$ и $m_{\text{т}}$ – соответственно удельная теплоемкость и масса термопары;
 $\theta_{\text{т}}$ – температура термопары;
 $\Phi_{\text{пт}}$ – поток теплоты, поступающий к термопаре из воздушного пространства камеры.

Поток теплоты:

$$\Phi_{\text{пт}} = \alpha_{\text{т}} F_{\text{т}} (\theta_{\text{к}} - \theta_{\text{т}}), \quad (1.10)$$

где $\alpha_{\text{т}}$ – коэффициент теплоотдачи от воздуха к термопаре;
 $F_{\text{т}}$ – площадь поверхности термопары.

С учетом (1.10) уравнение (1.9) примет вид:

$$C_{\text{т}} m_{\text{т}} \frac{d\theta_{\text{т}}}{dt} + \alpha_{\text{т}} F_{\text{т}} \theta_{\text{т}} = \alpha_{\text{т}} F_{\text{т}} \theta_{\text{к}}. \quad (1.11)$$

Вводим обозначение:

$$T_{\text{т}} = \frac{C_{\text{т}} m_{\text{т}}}{\alpha_{\text{т}} F_{\text{т}}},$$

где $T_{\text{т}}$ – постоянная времени термопары.

Тогда уравнение теплового баланса окончательно запишем так:

$$T_{\text{т}} \frac{d\theta_{\text{т}}}{dt} + \theta_{\text{т}} = \theta_{\text{к}}. \quad (1.12)$$

Это уравнение отображает только термический процесс в термопаре. По условию же задачи необходимо определить взаимосвязь температуры в камере θ_k с ЭДС термопары E . Зависимость ЭДС термопары от ее температуры θ_T можно приближенно описать так:

$$E = k_T \theta_T, \quad (1.13)$$

где k_T – коэффициент, определяемый по графику градуировочной (статической) характеристики термопары (рис. 1.2) как отношение приращений ΔE к $\Delta \theta_T$ в рабочей зоне:
 $k_T = \Delta E / \Delta \theta_T$.

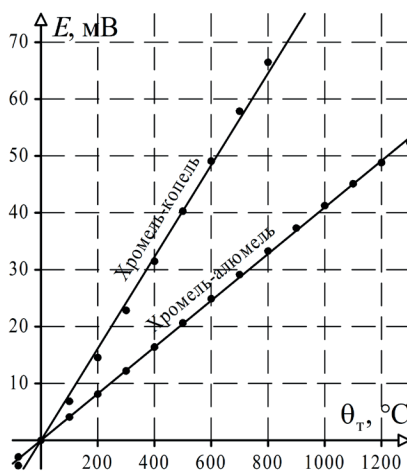


Рис. 1.2. Градуировочные характеристики термопар

Исключая в уравнениях (1.12) и (1.13) промежуточную переменную θ_T и учитывая, что

$$\theta_T = \frac{1}{k_T} E, \quad \frac{d\theta_T}{dt} = \frac{1}{k_T} \frac{dE}{dt},$$

получим окончательно дифференциальное уравнение термопары:

$$T_T \frac{d}{dt} + E = k_T \theta_k. \quad (1.14)$$

Следует подчеркнуть, что при определении математических моделей термической камеры, нагревательного элемента и термопары использован один физический принцип (закон) теплотехники – принцип теплового баланса. Это обусловлено тем, что работа (физическая суть) камеры, нагревателя и термопары основана на тепловых процессах.

Остальные элементы рассматриваемой САР (см. рис. 1.1) – тиристорный регулятор напряжения (ИО) и электронный усилитель (УО) – являются электротехническими устройствами. Их математические модели можно определить на основе законов электротехники. Эти элементы относятся к электронным устройствам,

в которых входные сигналы передаются на выход практически без каких-либо временных задержек, так как ток в них создается за счет электронов и «дырок», обладающих сверхмалой массой. Поэтому математические модели тиристорного регулятора напряжения (усилителя) и электронного усилителя описываются соответственно следующими алгебраическими уравнениями:

$$U_{\text{н}} = k_{\text{тр}} U_{\text{y}}; U_{\text{y}} = k_{\text{э}} \Delta U, \quad (1.15)$$

где $k_{\text{тр}}$ и $k_{\text{э}}$ – коэффициенты усиления соответственно тиристорного регулятора и электронного усилителя.

Вывод уравнений (1.15), выполненный на основе законов Кирхгофа, можно найти в любом учебнике по электронике.

Таким образом, с учетом зависимости $\Delta U = U_0 - E$, отображающей обратную связь в системе, на основе уравнений (1.4), (1.7), (1.8), (1.14) и (1.15) **математическая модель САР температуры** в термической камере может быть представлена следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{\text{к}} \frac{d\theta_{\text{к}}}{dt} + \theta_{\text{к}} = k_{\text{к}} \theta_{\text{н}} + k_{\text{о}} \theta_{\text{о}}; \\ T_{\text{т}} \frac{d}{dt} + E = k_{\text{т}} \theta_{\text{к}}; \\ \Delta U = U_0 - E; \\ U_{\text{y}} = k_{\text{э}} \Delta U; \\ U_{\text{н}} = k_{\text{тр}} U_{\text{y}}; \\ P_{\text{н}} = U_{\text{н}}^2 / R; \\ T_{\text{н}} \frac{d\theta_{\text{н}}}{dt} + \theta_{\text{н}} = k_{\text{н}} P_{\text{н}} + \theta_{\text{к}}. \end{array} \right. \quad (1.16)$$

Анализ системы уравнений (1.16) показывает, что рассматриваемая САР нелинейная. Ее нелинейность обусловлена наличием нелинейного алгебраического уравнения (1.8). Это уравнение можно привести к линеаризованному виду, используя известные в теории автоматического регулирования методы линеаризации [6–9], основываясь на следующих рассуждениях.

Рассматриваемая система стабилизации температуры в термической камере (см. рис. 1.1) предназначена для поддержания температуры в камере $\theta_{\text{к}}$ на заданном уровне. При работе системы величина $\theta_{\text{к}}$ изменяется в пределах малых отклонений $\pm \Delta \theta_{\text{к}}$ относительно заданного значения. В пределах малых отклонений будут изменяться также все входные и выходные величины элементов САР, в том числе и напряжение $U_{\text{н}}$ на нагревательном элементе и его мощность $P_{\text{н}}$ соответственно относительно значений $U_{\text{н}0}$ и $P_{\text{н}0}$ (здесь $U_{\text{н}0}$ и $P_{\text{н}0}$ – напряжение на нагревательном элементе и его мощность, соответствующие установившемуся заданному значению температуры в камере).

Для линеаризации уравнения (1.8) воспользуемся аналитическим методом линеаризации, разложив его в ряд Тейлора, при $U_{\text{H}} = U_{\text{H}0}$:

$$P_{\text{H}} = P_{\text{H}0} + \left(\frac{dP_{\text{H}}}{dU_{\text{H}}} \right)_{U_{\text{H}}=U_{\text{H}0}} \frac{(U_{\text{H}} - U_{\text{H}0})}{1!} + \left(\frac{d^2P_{\text{H}}}{dU_{\text{H}}^2} \right)_{U_{\text{H}}=U_{\text{H}0}} \frac{(U_{\text{H}} - U_{\text{H}0})^2}{2!} + \\ + \left(\frac{d^3P_{\text{H}}}{dU_{\text{H}}^3} \right)_{U_{\text{H}}=U_{\text{H}0}} \frac{(U_{\text{H}} - U_{\text{H}0})^3}{3!} + \dots$$

Пренебрегая нелинейными членами ряда ввиду их малости, получим:

$$P_{\text{H}} - P_{\text{H}0} = \left(\frac{dP_{\text{H}}}{dU_{\text{H}}} \right)_{U_{\text{H}}=U_{\text{H}0}} \frac{(U_{\text{H}} - U_{\text{H}0})}{1!}.$$

Так как $P_{\text{H}} - P_{\text{H}0} = \Delta P_{\text{H}}$, а $U_{\text{H}} - U_{\text{H}0} = \Delta U_{\text{H}}$, то линеаризованное уравнение в пределах малых отклонений мощности ΔP_{H} и напряжения ΔU_{H} можно записать в следующем виде:

$$\Delta P_{\text{H}} = k_{\text{p}} \Delta U_{\text{H}}. \quad (1.17)$$

Для определения k_{p} возьмем производную от исходной функции (1.8):

$$\frac{dP_{\text{H}}}{dU_{\text{H}}} = \frac{d(U_{\text{H}}^2/R)}{dU_{\text{H}}} = \frac{2U_{\text{H}}}{R}. \quad (1.18)$$

Подставив в это выражение $U_{\text{H}} = U_{\text{H}0}$, получим:

$$k_{\text{p}} = \left(\frac{dP_{\text{H}}}{dU_{\text{H}}} \right)_{U_{\text{H}}=U_{\text{H}0}} = \frac{2U_{\text{H}0}}{R}. \quad (1.19)$$

С учетом выражения (1.19) линеаризованное уравнение мощности нагревательного элемента (1.17) примет вид:

$$\Delta P_{\text{H}} = \frac{2U_{\text{H}0}}{R} \Delta U_{\text{H}}. \quad (1.20)$$

Таким образом, нелинейную модель САР (1.16) с учетом уравнения (1.17) можно рассматривать как линеаризованную математическую модель.

Известно [6–11], что линейные и линеаризованные математические модели САР в виде дифференциальных и алгебраических уравнений могут быть представлены соответствующими им передаточными функциями (подробно о передаточных функциях см. п. А.2 приложения А). Для рассматриваемой САР передаточные функции, полученные в результате преобразования уравнений (1.4), (1.7), (1.14), (1.15), (1.17) по Лапласу при нулевых начальных условиях, примут вид:

- передаточная функция камеры по регулирующему воздействию:

$$W_{\text{кп}}(s) = \frac{\theta_{\text{к}}(s)}{\theta_{\text{H}}(s)} = \frac{k_{\text{к}}}{T_{\text{к}}s + 1};$$

- передаточная функция камеры по возмущающему воздействию:

$$W_{\text{кв}}(s) = \frac{\theta_{\text{к}}(s)}{\theta_{\text{о}}(s)} = \frac{k_{\text{о}}}{T_{\text{к}}s + 1};$$

- передаточная функция термопары:

$$W_{\text{т}}(s) = \frac{E(s)}{\theta_{\text{к}}(s)} = \frac{k_{\text{т}}}{T_{\text{т}}s + 1};$$

- передаточная функция нагревателя по каналу мощности P :

$$W_{\text{н1}}(s) = \frac{\theta_{\text{н}}(s)}{P_{\text{н}}(s)} = \frac{k_{\text{н}}}{T_{\text{н}}s + 1};$$

- передаточная функция нагревателя по каналу температуры $\theta_{\text{к}}$:

$$W_{\text{н2}}(s) = \frac{\theta_{\text{н}}(s)}{\theta_{\text{к}}(s)} = \frac{1}{T_{\text{н}}s + 1};$$

- передаточная функция, соответствующая линеаризованному уравнению (1.17):

$$W_{\text{р}}(s) = \frac{\Delta P(s)}{\Delta U_{\text{н}}(s)} = k_{\text{р}};$$

- передаточная функция электронного усилителя:

$$W_{\text{у}}(s) = \frac{U_{\text{у}}(s)}{\Delta U(s)} = k_{\text{у}};$$

- передаточная функция тиристорного регулятора напряжения:

$$W_{\text{тр}}(s) = \frac{U_{\text{н}}(s)}{U_{\text{у}}(s)} = k_{\text{тр}},$$

где $\theta_{\text{к}}(s)$, $\theta_{\text{н}}(s)$, $\theta_{\text{о}}(s)$, $E(s)$, $P_{\text{н}}(s)$, $\Delta P_{\text{н}}(s)$, $U_{\text{н}}(s)$, $\Delta U_{\text{н}}(s)$, $U_{\text{у}}(s)$, $\Delta U(s)$ – изображения по Лапласу соответственно температуры в камере $\theta_{\text{к}}$, нагревателя $\theta_{\text{н}}$, окружающей атмосферы $\theta_{\text{о}}$, ЭДС E термопары, мощности $P_{\text{н}}$ и ее отклонения $\Delta P_{\text{н}}$, напряжения $U_{\text{н}}$ и его отклонения $\Delta U_{\text{н}}$, напряжения $U_{\text{у}}$ и сигнала рассогласования ΔU при нулевых начальных условиях.

Интерпретация математических моделей автоматических систем совокупностью передаточных функций объекта регулирования и элементов регулятора позволяет представлять математические модели САР графически в виде структурных схем [6–11], которые достаточно просто составить на основе заданных функциональных схем и передаточных функций (подробно о структурных схемах см. в п. А.2 приложения А). Применительно к рассматриваемому примеру структурная схема САР (см. рис. 1.1) в соответствии с ее функциональной схемой и приведенными выше передаточными функциями будет иметь вид, показанный на рис. 1.3.

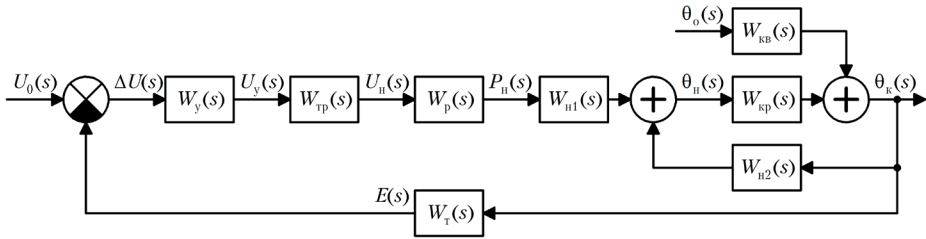


Рис. 1.3. Структурная схема линейризованной САР температуры в термической камере

На структурных схемах вместо изображений переменных (входных и выходных величин) допускается указывать их оригиналы, что существенно повышает их дидактичность и физическую наглядность.

Если математический аппарат передаточных функций применим только для линейных и линейризованных САР, то графические представления динамических свойств автоматических систем с использованием структурных схем можно использовать также для любых нелинейных САР. На структурных схемах можно отображать нелинейные зависимости, заданные как аналитически, так и графически.

При графическом представлении нелинейностей в звеньях структурных схем указывают соответствующие им графики. Если нелинейность задана в виде функциональных зависимостей, то в звеньях структурных схем отображают соответствующие формулы или адекватные им условные графические обозначения. На рис. 1.4 в качестве примера показаны структурные схемы некоторых нелинейных звеньев и элементов, где: a – звено, реализующее умножение двух входных величин $X_{\text{ВЫХ}} = X_{\text{ВХ1}} \cdot X_{\text{ВХ2}}$; b – звено, реализующее деление одной входной величины на другую $X_{\text{ВЫХ}} = X_{\text{ВХ2}} / X_{\text{ВХ1}}$; $в$ – звено, реализующее извлечение квадратного корня из входной величины $X_{\text{ВЫХ}} = \sqrt{X_{\text{ВХ}}}$; $г$ – двухпозиционный элемент с зоной нечувствительности и гистерезисом; $д$ – трехпозиционный релейный элемент с зоной нечувствительности; $е$ – трехпозиционный элемент с зоной нечувствительности и гистерезисом.

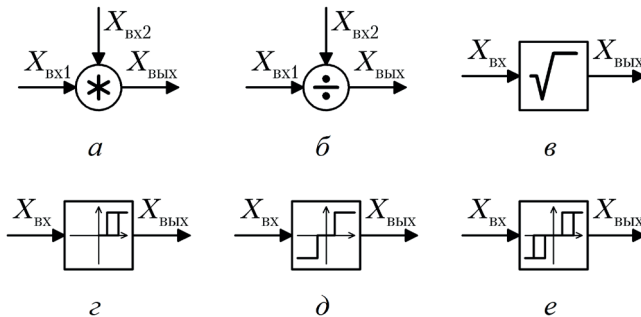


Рис. 1.4. Примеры структурных схем некоторых нелинейных звеньев и элементов

На основе изложенного выше исходную нелинейную математическую модель САР температуры в термической камере (1.16) можно представить в виде структурной схемы (рис. 1.5).

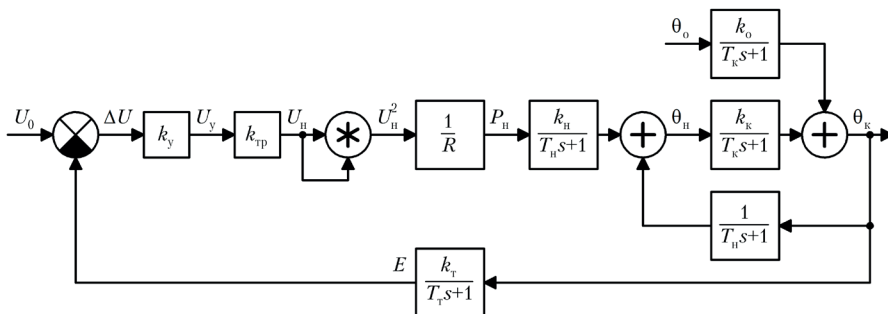


Рис. 1.5. Структурная схема нелинейной САР температуры в термической камере

Обобщая изложенное, можно отметить следующее: основные математические модели САР – это системы дифференциальных и алгебраических уравнений, а также полученные на их основе передаточные функции и структурные схемы.

Примечание: исходной базой рассмотренных математических моделей САР являются системы дифференциальных и алгебраических уравнений, в которых входные и выходные переменные (координаты) представляют собой реальные величины или малые отклонения от их абсолютных значений, соответствующих установившемуся режиму с определенными физическими размерностями. Помимо такого подхода, могут применяться модели на основе уравнений, записанных в безразмерной форме, в которых переменные представлены в безразмерном виде (в относительных единицах). Методику преобразования исходных уравнений в безразмерную форму можно найти в ряде учебников по теории автоматического регулирования и управления [8, 9]. Для целей компьютерного моделирования САР, исходя из физической наглядности процессов регулирования, целесообразно использовать математические модели, координаты которых представлены в поименованных единицах.

Кроме рассмотренных выше форм представления математических моделей, в теории автоматических систем используются математические модели в векторно-матричной форме (в пространстве состояний), сущность которых рассмотрена далее в п. 1.1.2.

1.1.2. Математические модели САР в пространстве состояний

Поведение любой САР во времени при определенных значениях входных воздействий (координат) $g_1 \dots g_m$ можно характеризовать не только выходными величинами системы $y_1 \dots y_k$, но и ее переменными $x_1 \dots x_n$, число которых равно порядку

системы n [6, 10]. Посредством перевода исходной системы дифференциальных уравнений в форму Коши, с использованием входных, промежуточных и выходных координат, получают n -мерный вектор состояния, множество возможных сочетаний которого образует векторное пространство, называемое пространством состояний системы (рис. 1.6).

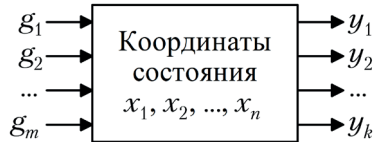


Рис. 1.6. К понятию пространства состояний системы

Рассмотрим в общем случае линейную (линеаризованную) САР (рис. 1.6), описываемую системой дифференциальных уравнений в векторной форме:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bg; \\ y = Cx, \end{cases} \quad (1.21)$$

где x – вектор состояния системы, y – вектор выходных величин, g – вектор внешних воздействий (задающих и возмущающих), а именно:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_k \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} g_1 \\ \dots \\ g_m \end{bmatrix}.$$

Через A, B, C обозначены:

- собственная параметрическая матрица системы:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix};$$

- входная матрица системы:

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix};$$

- выходная матрица системы:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{k1} & \dots & c_{kn} \end{bmatrix}.$$