



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

А. К. Пономаренко  
В. Ю. Сахаров  
П. К. Черняев

# ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ОБЫКНОВЕННЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Учебное пособие

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

А. К. Пономаренко, В. Ю. Сахаров,  
П. К. Черняев

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО ОБЫКНОВЕННЫМ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ**

Учебное пособие



ИЗДАТЕЛЬСТВО САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

УДК 517.9:(0.75.8)

ББК 22.16

П56

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. *Ю. Н. Бибиков* (С.-Петербург. гос. ун-т),  
д-р техн. наук, проф. *А. П. Господариков* (С.-Петербург. горный  
ун-т)

**Пономаренко А. К., Сахаров В. Ю., Черняев П. К.**

П56 Индивидуальные задания по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пособие / С.-Петербург. гос. ун-т. — СПб., 2016. — 48 с.

Учебное пособие представляет собой сборник задач, предназначенных для первоначального ознакомления с обыкновенными дифференциальными уравнениями и освоением техники составления и решения простейших уравнений. Все задания составлены с расчетом на групповые занятия.

Предназначено для студентов 1–2 курсов и преподавателей университета, может быть полезно преподавателям соответствующих дисциплин.

УДК 517.9:(0.75.8)

ББК 22.16

© Санкт-Петербургский  
государственный  
университет, 2016

## Задание № 1

Найти общий интеграл дифференциального уравнения с отделяющимися переменными.

- 1.1.  $y^2 dx - 2xy dy = 4y dy - dx.$
- 1.2.  $\sqrt{9 - y^2} dx - 4 dy = x^2 dy.$
- 1.3.  $y dy + \sqrt{y^2 + 4} dx = 2x^2 y dy.$
- 1.4.  $y^2 dx - x dy = 2 dy - 4 dx.$
- 1.5.  $x^2 dy = 2x\sqrt{y^2 + 4} dx - dy.$
- 1.6.  $\sqrt{9 - y^2} dx - 2 dy = x dy.$
- 1.7.  $2xy^2 dx - dy = x^2 dy - 8x dx.$
- 1.8.  $dy = \sqrt{y^2 + 4} dx - x dy.$
- 1.9.  $2x\sqrt{4 - y^2} dx - dy = x^2 dy.$
- 1.10.  $x^2 dy = \sqrt{y^2 + 1} dx - 4 dy.$
- 1.11.  $y^2 dx - 2y dy = 2xy dy - 4 dx.$
- 1.12.  $9 dy = \sqrt{4 - y^2} dx - x^2 dy.$
- 1.13.  $2x^2 y dy = \sqrt{y^2 + 1} dx + 8y dy.$
- 1.14.  $9 dx - x dy = dy - y^2 dx.$
- 1.15.  $2x\sqrt{y^2 + 1} dx - x^2 dy = 4 dy.$
- 1.16.  $dy = \sqrt{4 - y^2} dx - x dy.$
- 1.17.  $18x dx - x^2 dy = 4 dy - 2xy^2 dx.$
- 1.18.  $\sqrt{y^2 + 1} dx - 2 dy = x dy.$
- 1.19.  $4 dy = 2x\sqrt{9 - y^2} dx - x^2 dy.$
- 1.20.  $\sqrt{y^2 + 4} dx - 9 dy = x^2 dy.$
- 1.21.  $dy - 2xy dx = 4x dx - x^2 dy.$
- 1.22.  $4 dx = \sqrt{9 - x^2} dy - y^2 dx.$
- 1.23.  $2xy^2 dx = \sqrt{x^2 + 4} dy + x dx.$
- 1.24.  $4 dy - y dx = 2 dx - x^2 dy.$
- 1.25.  $dx = 2y\sqrt{x^2 + 4} dy - y^2 dx.$
- 1.26.  $2 dx = \sqrt{9 - x^2} dy - y dx.$
- 1.27.  $8y dy - dx = y^2 dx - 2x^2 y dy.$
- 1.28.  $\sqrt{x^2 + 4} dy - dx = y dx.$
- 1.29.  $dx = 2y\sqrt{4 - x^2} dy - y^2 dx.$
- 1.30.  $-y^2 dx + \sqrt{x^2 + 1} dy = 4 dx.$

### Вариант № 22

Скорость распада некоторого радиоактивного вещества пропорциональна его массе. За 30 дней распалось 25% первоначальной массы  $m_0$  этого вещества. Найти: 1) закон распада вещества; 2) время  $T$ , в течение которого первоначальная масса вещества уменьшится вдвое; 3) через сколько времени останется 1% первоначальной массы вещества.

### Вариант № 23

Некоторое радиоактивное вещество с известной первоначальной массой  $m_0$  имеет период полураспада 100 дней (период полураспада — время, в течение которого распадется половина первоначальной массы). Скорость распада этого вещества в каждый момент  $t$  пропорциональна его массе в этот момент (коэффициент пропорциональности  $k$  называется константой скорости распада). Найти закон распада вещества и значение константы скорости распада.

### Вариант № 24

Активность некоторого радиоактивного отложения пропорциональна скорости своего уменьшения. Найти зависимость этой активности от времени, если известно, что в течение четырех дней она уменьшилась вдвое.

**У к а з а н и е.** Обозначим через  $I(t)$  активность радиоактивного отложения в момент  $t$ , отсчитываемый от начала процесса. В начальный момент  $t = 0$  пусть  $I(0) = I_0$ . Скорость уменьшения этой активности  $\frac{dI}{dt}$  пропорциональна  $I(t)$ :

$$\frac{dI}{dt} = kI,$$

где  $k < 0$  — коэффициент пропорциональности. Это уравнение есть дифференциальное уравнение, описывающее процесс изменения со временем активности радиоактивного отложения.

### Вариант № 25

Период полураспада радия 1590 лет (период полураспада — время, в течение которого распадется половина первоначальной массы). В настоящее время имеется  $m_0 = 500$  мг радия. Скорость его распада пропорциональна его массе. Найти, какое количество радия останется через 250 лет.

Учебное издание

*ПОНОМАРЕНКО Аркадий Кузьмич,  
САХАРОВ Вадим Юрьевич,  
ЧЕРНЯЕВ Петр Константинович*

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО ОБЫКНОВЕННЫМ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ**

*Учебное пособие*

Подписано в печать 11.01.2017. Формат  $60 \times 84^1/16$ .  
Усл. печ. л. 2,79. Тираж 500 экз. (1-й завод — 100 экз.). Заказ № 000.

Издательство Санкт-Петербургского университета.  
199004, Санкт-Петербург, В. О., 6-я линия, д. 11.

Тел./факс +7(812) 328-44-22  
publishing@spbu.ru publishing.spbu.ru

Типография Издательства СПбГУ.  
199034, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, д. 5

Книги Издательства СПбГУ можно приобрести  
в Доме университетской книги  
Менделеевская линия, д. 5  
тел.: +7(812) 329-24-71  
часы работы 10.00–20.00 пн. — сб.,  
а также на сайте publishing.spbu.ru