ИЮЛЬ

ISSN 0130-2221
2017 · № 7

КВАНТ

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

КВАНТ ИЮЛЬ 2017 №7

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1970 ГОДА

В номере:

К восьмидесятилетию Владимира Игоревича Арнольда

Вся жизнь Владимира Игоревича была восхождением.

Детство его было счастливым. Оно прошло в окружении выдающихся личностей. Он родился в Одессе, где в Новороссийском университете у выдающегося математика С.О.Шатуновского учился его отец, ставший замечательным математиком и педагогом – первым доктором педагогических наук в СССР. Четыре поколения его родных были связаны с математикой. Среди близких родственников по отцу было также множество людей, служивших в Черноморском флоте (двоюродными братьями отца были четыре адмирала).

Мама В.И.Арнольда была по профессии искусствоведом. Она была племянницей одного из самых замечательных физиков нашей страны – Леонида Исааковича Мандельштама, человека необыкновенного нравственного совершенства, основоположника выдающейся школы. Среди его учеников были И.Е.Тамм, М.А.Леонтович, А.А.Андронов и другие. Общение с ними оказало очень большое влияние на мальчика.

В Москве Арнольды жили в одном из арбатских переулков, в самом центре Москвы, которую мальчик знал как никто. С самых ранних лет Арнольд стал проявлять необычайную любознательность, распространявшуюся на самые разные области знания. Во время войны, например, когда ему было шесть лет, вооружившись компасом и взяв себе в помощники младшего брата, Арнольд провел топографическую съемку Садового кольца, измеряя расстояние шагами, и обнаружил при этом многие несоответствия с тем, что изображалось на картах Москвы.

Он учился в знаменитой пятьдесят девятой школе, из которой вышло множество выдающихся людей, в частности математиков, механиков и физиков. Владимир Игоревич с большой любовью вспоминал своих учителей, особенно учителя математики Ивана Васильевича Морозкина. Одну из задач, предложенных ему учителем, двенадцатилетний мальчик обдумывал весь день, «и решение, – писал он спустя многие годы, – снизошло на меня, как откровение. Испытанный мною тогда (1949) восторг был в точности тем же, который я испытывал при решении гораздо более серьезных проблем».

Большое влияние на юношу оказало и его участие в домашнем кружке А.А.Ляпунова, носившем название ДНО – Детское научное общество. Там обсуждались самые глубокие проблемы науки. Первые научные выступления мальчика с докладами на этом Обществе запомнились глубиной и совершенством изложения трудных научных проблем.

В школьные годы Дима (так звали Арнольда родные и друзья) стал принимать участие в математическом кружке и московских математических олимпиадах. Об этом он как-то написал, что там «обычно получал вторую премию (как в свое время Максвелл или Кельвин)».

В 1954 году Арнольд стал студентом механико-математического факультета Московского университета. Это была пора расцвета механико-математического факультета. «Плеяда великих математиков, собранных на одном факультете, представляла собой явление совершенно исключительное, и мне не приходилось встречать ничего подобного более нигде», – пишет В.И.Арнольд, называя при этом имена А.Н.Колмогорова, И.М.Гельфанда, И.Г.Петровского, Л.С.Понтрягина, П.С.Новикова, А.А.Маркова, А.О.Гельфонда, Л.А.Люстерника, А.Я.Хинчина и П.С.Александрова (порядок в этом перечислении принадлежит Арнольду).

На первом курсе Арнольд принял участие в кружках А.Г.Витушкина и Е.Б.Дынкина для первокурсников, а когда он учился на втором курсе, А.Н.Колмогоров объявил семинар для младшекурсников. На первом заседании, рассказывая о планах семинара, Андрей Николаевич говорил о различных задачах номографии, в которых процессы, задаваемые сложными функциями, приближенно представлялись более простыми. Говоря о дальних перспективах, А.Н. сказал, что можно помечтать и о том, чтобы найти подходы к решению 13-й проблемы Гильберта о невозможности свести функции многих переменных к суперпозициям функций меньшего числа переменных.

Владимир Игоревич Арнольд

(12.06.1937–03.06.2010)

Будучи студентом третьего курса, Арнольд решил 13-ю проблему Гильберта, и это послужило началом его фантастической научной биографии.

Арнольд преобразовал целые математические области. Он служил своей профессии и просвещению на всех возможных поприщах. Он основал выдающуюся математическую научную школу, написал множество замечательных учебников, монографий и обзорных статей, посвященных проблемам математики. Начиная с руководства знаменитым школьным математическим кружком в пятидесятые годы, В.И.Арнольд очень много внимания уделял непосредственной работе со школьниками. В 1963 году он участвовал в работе первой летней математической школы, а последние десять лет ежегодно бывал на юношеских школах в Дубне. Прочитанный В.И. курс для первых выпускников Колмогоровской ФМШ (ныне СУНЦ МГУ) стал педагогическим шедевром. По инициативе В.И.Арнольда были созданы Московский центр непрерывного математического образования и Независимый Московский университет. Влияние В.И.Арнольда на весь математический мир было огромно.

В.И.Арнольд был удостоен множества званий, докторских степеней и наград. Среди премий – премия Московского математического общества (1958 г.), которой Владимир Игоревич особенно гордился, Ленинская премия (1965, вместе с А.Н.Колмогоровым), Крафоордская премия Шведской Академии наук (1982), Харвиевская премия Техниона (1994), премия Вольфа (2001), премия имени Жунь Жуньшоу (2005) (ее называют Нобелевской премией Востока), Государственная премия Российской Федерации (2008).

Жизнь Владимира Игоревича внезапно оборвалась, когда он был преисполнен творческих замыслов. Двенадцатого июня этого года ему исполнилось бы восемьдесят лет. Путь Владимира Игоревича Арнольда в бессмертие продолжается.

В.Тихомиров

Для чего мы изучаем математику?

Что об этом думают сами математики

В.АРНОЛЬД

Для чего надо изучать математику? В 1267 году на этот вопрос уже ответил английский философ Роджер Бэкон: «Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества». Собственно, на этом можно было бы и закончить лекцию, но люди думают, что, может быть, что-то изменилось за семь веков…

Послушаем более современное свидетельство – один из создателей квантовой механики, Поль Дирак, утверждает, что при построении физической теории «следует не доверять всем физическим концепциям». А чему же доверять? «Доверять математической схеме, даже если она, на первый взгляд, не связана с физикой». Действительно, все чисто физические концепции начала века физикой отброшены, а математические модели, взятые физиками на вооружение, постепенно обретают физическое содержание. И в этом проявилась устойчивость математики.

Итак, математическое моделирование – продуктивный метод познания в естествознании. Мы подойдем к математическим моделям с другой стороны, рассматривая проблемы математического образования.

С лекцией на эту тему академик Владимир Игоревич Арнольд выступил 16 апреля 1992 года в Республиканском институте повышения квалификации работников образования (Москва). Запись лекции нам предоставил доцент Ю.Фоминых (Пермь).

Впервые эта статья была опубликована в «Кванте» №1/2 за 1993 год.

В нашем математическом образовании (и среднем, и высшем) мы идем в фарватере европейской системы, основанной на «бурбакизации» математики. Группа молодых французских математиков, выступавшая под псевдонимом Никола Бурбаки, начиная с 1939 года опубликовала несколько книг, в которых формально (т.е. с помощью аксиоматического метода) излагались основные разделы современной математики на основе теории множеств.

Формализация математики приводит и к определенной формализации ее преподавания. В этом и проявляются издержки «бурбакизации» математического образования. Характерный пример. Ученикам второго класса во французской школе задают вопрос:

– Сколько будет два плюс три?

Ответ:

– Так как сложение коммутативно, то будет три плюс два.

Замечательный ответ! Он совершенно правильный, но ученику и в голову не приходит сложить эти два числа, потому что при обучении упор делается на свойства операций.

В Европе уже осознали недостатки такого подхода к образованию, и начался откат от «бурбакизации».

В нашей стране в последние годы происходит американизация математического образования. В ее основе лежит принцип: учить тому, что нужно для практики. А если кто-то считает, что ему математика не нужна, то он может не изучать ее совсем. В старших классах американских колледжей курс математики факультативен: третья часть старшеклассников, например, не изучает алгебру. К чему это приводит, показывает следующий пример. В тесте для 14-летних американских школьников предлагалось оценить (не вычислить, а лишь оценить), что произойдет с числом 120, если от него взять 80%. И предлагалось три варианта ответа: увеличилось; осталось прежним; уменьшилось. Крестики напротив правильного ответа поставили примерно 30% опрашиваемых. Иными словами, школьники ставили крестики наудачу. Вывод: никто ничего не знает.

Вторая особенность американского подхода к преподаванию математики – его компьютеризация. Само по себе увлечение компьютерами не способствует развитию мышления. Вот еще пример из американского теста: в классе 26 учеников. С ними нужно провести экскурсию на автомобилях. В одной машине могут ехать один родитель и 4 школьника. Сколько родителей нужно попросить помочь? Типичный ответ: 65 родителей. Компьютер выдает: 26 : 4 = 6,5. Ну а школьник уже знает, что если в решении должны быть целые числа, то с десятичной запятой надо что-то сделать, например отбросить.

А вот пример из официального американского экзамена 1992 года для студентов:

«Что из нижеследующего больше всего походит на соотношение между углом и градусом:

а) время и час,

б) молоко и кварта,

в) площадь и квадратный дюйм (и т.д.)».

Ответ: площадь и квадратный дюйм, так как градус – минимальная единица угла, а квадратный дюйм – площади, в то время как час делится еще и на минуты.

Составители этой задачи явно обучены по американской системе.[1] Боюсь, что и мы придем к этому уровню.

[1] Нью-Йоркский профессор Джо Бирман объяснил мне, что для него как американца «правильное» решение этой задачи совершенно очевидно. «Дело в том, – сказал он, – что я точно представляю себе степень идиотизма составителей этих задач».

Можно только удивляться, что в США так много замечательных математиков и физиков (правда, многие из них иммигранты; лучшие студенты в американских университетах сегодня – китайцы).

Сейчас наше математическое образование медленно поворачивается от европейской системы к американской. Как всегда, мы опаздываем, отстаем от Европы лет на 30, и надо быть готовыми к тому, чтобы через 30 лет спасать ситуацию и выходить из этого тупика, в который нас приведет американизация образования с ее прагматичностью, факультативностью, повальной компьютеризацией.

Наше традиционное отечественное преподавание математики имело более высокий уровень и базировалось на культуре арифметических задач. Еще два десятка лет назад в семьях сохранялись старинные «купеческие» задачи. Теперь это утрачено. Алгебраизация последней реформы преподавания математики превращает школьников в автоматы. А именно арифметический подход демонстрирует содержательность математики, которой мы учим.

Рассмотрим, например, задачи:

1. Имеется 3 яблока, 1 взяли. Сколько осталось?

2. Сколько нужно сделать распилов, чтобы бревно распалось на 3 части?

3. У меня сестер на 3 больше, чем братьев. На сколько в нашей семье сестер больше, чем братьев?

С точки зрения арифметики это все разные задачи – у них разное содержание. Интеллектуальные усилия, нужные для решения этих задач, совершенно разные, хотя алгебраическая модель одна: $3 - 1 = 2$.

В математике прежде всего поражает удивительная универсальность ее моделей и их непостижимая эффективность в приложениях.

Вспомним В.В.Маяковского: «Человек, впервые сформулировавший, что «два и два четыре», – великий математик, если даже он получил эту истину из складывания двух окурков с двумя окурками. Все дальнейшие люди, хотя бы они складывали неизмеримо бóльшие вещи, например паровоз с паровозом, – не математики».

Считать паровозы – это и есть американский путь математического образования. Это гибель. Пример с развитием физики показывает, что «паровозная» математика в начале нашего века оказалась хуже «окурочной»: прикладная математика не успевала за физикой, а в теоретической нашлось все, что необходимо было для дальнейшего развития физики. «Паровозная» математика не может успеть за практикой: пока мы учим считать на счетах, появляются компьютеры. Надо учить думать, а не тому, как нажимать на кнопки.

Правда, математическая модель не всегда дает немедленную практическую отдачу. Бывает, что она окажется полезной только через две тысячи лет.

Примером тому – конические сечения, они были открыты в Древней Греции и описаны Аполлонием Пергским (ок. 260 – ок. 170 до н.э.) в 8-томном трактате. А понадобилась эта теория Иоганну Кеплеру в XVI веке, когда он выводил законы движения планет. Его учитель Тихо Браге в обсерватории «Ураниборг» в течение 20 лет скрупулезно измерял положения планет Солнечной системы. После смерти учителя Кеплер взялся за математическую обработку результатов этих наблюдений и обнаружил, что, например, траектория движения Марса – эллипс.

Эллипс – это геометрическое место точек плоскости, сумма расстояний от которых до двух данных точек, называемых фокусами, постоянна. Тот факт, что сечение конуса плоскостью, достаточно сильно наклоненной к его оси, является эллипсом, – замечательная геометрическая теорема, к сожалению, не доказываемая в школе. Доказательство ее очень простое (рис. 1). Вписанные в конус и касающиеся плоскости (в фокусах E и F эллипса) сферы, на рассмотрении которых основано доказательство, называются сферами Данделена.

Чтобы понять рассуждения Кеплера, нам потребуются некоторые простые факты из геометрии эллипса. Длина большой полуоси эллипса OK (рис. 2), обычно обозначаемая через a, равна длине

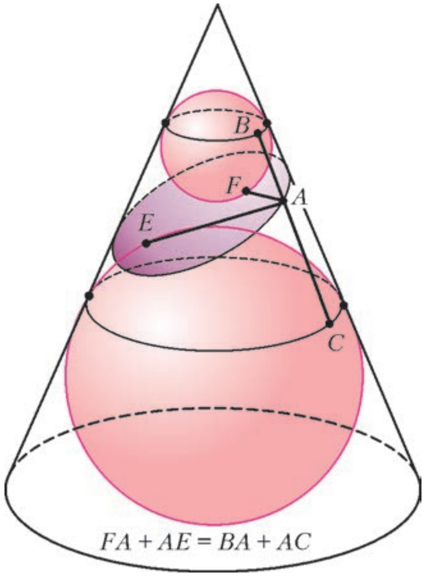

Рис. 1. Эллипс с фокусами F и E и сферы Данделена

гипотенузы EL треугольника с катетами $b = |OL|$ (малая полуось) и $c = |EO|$. Отношение c/a характеризует форму эллипса и называется эксцентриситетом, так

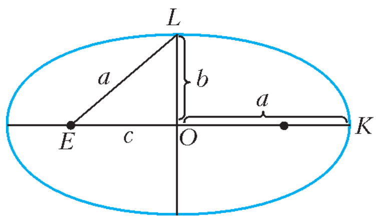

Рис. 2. Фокусы, полуоси и эксцентриситет эллипса

как пропорционально смещению фокусов от центра эллипса. Эксцентриситет обычно обозначается буквой e.

По теореме Пифагора отношение длин полуосей эллипса есть $b/a = \sqrt{1-e^2} \approx \approx 1 - e^2/2$ при малых e.

Отсюда видно, что эллипс с малым эксцентриситетом практически неотличим от окружности. Например, если $e = 0{,}1$, то малая ось короче большой всего на $1/200$. Для эллипса с длиной большой оси 1 метр малая ось короче большой всего на полсантиметра, так что на глаз отличие