

Н. А. Парфентьева

# Решение задач ПО ФИЗИКЕ

25 шагов к сдаче  
ЕГЭ

NEW

Теория

Примеры решения задач

Задачи для самостоятельного решения

Тесты

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25

УДК 53(075.3)  
ББК 22.3я729  
П18

**Парфентьева Н. А.**

П18 Решение задач по физике. 25 шагов к сдаче ЕГЭ [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н. А. Парфентьева. — Эл. изд. — Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 499 с.). — М. : Лаборатория знаний, 2017. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10".

ISBN 978-5-00101-551-2

В настоящем пособии кратко рассмотрены теоретические вопросы, знание которых потребуется учащемуся при решении задач и выполнении теоретических заданий при сдаче ЕГЭ. Кроме того пособие содержит более 300 примеров решения задач по всем разделам физики с подробными пояснениями, примеры тестов и условия задач, самостоятельно решая которые, можно оценить свои возможности успешной сдачи экзамена.

Пособие будет надежным помощником учащимся при подготовке к экзаменам в школе и абитуриентам для поступления в вуз, а также их наставникам.

УДК 53(075.3)  
ББК 22.3я729

**Деривативное электронное издание на основе печатного аналога:** Решение задач по физике. 25 шагов к сдаче ЕГЭ : учебное пособие / Н. А. Парфентьева. — М. : Лаборатория знаний, 2017. — 496 с. : ил. — ISBN 978-5-00101-028-9.

**В соответствии со ст.1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

ISBN 978-5-00101-551-2

© Лаборатория знаний, 2017

# Оглавление

Предисловие	10
<b>Шаг 1. Механика. Кинематика</b>	11
1.1. Перемещение, путь, скорость	12
1.2. Прямолинейное равномерное движение	14
1.3. Относительность движения. Классический закон сложения скоростей	15
1.4. Движение с переменной скоростью	16
1.5. Прямолинейное равноускоренное движение	17
1.6. Кинематика движения материальной точки по окружности и вращательного движения твердого тела с неподвижной осью вращения	20
1.7. Криволинейное движение	22
<i>Примеры решения задач</i>	25
<i>Тесты</i>	37
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	39
<b>Шаг 2. Динамика. Законы Ньютона</b>	43
2.1. Основные понятия динамики	43
2.2. Основные силы в механике	43
2.3. Законы Ньютона	47
<i>Примеры решения задач</i>	49
<i>Тесты</i>	57
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	58
<b>Шаг 3. Динамика. Законы сохранения</b>	61
3.1. Импульс тела. Закон сохранения импульса	61
<i>Примеры решения задач I</i>	63
<i>Тесты I</i>	68
<i>Задачи для самостоятельного решения I</i>	69
3.2. Механическая работа. Мощность	70
3.3. Кинетическая и потенциальная энергии	74
3.4. Закон сохранения механической энергии	75
<i>Примеры решения задач II</i>	76
<i>Тесты II</i>	83
<i>Задачи для самостоятельного решения II</i>	84
<b>Шаг 4. Статика</b>	87
4.1. Условие равновесия материальной точки	87
4.2. Момент силы. Условие равновесия тела с неподвижной осью вращения	87

4.3. Условия равновесия свободного твердого тела	88
4.4. Определение центра тяжести и центра масс	88
4.5. Типы равновесия тела	90
<i>Примеры решения задач</i>	91
<i>Тесты</i>	100
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	101
<b>Шаг 5.</b> Динамика криволинейного движения материальной точки	103
5.1. Основные понятия динамики криволинейного движения	103
5.2. Движение тел в поле силы тяготения	105
<i>Примеры решения задач</i>	105
<i>Тесты</i>	117
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	119
<b>Шаг 6.</b> Элементы гидромеханики	121
6.1. Основные понятия	121
6.2. Закон Паскаля. Гидравлический пресс	122
6.3. Атмосферное давление	123
6.4. Закон Архимеда	124
6.5. Уравнение Бернулли	126
<i>Примеры решения задач</i>	129
<i>Тесты</i>	132
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	133
<b>Шаг 7.</b> Молекулярная физика. Газовые законы. Основное уравнение МКТ газов	135
7.1. Основные понятия	135
7.2. Газовые законы	137
7.3. Объединенный газовый закон. Уравнение Клапейрона — Менделеева	139
7.4. Закон Дальтона	141
7.5. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов	141
<i>Примеры решения задач</i>	145
<i>Тесты</i>	151
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	153
<b>Шаг 8.</b> Первый закон термодинамики	155
8.1. Основные понятия и законы	155
8.2. Первый закон (начало) термодинамики	158
8.3. Изопроцессы в газах с точки зрения первого закона термодинамики	159
<i>Примеры решения задач</i>	160
<i>Тесты</i>	162
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	163

<b>Шаг 9.</b> Второй закон термодинамики. Теория тепловых машин	165
9.1. Второй закон (начало) термодинамики	165
9.2. Тепловая машина	165
9.3. Идеальный цикл Карно	167
9.4. Холодильная машина	169
<i>Примеры решения задач</i>	169
<i>Тесты</i>	171
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	171
<b>Шаг 10.</b> Реальные газы, влажность. Свойства жидкостей	173
10.1. Насыщенный и ненасыщенный пар	173
10.2. Влажность	175
10.3. Свойства жидкости	175
10.4. Тепловое расширение жидких и твердых тел	179
<i>Примеры решения задач</i>	181
<i>Тесты</i>	187
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	188
<b>Шаг 11.</b> Уравнение теплового баланса. Фазовые превращения первого рода	191
11.1. Агрегатные состояния вещества	191
11.2. Плавление и кристаллизация	192
11.3. Испарение и конденсация	192
11.4. Кипение жидкости	193
11.5. Уравнение теплового баланса	194
<i>Примеры решения задач</i>	195
<i>Тесты</i>	197
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	198
<b>Шаг 12.</b> Электростатика. Закон Кулона. Напряженность	199
12.1. Способы электризации тел	199
12.2. Свойства электрических зарядов	201
12.3. Закон Кулона	201
12.4. Напряженность электрического поля. Силовые линии	203
12.5. Электрическое поле точечного заряда и некоторых других заряженных тел	204
12.6. Проводники и диэлектрики в электрическом поле	206
<i>Примеры решения задач</i>	208
<i>Тесты</i>	218
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	219
<b>Шаг 13.</b> Потенциал. Разность потенциалов	221
13.1. Работа электростатической силы по перемещению заряда	221
13.2. Потенциал	223
13.3. Эквипотенциальные поверхности	224
13.4. Принцип суперпозиции для потенциала	225
13.5. Связь напряженности электрического поля с потенциалом	226

<i>Примеры решения задач</i>	226
<i>Тесты</i>	232
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	233
<b>Шаг 14.</b> Электрическая емкость. Энергия электрического поля	235
14.1. Электрическая емкость проводника	235
14.2. Емкость конденсатора	235
14.3. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов	237
14.4. Энергия электрического поля	238
<i>Примеры решения задач</i>	240
<i>Тесты</i>	246
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	247
<b>Шаг 15.</b> Постоянный электрический ток. Законы Ома	249
15.1. Сила тока	249
15.2. Классическая теория проводимости металлов	250
15.3. Закон Ома для однородного участка цепи	251
15.4. Последовательное и параллельное соединение резисторов	252
15.5. Шунтирование приборов	253
15.6. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи	255
15.7. Последовательное и параллельное соединение источников тока. Правила Кирхгофа	257
15.8. Тепловое действие тока. Закон Джоуля — Ленца	259
<i>Примеры решения задач</i>	260
<i>Тесты</i>	272
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	273
<b>Шаг 16.</b> Токи в различных средах	277
16.1. Ток в электролитах	277
<i>Примеры решения задач I</i>	278
16.2. Токи в вакууме и в газах	280
<i>Примеры решения задач II</i>	287
16.3. Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников	289
<i>Примеры решения задач III</i>	293
<i>Тесты III</i>	294
<i>Задачи для самостоятельного решения III</i>	295
<b>Шаг 17.</b> Магнитное поле. Индукция магнитного поля. Силы Ампера и Лоренца	297
17.1. Магнитное поле. Вектор магнитной индукции	297
17.2. Магнитное поле проводников с током различной конфигурации	300
17.3. Закон Ампера	301
17.4. Взаимодействие двух прямолинейных проводников с током	302
17.5. Рамка с током в магнитном поле	303
17.6. Движение заряженных частиц в магнитном поле	304
17.7. Магнитные свойства вещества	306

<i>Примеры решения задач</i>	309
<i>Тесты</i>	314
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	315
<b>Шаг 18.</b> Явление электромагнитной индукции и самоиндукции	317
18.1. Опыты Фарадея	317
18.2. Магнитный поток	317
18.3. Явление электромагнитной индукции. Правило Ленца	318
18.4. Движение прямолинейного проводника в магнитном поле	319
18.5. Работа при движении проводника с током в магнитном поле	320
18.6. Вывод формулы для ЭДС индукции	321
18.7. Явление самоиндукции	322
18.8. Энергия магнитного поля	323
<i>Примеры решения задач</i>	324
<i>Тесты</i>	330
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	330
<b>Шаг 19.</b> Колебания и волны. Механические колебания	333
19.1. Уравнение колебаний	333
19.2. Характеристики гармонических колебаний	334
19.3. Кинематические характеристики гармонического колебания	334
19.4. Динамика гармонических колебаний	335
19.5. Примеры расчета частоты колебаний в различных механических системах	335
19.6. Преобразование энергии при гармонических колебаниях	337
19.7. Сложение колебаний, направленных вдоль одной прямой	339
19.8. Затухающие колебания	340
19.9. Вынужденные колебания	341
19.10. Упругие (механические) волны. Классификация волн	342
19.11. Вывод уравнения плоской волны	344
19.12. Интерференция волн	344
19.13. Стоячая волна	348
19.14. Звук	350
<i>Примеры решения задач</i>	351
<i>Тесты</i>	361
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	362
<b>Шаг 20.</b> Электромагнитные колебания. Свойства электромагнитных волн. Переменный ток	365
20.1. Колебательный контур	365
20.2. Затухающие колебания	367
20.3. Вынужденные колебания	369
20.4. Переменный ток	370
20.5. Генератор переменного тока	373
20.6. Трансформатор	373
20.7. Электромагнитные волны	375

20.8. Основные свойства электромагнитной волны	376
20.9. Шкала электромагнитных волн	377
20.10. Радиоволны	377
<i>Примеры решения задач</i>	380
<i>Тесты</i>	385
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	386
<b>Шаг 21. Геометрическая оптика</b>	389
21.1. Прямолинейное распространение света	389
21.2. Законы отражения света	389
21.3. Законы преломления света	390
21.4. Явление полного внутреннего отражения	391
<i>Примеры решения задач I</i>	392
21.5. Линзы	398
21.6. Построение изображений в собирающей линзе	401
21.7. Построение изображений в рассеивающей линзе	403
21.8. Вывод формулы линзы	404
21.9. Оптические системы	405
<i>Примеры решения задач II</i>	406
<i>Тесты II</i>	416
<i>Задачи для самостоятельного решения II</i>	417
<b>Шаг 22. Волновая и квантовая оптика</b>	419
Волновая оптика	419
22.1. Интерференция света	419
22.2. Оптическая разность хода	421
22.3. Условия наблюдения интерференционных минимумов и максимумов	421
22.4. Опыт Юнга	422
22.5. Расчет интерференционной картины	422
22.6. Применение интерференции	424
22.7. Дифракция света	425
22.8. Дифракционная решетка	425
22.9. Дисперсия, поляризация, рассеяние света	427
<i>Примеры решения задач I</i>	429
<i>Тесты I</i>	434
<i>Задачи для самостоятельного решения I</i>	435
Квантовая оптика	436
22.10. Тепловое излучение. Гипотеза квантов Планка	436
22.11. Фотоэффект	438
22.12. Законы Столетова для внешнего фотоэффекта	439
<i>Примеры решения задач II</i>	440
<i>Тесты II</i>	442
<i>Задачи для самостоятельного решения II</i>	443



<b>Шаг 23.</b> Элементы теории относительности	445
23.1. Принцип относительности Галилея и теория эфира	445
23.2. Постулаты теории относительности	447
23.3. Следствия из постулатов теории относительности	448
23.4. Элементы релятивистской динамики	449
<i>Примеры решения задач</i>	451
<i>Тесты</i>	455
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	456
<b>Шаг 24.</b> Атомная физика. Модель атома Бора	457
24.1. Свойства атомов. Модели атомов	457
24.2. Модель атома по Бору	460
24.3. Волны де Бройля	463
24.4. Принцип неопределенности Гейзенберга	463
24.5. Лазеры	463
<i>Примеры решения задач</i>	465
<i>Тесты</i>	469
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	470
<b>Шаг 25.</b> Ядерная физика. Явление радиоактивности, деление и синтез ядер	471
25.1. Состав ядра	471
25.2. Дефект масс и энергия связи	472
25.3. Явление радиоактивности	473
25.4. Закон радиоактивного распада	475
25.5. Ядерные реакции	477
<i>Примеры решения задач</i>	483
<i>Тесты</i>	484
<i>Задачи для самостоятельного решения</i>	485
25.6. Современные проблемы физики. Элементарные частицы	486
Ответы на вопросы тестов и к задачам для самостоятельного решения	491

**В** разделе физики «Механика» изучаются механическое движение, условия и причины, вызывающие его, а также условия равновесия тел.

**Механическим движением** называется изменение положения тела или его частей относительно других тел с течением времени.

Всякое движение относительно. Характер движения зависит от того, относительно каких тел мы его рассматриваем.

Тело, относительно которого мы рассматриваем положение других тел в пространстве, называется **телом отсчета**.

**Системой отсчета** называют тело отсчета, систему координат, связанную с телом отсчета, и выбранный метод отсчета времени, т. е. часы. Выбор системы отсчета зависит от условий данной задачи.

В физике широко пользуются моделями, которые позволяют из всего многообразия физических свойств выбрать главное, определяющее данное физическое явление. Одними из первых моделей реальных тел являются материальная точка и абсолютно твердое тело.

**Материальной точкой** называется тело, размерами и формой которого можно пренебречь в условиях данной задачи; таким образом, движение реального тела можно рассматривать как движение геометрической точки. **Абсолютно твердым телом** называется тело, расстояние между любыми двумя точками которого остается постоянным при его движении.

Эти модели позволяют не рассматривать деформацию тел при их движении.

Движение реальных тел, как правило, сложное. Поэтому для упрощения решения задач пользуются **законом независимости движений**: всякое сложное движение можно представить как сумму независимых простейших движений. К простейшим движениям относятся **поступательное** и **вращательное**.

**Поступательным** называется движение, при котором отрезок, соединяющий любые две точки твердого тела, перемещается при движении параллельно самому себе. Из этого следует, что все точки тела при поступательном движении движутся одинаково, т. е. с одинаковыми скоростями, ускорениями и по одинаковым траекториям. **Траектория** — линия, описываемая материальной точкой при ее движении.

**Вращательным** называется движение, при котором все точки абсолютно твердого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой **осью вращения**, причем эти окружности лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения.

Пользуясь законом независимости движений, сложное движение твердого тела можно рассматривать как сумму поступательного и вращательного движений.

На рисунке 1.1 показано движение карандаша. Переход из положения  $A_1B_1$  (начальное положение) в положение  $A_2B_2$  (конечное) можно рассматривать как сумму двух движений: поступательного (в положение  $A_2B'$ ) и вращательного (в  $A_2B_2$ ).

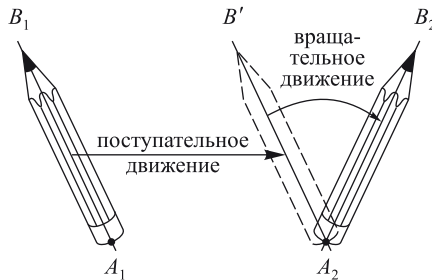


Рис. 1.1

Движение и вообще все физические явления описываются с помощью физических величин, между которыми устанавливаются соотношения, называемые *физическими законами*.

Измерение любой физической величины делается по отношению к единице этой величины. Например, бессмысленно говорить, что длина равна 1. Станет понятно, чему она равна, если около нее будет стоять единица измерения — метр, сантиметр и т. д.

Мы будем использовать при определении величин Международную систему единиц, СИ (интернациональная система). Основными величинами системы СИ в механике являются метр (м), секунда (с), килограмм (кг). Такие величины, как скорость, ускорение, являются производными.

Кинематика описывает движение тел без выяснения причин, вызывающих данное движение. Начнем с изучения движения тел, которые можно рассматривать как материальные точки.

Основной задачей кинематики является определение закона движения, а также уравнения движения, позволяющего определить положение тела в любой момент времени. Заметим, что все приведенные ниже формулы справедливы и для описания поступательного движения абсолютно твердого тела.

### 1.1. Перемещение, путь, скорость

**Перемещение**  $\vec{s}$  — вектор, соединяющий начальную  $A$  и конечную  $B$  точки траектории, по которой двигалась материальная точка некоторый промежуток времени  $\Delta t$  (рис. 1.2).

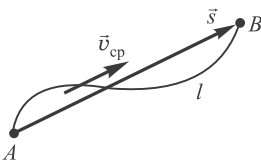


Рис. 1.2

Путь  $l$  — длина траектории.

При *прямолинейном* движении (траектория — прямая линия) модуль перемещения  $\vec{s}$  равен длине пути  $l$ , если движение происходит в одном направлении.

Быстрота изменения положения материальной точки в пространстве с течением времени характеризуется *средней* и *мгновенной* скоростями.

**Средняя скорость перемещения** — векторная величина, равная отношению перемещения к промежутку времени, за которое это перемещение произошло:

$$\vec{v}_{\text{cp}} = \vec{s}/t. \tag{1.1}$$

Пусть точка движется по траектории от  $A$  до  $B$ .

На рисунке 1.2 показаны перемещение  $\vec{s}$  и вектор средней скорости  $\vec{v}_{\text{cp}}$ .

Гораздо чаще для характеристики движения мы пользуемся понятием **средней путевой скорости** (скорости прохождения пути), равной отношению пути к промежутку времени, за который этот путь пройден:

$$v_{\text{cp}l} = l/t. \tag{1.2}$$

На рисунке 1.2  $l$  — длина кривой  $AB$ . Очевидно, что, поскольку  $|\vec{s}| \leq l$ , должно выполняться и условие  $|\vec{v}_{\text{cp}}| \leq v_{\text{cp}l}$ .

**Мгновенная скорость** — вектор скорости тела в данный момент времени.

**Мгновенной скоростью** называется предел ( $\lim$ ) отношения малого перемещения  $\Delta\vec{s}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который это перемещение произошло, при стремлении  $\Delta t$  к нулю:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}. \tag{1.3}$$

Мгновенная скорость направлена по касательной к траектории. Это вытекает из следующих соображений: вектор  $\vec{v}_{\text{cp}}$  направлен вдоль секущей  $AB_3$  (рис. 1.3). Если  $\Delta t$  стремится к нулю, то в пределе точки  $A$  и  $B_3$  сольются в одну точку, при этом секущая превратится в касательную.

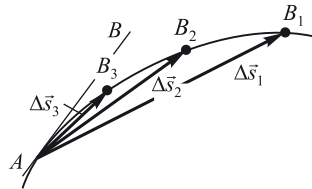


Рис. 1.3

Рассмотрим движение точки в прямоугольной системе координат (рис. 1.4).

Положение точки характеризуется положением радиуса-вектора  $\vec{r}$ . Из рисунка видно, что перемещение точки равно изменению радиуса-вектора:  $\Delta\vec{s} = \Delta\vec{r}$ ,  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ .

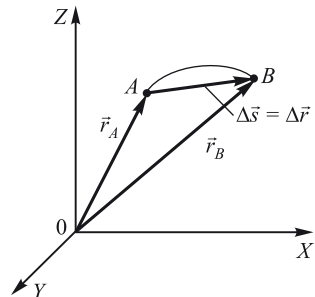


Рис. 1.4

Тогда мгновенную скорость точки можно определить как первую производную радиуса-вектора по времени:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{r}'.$$

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25

## 1.2. Прямолинейное равномерное движение

**Равномерным прямолинейным** называется движение, при котором материальная точка за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения. При этом движении мгновенная скорость совпадает со средней скоростью перемещения:

$$\vec{v}_{\text{мгн}} = \vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Пусть  $x_0$  — координата точки в момент времени  $t = 0$  (рис. 1.5), а  $x$  — координата в момент времени  $t$ . Очевидно,  $\Delta x = x - x_0$ . Из определения скорости следует:  $v_x = (x - x_0)/t$ , откуда уравнение движения материальной точки, т. е.  $x = f(t)$ , имеет вид:

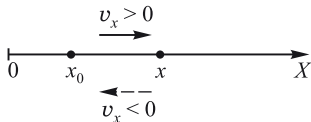


Рис. 1.5

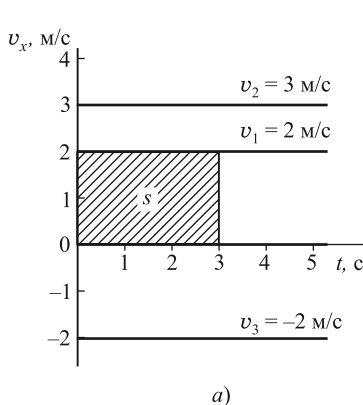
$$x = x_0 + v_x t, \quad (1.4)$$

где  $v_x = \pm v$ , где  $v = |\vec{v}|$ .

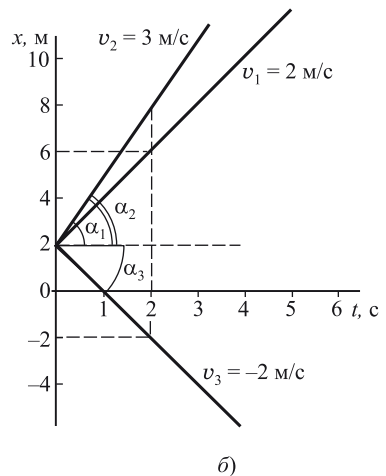
Тогда получаем закон движения тела в виде:

$$x = x_0 \pm vt. \quad (1.5)$$

На рисунке 1.6 показаны зависимости  $v_x(t)$  и  $x(t)$  от времени при различных значениях скоростей:  $v_x = 2$  м/с,  $3$  м/с,  $-2$  м/с и  $x_0 = 2$  м. Из рисунка очевидно, что чем больше  $v_x$ , тем больше угол наклона графика  $x(t)$  к оси абсцисс. По графику  $v_x(t)$  (см. рис. 1.6, а) можно найти модуль перемещения  $s$  за время  $t$ , определив площадь заштрихованного прямоугольника.



а)



б)

Рис. 1.6

### 1.3. Относительность движения.

#### Классический закон сложения скоростей

Для описания движения необходимо выбрать систему отсчета. В ряде задач приходится рассматривать движение одного и того же тела относительно разных тел, причем эти тела, а следовательно, связанные с ними системы отсчета, могут двигаться относительно друг друга. Обозначим скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной  $\vec{v}_0$ , скорость тела относительно неподвижной системы отсчета  $\vec{v}$ . (Обычно в качестве неподвижной принимается система отсчета, в которой телом отсчета является Земля.) Скорость тела относительно подвижной системы отсчета есть  $\vec{v}'$ .

Пусть в начальный момент времени начала координат, связанных с подвижной и неподвижной системами отсчета, совпадают (рис. 1.7, а). Материальная точка также находится в начале координат. За время  $\Delta t$  материальная точка переместилась в неподвижной системе на  $\Delta\vec{s}$ , в подвижной — на  $\Delta\vec{s}'$ , а начало координат подвижной системы переместилось на  $\Delta\vec{s}_0$  (рис. 1.7, б):  $\Delta\vec{s} = \Delta\vec{s}_0 + \Delta\vec{s}'$ . Разделив на  $\Delta t$  левую и правую части равенства, получим

$$\frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{s}_0}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{s}'}{\Delta t},$$

откуда

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'. \quad (1.6)$$

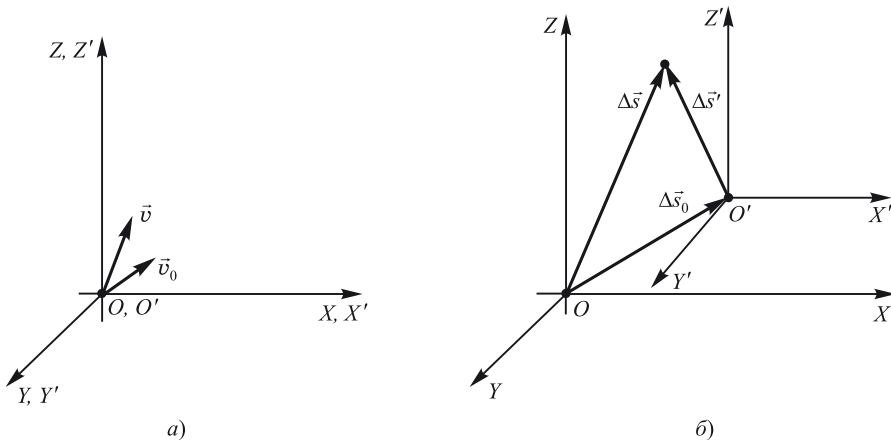


Рис. 1.7

Полученное уравнение выражает *классический закон сложения скоростей*. Скорости  $\vec{v}$ ,  $\vec{v}_0$  и  $\vec{v}'$  обычно имеют следующие названия и обозначения:  $\vec{v}$  — абсолютная скорость,  $\vec{v}_{\text{абс}}$ ;  $\vec{v}'$  — относительная скорость,  $\vec{v}_{\text{отн}}$ ;  $\vec{v}_0$  —

переносная скорость,  $\vec{v}_{\text{пер}}$ . Тогда классический закон сложения скоростей запишем в виде:

$$\vec{v}_{\text{абс}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}, \quad (1.7)$$

т. е. абсолютная скорость тела равна геометрической сумме векторов относительной и переносной скоростей.

### 1.4. Движение с переменной скоростью

Величина, характеризующая быстроту изменения скорости, называется *ускорением*.

*Среднее ускорение* определяется отношением изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло:

$$\vec{a}_{\text{ср}} = \Delta \vec{v} / \Delta t. \quad (1.8)$$

Если  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  — мгновенные скорости в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , то  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ ,  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

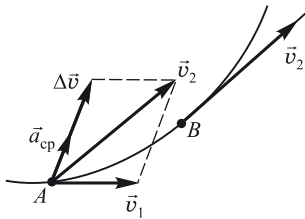


Рис. 1.8

На рисунке 1.8 изображены векторы мгновенных скоростей и ускорения. Сделаем параллельный перенос вектора  $\vec{v}_2$  в точку A. Тогда  $\Delta \vec{v}$  определит направление  $\vec{a}_{\text{ср}}$ .

*Мгновенное ускорение* — ускорение тела в данный момент времени. Это физическая величина, равная пределу отношения изменения скорости к промежутку времени, за который это изменение произошло, при стремлении промежутка времени к нулю:

$$\vec{a}_{\text{мгн}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{v}'. \quad (1.9)$$

Вектор мгновенного ускорения  $\vec{a}_{\text{мгн}}$  направлен так же, как и вектор изменения скорости  $\Delta \vec{v}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ , и не совпадает в общем случае с направлением вектора скорости  $\vec{v}$ .

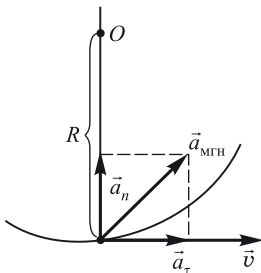


Рис. 1.9

Пусть мгновенное ускорение  $\vec{a}_{\text{мгн}}$  направлено, как указано на рис. 1.9, под углом к вектору скорости. Ускорение характеризует изменение скорости по модулю и по направлению. Разложим ускорение на две составляющие:  $a_\tau$  — тангенциальное (или касательное  $a_k$ ) ускорение и  $a_n$  — нормальное (или центростремительное  $a_{\text{цс}}$ ) ускорение. Составляющая ускорения  $a_\tau$  направлена по касательной к траектории и характеризует из-

менение скорости по модулю; составляющая  $a_n$  направлена к центру кривизны траектории (по нормали к скорости) и характеризует изменение скорости по направлению.  $a_n = v^2/R$ , где  $v$  — модуль мгновенной скорости,  $R$  — радиус кривизны траектории в данной точке (покажем ниже). Модуль мгновенного ускорения

$$a_{\text{мгн}} = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \tag{1.10}$$

### 1.5. Прямолинейное равноускоренное движение

Когда нормальное ускорение тела равно нулю,  $a_n = 0$ , скорость не изменяется по направлению. В этом случае полное ускорение равно тангенциальному  $\vec{a} = \vec{a}_\tau$ . Если при этом ускорение остается постоянным по величине, то материальная точка движется прямолинейно и равноускоренно и среднее ускорение равно мгновенному:  $\vec{a}_{\text{ср}} = \vec{a}_{\text{мгн}}$ .

Направим ось  $OX$  вдоль направления движения тела в момент времени  $t = 0$  (рис. 1.10). Из определения ускорения следует, что  $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$ , где  $v_{0x}$  — скорость тела при  $t = 0$ . Тогда составляющая скорости по оси  $X$

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \tag{1.11}$$

На рисунках 1.10 показаны скорости и направления ускорения ( $a_x > 0$  и  $a_x < 0$ ).

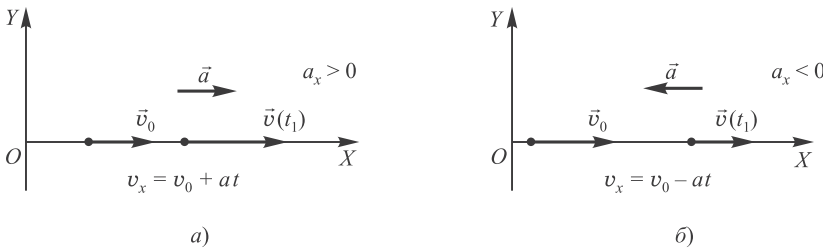


Рис. 1.10

Пусть скорость изменяется со временем, как показано на рис. 1.11. Разделив промежуток времени на малые отрезки  $\Delta t_i$ , в пределах каждого из которых скорость можно считать постоянной, получим, что перемещение за некоторый промежуток времени  $\Delta t$  численно равно сумме площадей малых прямоугольников, т. е. площади криволинейной трапеции (заштрихованная площадь).

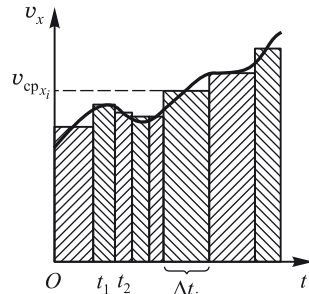


Рис. 1.11

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25



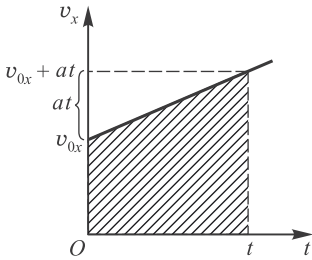


Рис. 1.12

Зная закон изменения скорости при прямолинейном равноускоренном движении и изобразив его на графике (рис. 1.12), мы получим формулу для определения изменения координаты тела со временем. Это изменение численно равно площади заштрихованной трапеции:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{v_{0x} + v_x}{2} t = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2} t = \\ &= v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Следовательно, положение (координата) материальной точки определяется уравнением движения

$$x = x_0 + v_{0x} t + a_x t^2 / 2. \quad (1.13)$$

В это уравнение мы подставляем значения кинематических характеристик с учетом их направления, поэтому для решения задач удобны следующие выражения для скорости и координаты точки:

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm at^2 / 2, \quad (1.14)$$

$$v_x = \pm v_0 \pm at, \quad (1.15)$$

где  $v_0$  и  $a$  — модули начальной скорости и ускорения.

Если начальная скорость и ускорение совпадают по направлению, движение тела будет *ускоренным*; если направления их различны, то движение *замедленное*. Изобразим на графиках зависимости  $a_x(t)$ ,  $v_x(t)$  и  $x(t)$  (рис. 1.13) для равноускоренного и равнозамедленного движений, при условии  $v_{0x} > 0$ , взяв числовые данные:  $x_0 = 0$ ,  $v_{0x} = 1$  м/с,  $a_x = 1$  м/с<sup>2</sup>; 3 м/с<sup>2</sup>;  $-0,5$  м/с<sup>2</sup>;  $-1$  м/с<sup>2</sup>. Если  $a_x > 0$  и ускорение совпадает по направлению с вектором начальной скорости (рис. 1.13, а), то скорость непрерывно возрастает (рис. 1.13, б). Это видно также из графика зависимости  $x(t)$  (рис. 1.13, в): увеличивается тангенс угла наклона касательной к кривой, который определяет мгновенную скорость материальной точки  $v = \Delta x / \Delta t = \operatorname{tg} \alpha$ . (Заметим, что здесь мы говорим о численном значении скорости, так как скорость имеет наименование (размерность), а тангенс угла — безразмерное число.) График  $x(t)$  при  $a_x > 0$  — парабола с ветвями, направленными вверх (см. рис. 1.13, в). Вершина параболы в общем случае не совпадает с началом координат. Касательная к параболам при  $t = 0$  общая, так как начальные скорости одинаковы. При  $a_x < 0$  скорость уменьшается до 0, а затем тело изменяет направление движения, и модуль скорости будет увеличиваться (рис. 1.13, д). График  $x(t)$  при  $a_x < 0$  (рис. 1.13, е) представляет собой параболу с ветвями, направленными вниз. Вершина параболы соответствует моменту времени, когда тело останавливается,  $v_x = 0$ .

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25

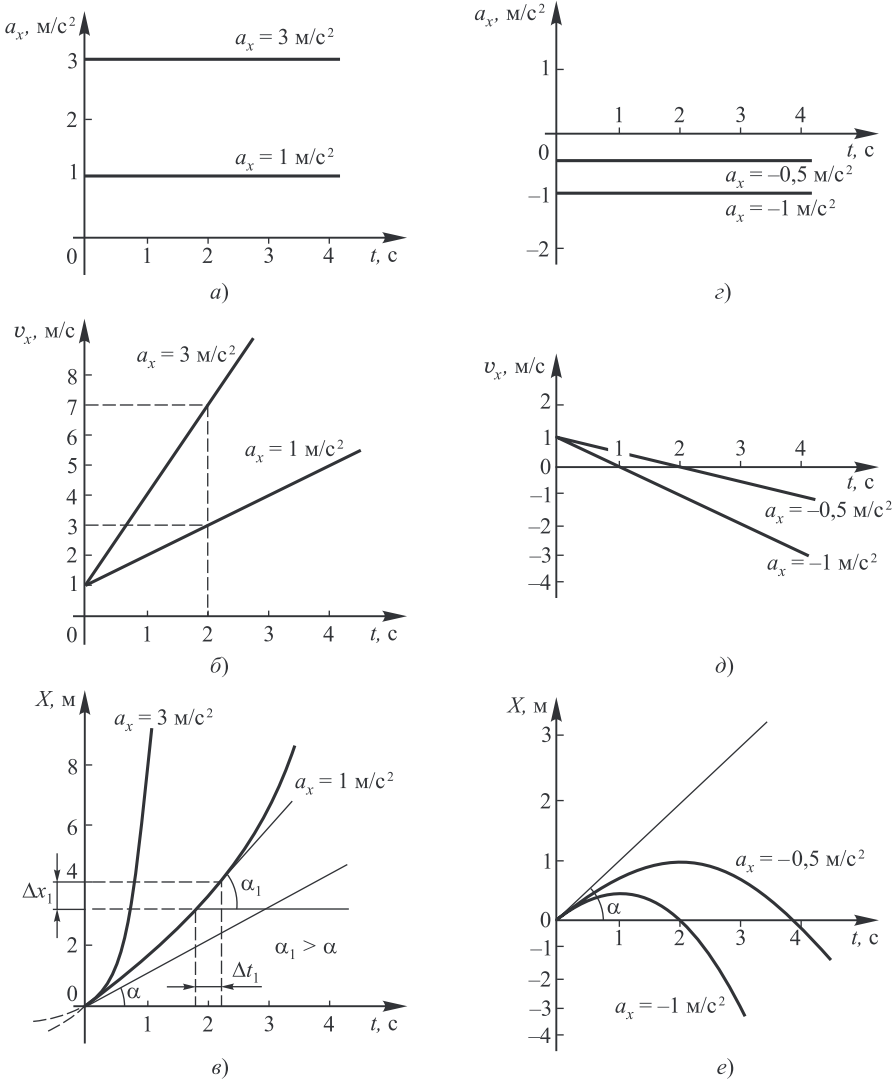


Рис. 1.13

В общем виде формулы для скорости и радиуса-вектора, определяющего положение точки в пространстве (уравнение движения), при равнопеременном (равноускоренном или равнозамедленном) движении имеют вид:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t,$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

### 1.6. Кинематика движения материальной точки по окружности и вращательного движения твердого тела с неподвижной осью вращения

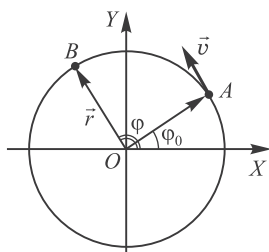


Рис. 1.14

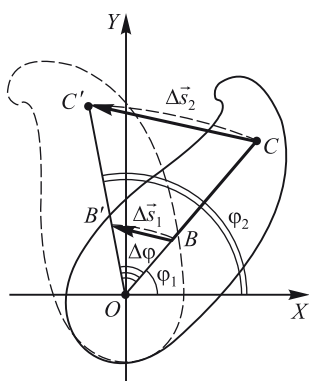


Рис. 1.15

При движении материальной точки по окружности радиусом  $r$  (рис. 1.14) ее положение можно определить координатами  $x, y$  или углом поворота  $\varphi$  — углом между радиусом-вектором  $\vec{r}$ , определяющим положение точки, и осью  $OX$ .

Если рассматривать вращательное движение твердого тела, имеющего неподвижную ось вращения, то из рис. 1.15 следует, что угол поворота радиусов-векторов, определяющих положение всех точек твердого тела, например  $B$  и  $C$ , будет одним и тем же ( $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ ), линейные же перемещения этих точек твердого тела будут различными ( $|\Delta\vec{s}_1| \neq |\Delta\vec{s}_2|$ ). Если знать закон изменения угла  $\varphi(t)$  для какой-то произвольной точки вращающегося твердого тела, то мы будем знать уравнение движения всех точек этого тела.

При равномерном движении материальной точки по окружности  $a_\tau = 0, a_n \neq 0$ , так как скорость изменяется только по направлению. Пусть за время  $\Delta t$  точка переместилась из положения  $A$  в  $B$ , при этом радиус-вектор, определяющий положение точки, повернулся на угол  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$  (см. рис. 1.14).

Скорость изменения угла  $\varphi$  есть **угловая скорость**  $\omega$ . При равномерном вращении

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{\Delta t}, \quad (1.16)$$

т. е. угловая скорость равна отношению угла поворота радиуса-вектора к промежутку времени, за который этот поворот произошел. Из формулы (1.16) следует, что

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t. \quad (1.17)$$

При  $t = 0, \varphi = \varphi_0$ .

Заметим, что движение по окружности может происходить как против, так и по часовой стрелке. В первом случае  $\omega$  считается положительной, во втором — отрицательной величиной, и уравнение (1.17) переписется в виде:  $\varphi = \varphi_0 \pm \omega t$ , где  $\omega$  — модуль угловой скорости.

Длина дуги, соединяющей точки  $A$  и  $B$  (рис. 1.16),  $l_{AB} = r\Delta\varphi$ , где единица измерения  $\Delta\varphi$  — радиан. Разделив левую и правую части равенства на  $\Delta t$ , получим связь линейной и угловой скоростей:

$$\frac{l_{AB}}{\Delta t} = r \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

откуда

$$v = r\omega. \tag{1.18}$$

Выведем выражение для нормального (центростремительного) ускорения  $a_n$ . Пусть в момент времени  $t_1$  материальная точка находится в точке  $A$  (см. рис. 1.16) и имеет скорость  $\vec{v}_1$ , а в момент времени  $t_2$  — в точке  $B$  и ее скорость  $\vec{v}_2$ . Поскольку движение равномерное,  $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ .

Модуль перемещения материальной точки  $|\Delta\vec{s}|$  равен хорде  $AB$ . Для определения изменения скорости перенесем параллельно вектор  $\vec{v}_2$  в точку  $A$ . Тогда  $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ . Треугольники  $CAD$  и  $AOB$  подобны, так как они равнобедренные и углы при вершинах равны, как углы между взаимно перпендикулярными сторонами ( $\vec{v}_1 \perp \vec{r}_1$  и  $\vec{v}_2 \perp \vec{r}_2$ ). Следовательно,  $\Delta s/r = \Delta v/v$ . Разделим на  $\Delta t$  левую и правую части равенства и перейдем к пределу при  $\Delta t \rightarrow 0$ :  $\frac{1}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1}{v} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . Предел в левой части равенства определяет скорость,

а в правой — ускорение (нормальное)  $a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , откуда следует, что

$$a_n = v^2/r. \tag{1.19}$$

Если  $\Delta t \rightarrow 0$ , то  $\Delta\varphi \rightarrow 0$ , следовательно, вектор  $\Delta\vec{v}$  перпендикулярен  $\vec{v}$  и направлен к центру окружности.

Если тело одновременно участвует во вращательном и поступательном движениях, например катящееся без проскальзывания колесо, то для определения скоростей разных точек колеса удобно вводить *мгновенную ось вращения*.

На рисунке 1.17  $O_{\text{мгн}}$  — мгновенная ось вращения. Колесо в некоторый момент поворачивается относительно оси  $O_{\text{мгн}}$  как целое. Скорость точек оси  $O_{\text{мгн}}$  относительно Земли равна нулю. Скорость точки  $O$  относительно Земли равна  $v_0$ . Тогда угловая скорость всех точек колеса относительно Земли, согласно (1.18), равна  $\omega = v_0/r$ , где  $r$  — радиус колеса. Отсюда скорость точки  $A$  относительно

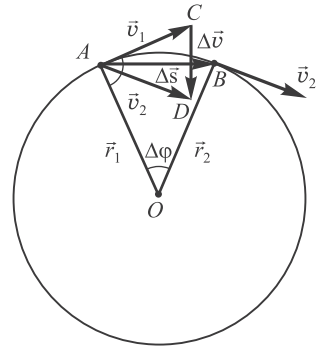


Рис. 1.16

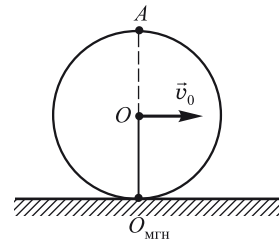


Рис. 1.17

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25