НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ

В. И. Петько

МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛАРУСИ
Объединенный институт машиностроения

В. И. Петько

МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Минск
«Беларуская навука»
2016

УДК 681.511.4

Петько, В. И. Методы идентификации нелинейных динамических объектов / В. И. Петько. – Минск : Беларуская навука, 2016. – 139 с. – ISBN 978-985-08-1985-7.

Представлены многомерные методы идентификации нелинейных динамических объектов (НДО) с использованием операторов Гаммерштейна, Винера и рядов Пикара. Предложены: способ определения функции степени нелинейности НДО; обобщенные методы идентификации НДО с использованием формально введенной частотной характеристики, а также метод, в котором, используя теории нечетких множеств, проектируют нечеткую систему в пакете Fuzzy Logic Toolbox вычислительной среды MATLAB при идентификации сидения водителя автомобиля.

Книга рассчитана на научных сотрудников и инженеров, занимающихся проектированием новых машин при построении, испытаниях и доводке их моделей в виртуальной среде.

Табл. 3. Ил. 32. Библиогр.: 39 назв.

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент А. Г. Выгонный
доктор технических наук, профессор А. А. Петровский

ISBN 978-985-08-1985-7

ВВЕДЕНИЕ

Идентификация нелинейных динамических объектов (НДО) представляет собой очень сложную задачу. Это обусловлено тем, что в НДО не соблюдается принцип суперпозиции. Поэтому к ним не применимо понятие передаточной функции. Вместо нее используется оператор, осуществляющий преобразование входного воздействия на НДО в его отклик. Целью идентификации НДО является нахождение этого оператора.

Трудность определения оператора НДО, например, механической природы, происходит от того, что даже одномерный реальный НДО, содержащий всего одну сосредоточенную массу и одну связь (например, пружину), имеет бесконечно большое количество внутренних состояний. В самом деле, если рассматривать понятие «внутреннее состояние НДО» как состояние связи (растянута она, или сжата и в какой мере), то для указанного НДО таких состояний будет бесконечно большое количество. Если же НДО содержит несколько сосредоточенных масс и связей между ними (многомерный НДО), то он тем более будет иметь бесконечно большое количество внутренних состояний. При переходе от одного внутреннего состояния в другое жесткость связей в НДО изменяется и их динамические качества при этом также изменяются. Вполне понятно, что найти оператор такого объекта путем решения соответствующих нелинейных интегро-дифференциальных уравнений удается лишь в простейших случаях.

Однако при компьютерном моделировании (получение дискретной модели) НДО количество возможных дискретных внутренних состояний резко сокращается. Их количество Q можно описать соотношением

$$Q = D^p,$$

где D – количество дискретных значений состояния одной связи; p – количество связей в НДО, работающих в различных условиях (мерность НДО). При этом естественно, что связи, находящиеся в одинаковых условиях (параллельные связи), должны рассматриваться как одна эквивалентная связь.

Однако количество дискретных внутренних состояний многомерных НДО все еще будет огромным. Поскольку большинство реальных НДО являются многомерными, то при их идентификации приходится сталкиваться с так называемым «проклятием размерности» при использовании многомерных алгоритмов идентификации. Поэтому естественным является стремление исследователей к разработке одномерных аналогов многомерной идентификации. Однако многомерные методы и их одномерные аналоги имеют свои достоинства и недостатки. Многомерные методы необходимы для вычисления огромного количества элементов нелинейного функционала, но при этом они не требуют знания структуры НДО. Они подходят к нему как к черному ящику. В противоположность этому одномерные методы не нуждаются в большом количестве вычислений, однако они требуют знания структуры НДО и к тому же вычисление параметров модели не всегда оказывается возможным. Рассмотрению наиболее широко распространенных методов идентификации НДО, в том числе и разработанных автором, и посвящена эта книга.

В первой главе книги рассмотрены многомерные методы идентификации НДО с использованием рядов Вольтерра, ортогональных моментов ядер Винера и так называемый табличный метод. Во второй главе книги произведена оценка существующих и разработанных автором алгоритмов многомерной идентификации НДО. В третьей главе книги в первых ее разделах рассмотрены одномерные методы идентификации многомерных НДО с использованием операторов Гаммерштейна, Винера, Винера-Гаммерштейна и рядов Пикара. В остальных разделах третьей главы приведен разработанный автором обобщенный метод идентификации НДО, представленный в виде линейного динамического объекта (ЛДО), импульсная характеристика (ИХ) которого изменяется в зависимости от уровня входного воздействия и обобщенный метод идентификации НДО с использованием формально введенной частотной характеристики. Последний раздел третьей главы представляет экспериментальные исследования модели НДО как типового радиотехнического звена. Там же приведена модификация алгоритма определения параметров оператора Сверкунова и разработанные автором для виртуальной дискретной модели НДО алгоритм и программа его идентификации. В четвертой главе книги показаны методы оценки степени нелинейности НДО на базе дисперсионных функций. Приведен разработанный автором метод, когда оценка нелинейности НДО производится для каждого значения сдвига τ реализаций его выходной переменной относительно входной. При этом их взаимные дисперсионные и корреляционные функции позволяют определять как среднюю степень нелинейности, так и функцию степени нелинейности объекта. В завершении, в пятой главе книги рассмотрены вопросы применения теории нечетких множеств в идентификации нелинейных динамических систем на примере сидения водителя большегрузного автомобиля с использованием проектирования нечетких систем в пакете Fuzzy Logic Toolbox вычислительной среды MATLAB.

Глава 1

МНОГОМЕРНЫЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НДО

1.1. Метод идентификации с использованием рядов Вольтерра

Одним из методов, дающих полное решение задачи моделирования для широкого класса НДО, является подход, предложенный Н. Винером, использующий ряды из функционалов Вольтерра. Этот метод позволяет строить адекватные математические модели для слабонелинейных объектов [1].

В соответствии с этим подходом связь между входным воздействием $x(t)$ и откликом НДО $y(t)$ может быть выражена следующим образом [2]

$$y(t) = h_0 + \sum_{n=1}^{\infty} y_p(t), \tag{1}$$

где $y_p(t) = \int_0^{\infty} \ldots \int_0^{\infty} h_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) x(t-\tau_1) \ldots x(t-\tau_p) d\tau_1 \ldots d\tau_p$; здесь h_0 – ядро Винера нулевого порядка; $h_p(\tau_1, \ldots, \tau_p)$ – ядра Винера от первого до n-го порядка.

Ядро Винера нулевого порядка является постоянной. Ядро первого порядка $h_1(\tau_1)$ характеризует линейную часть НДО и является ее импульсной характеристикой (ИХ). Ядро второго порядка $h_2(\tau_1, \tau_2)$ характеризует квадратическую составляющую НДО и является ее двумерной ИХ. Ядро третьего порядка $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ характеризует кубическую составляющую НДО и является ее трехмерной ИХ и т. д.

В развернутом виде выражение (1) будет иметь вид

$$y(t) = h_0 + \int_0^{\infty} h_1(\tau_1) x(t-\tau_1)\, d\tau_1 + \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) \times$$

$$\times x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2+\int_0^\infty\int_0^\infty\int_0^\infty h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\prod_{i=1}^{3}x(t-\tau_i)\,d\tau_i+\ldots \qquad (2)$$

Данное разложение по существу является обобщением хорошо известного в теории ЛДО интеграла свертки. Так, слагаемое первого порядка, входящее в выражение (2), является ничем иным, как интегралом свертки ЛДО, и если все ядра кроме $h_1(\tau)$ равны нулю, то $h_1(\tau_1)$ является ИХ ЛДО. Это разложение было получено В. Вольтерра и по существу является обобщением обычной формулы Тейлора для функции *n* переменных на аналитические функционалы.

Выражение (2) является базовым при построении аналитической теории моделирования, использующей функциональные разложения. В отличие от собственно ряда Тейлора, где разложение функции осуществляется *в окрестности точки*, разложение в ряд Вольтерра осуществляется *в окрестности функции* при условии, что функционал в этой окрестности аналитичен.

Как видно из выражения (2), для построения математической модели необходимо проведение процедуры идентификации, которая заключается в нахождении набора ядер Винера h_0, h_1, ... исследуемого НДО.

Несмотря на значительное число работ, посвященных теоретическим аспектам использования функциональных разложений Вольтерра для исследования НДС, их применение на практике весьма ограничено. Это связано прежде всего с трудностями поиска ядер $\{h_n\}$, входящих в разложение (2), так как они оказывают влияние друг на друга. Действительно, пусть на систему, описываемую разложением (2), поступает входной сигнал в виде дельта-функции $x(t)=\delta(t)$. Тогда $y(t) = h_0 + h_1(t) + h_2(t, t) + h_3(t, t, t) + \ldots$, т. е. вклад в реакцию $y(t)$ вносят все ядра системы.

Таким образом, желательно построить такое разложение, при котором имеется возможность определять ядра независимо друг от друга. Это можно сделать только в случае, когда каждый член ряда (2) ортогонален остальным членам при определенном сигнале *x(t)*. Очевидно, что эффективность процедуры идентификации во многом зависит от вида используемого тестирующего воздействия. При исследовании НДО широкое применение нашли гармонические сигналы. Однако применение тригонометрических функций при рассмотрении НДО уже не дает ожидаемого эффекта [3]. Кроме того, желательно использовать такое тестирующее воздействие, которое позволило бы ответить на вопрос о том, каков будет выходной сигнал НДО для любого входа. Поэтому, приступив к рассмотрению нелинейных задач, Винер отмечал, что «для изучения нелинейных устройств и систем, электрических или механических, естественных или искусственных была необходима совершенно новая отправная точка» [3]. С этой целью он предложил использовать входной тест в виде броуновского движения. Данное тестирующее воздействие играет ту же роль в подходе Винера, что и синусоидальный сигнал в теории ЛДО. Важнейшим достоинством предложенного Винером теста является то, что он с конечной вероятностью аппроксимирует любой возможный сигнал и поэтому эффективно задает пространство входов. Благодаря этому нет необходимости для полного описания НДО определять зависимости выходного сигнала от всех возможных воздействий. Действительно, если будет построена модель реальной системы, которая реагирует на используемый тест так же, как и реальная система, то очевидно, что реакции и на другой входной сигнал будут совпадать.

В определенном смысле можно сказать, что исследование НДО с помощью такого воздействия дает максимально возможную скорость получения информации относительно ее поведения.

Развивая свой подход, Н. Винер показал, что любой выходной сигнал $y \in L_2$ можно единственным образом представить в виде канонического разложения по ортогональным G-функционалам от случайных функций, являющихся процессами типа броуновского движения.

Конкретный вид ортогональных функционалов G_n Винер получил применяя процедуры ортогонализации Грама-Шмидта к ряду Вольтерра (2) с учетом свойств тестирующего процесса, первые четыре из которых имеют вид:

$$G_0\left[h_0, x(t)\right] = h_0 \,;$$

$$G_1\left[h_1, x(t)\right] = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) x(t-\tau_1)\, d\tau_1; \tag{3}$$

$$G_2\left[h_2, x(t)\right] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2)\, d\tau_1 d\tau_2 -$$

$$-k \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_2, \tau_2)\, d\tau_2;$$

$$G_3\left[h_3, x(t)\right] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2), x(t-\tau_3) -$$

$$-3k \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_2) x(t-\tau_1)\, d\tau_1 d\tau_2.$$

Учеными Ли и Шетценом была предложена модификация винеровского разложения, заключающаяся в том, что они ввели в рассмотрение вместо броуновского движения его производную, являющуюся белым гауссовским процессом. При таком представлении выходной сигнал системы описывается уравнением вида

$$y(t) = \sum_{p=0}^{\infty} G_p(h_p, x). \tag{4}$$

Как видно из приведенных разложений, винеровский подход ставит в соответствие исследуемому НДО его математическую модель, состоящую из набора нелинейных преобразователей, каждый из которых описывается одним из ортогональных функционалов.

Отметим, что винеровская модель дает наилучшее приближение к реальной системе в смысле минимума среднеквадратической ошибки. Это означает, что выражение вида $y_p(t) = \sum_{i=0}^{p} G_i(h_i, x)$, обрывающееся на p-м члене, минимизирует среднеквадратическое отклонение между реальным выходом $y(t)$ и реакцией модели $y_p(t)$ для данного набора ядер $\{h_i\}$. В частности, благодаря ортогональности G-функционалов, набор $\{h_0, h_1(\tau)\}$ позволяет получить наилучшее приближение НДО в классе линейных моделей. Набор ядер $\{h_0, h_1(\tau), h_2(\tau_1, \tau_2)\}$ – наилучшее приближение НДО среди нелинейных моделей второго порядка и т. д. В этом заключается одно из преимуществ винеровского представления по сравнению с моделями, построенными на основе разложений Вольтерра.

Важным достоинством разложений в ряды Винера является и то, что они сходятся значительно быстрее, чем ряды Вольтерра. Что же касается проблемы оценок ядер, то именно наличие ортогональности позволило создать ряд сравнительно простых методов ее решения. Наиболее часто на практике используют взаимокорреляционный метод определения ядер Винера, в соответствии с которым оценка ядра p-го порядка выражается соотношением [4]:

$$h_p(\tau_1, \ldots, \tau_p) =$$
$$= \left(1 / p! D_x^p\right) M\left(\left(y(t) - \sum_{i=0}^{n-1} G_i(h_i, x)(t)\right) \prod_{j=1}^{p} x(t - \tau_j)\right), \quad (5)$$

где D_x – дисперсия белого гауссовского шума.

Из-за роста размерности задачи при попытках учесть старшие члены ряда Вольтерра этим математическим аппаратом воспользоваться практически невозможно. Так, при попытке определения 10-го члена ряда Вольтерра с погрешностью всего 1% на машине с быстродействием 10^{-6} с на две операции придется затратить 8900 лет машинного времени. Попытка снизить погрешность вычислений до инженерной точности 0,1% приводит к увеличению затрат машинного времени до $8{,}9 \cdot 10^{15}$ лет. Все это является следствием того, что оценка ядра Винера 10-го порядка является десятимерной задачей. По мере роста номера члена ряда Вольтерра пропорционально растет размерность задачи, и возникает ситуация так называемого *проклятия размерности*.

1.2. Линейное и нелинейное разложение сигнала в ряды функций и функционалов

Предположим, что сигнал $y(t)$ в момент времени t может быть представлен рядом Фурье вида:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y(j\omega_k)e^{j\omega_k t}, \tag{6}$$

где $Y(j\omega_k)$ – коэффициенты ряда Фурье:

$$Y(j\omega_k) = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)e^{-j\omega_k t}dt,$$

здесь T – интервал наблюдения сигнала и $\omega_k = \dfrac{2\pi}{T}k$ – круговая частота. Соотношение (6) представляет собой линейную декомпозицию временной функции $y(t)$ в ряд из ортогональных функций Фурье $\exp(j\omega_k t) = \cos\omega_k t + j\sin\omega_k t$. С другой стороны, сигнал как линейный процесс, который генерируется исключительно с помощью линейного динамического объекта (ЛДО), допускает полное представление на основе ряда из ортогональных функций.

Так как стационарный ЛДО характеризуется передаточной функцией $H(j\omega_k)$, то выходной сигнал $y(t)$ (сигнал с выхода данного) в частотной области описывается следующим образом:

$$Y(j\omega_k) = H(j\omega_k)X(j\omega_k), \tag{7}$$

где $X(j\omega_k)$ – входной сигнал в частотной области, т. е. Фурье-образ входного сигнала $x(t)$ ЛДО:

$$X(j\omega_k) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)e^{-j\omega_k t}dt, \tag{8}$$

а передаточная функция $H(\omega_k)$ – есть импульсная переходная функция $h(t)$ в частотной области:

$$H(j\omega_k) = \frac{1}{T}\int_0^T h(t)e^{-j\omega_k t}dt. \tag{9}$$

Как следует из выражений (7)–(9), входной сигнал $x(t)$, действующий на ЛДО, генерирует ее выходной сигнал $y(t)$:

$$y(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}H(j\omega_k)X(j\omega_k)e^{j\omega_k t}. \tag{10}$$

С другой стороны, сигнал, генерируемый нелинейной динамической системой, представляет собой нелинейный процесс, в котором его гармонические компоненты оказывают воздействие друг на друга. В связи с этим данный сигнал можно представить с помощью ряда Вольтерра–Винера следующим образом [3]:

$$y(t)=\sum_{m=0}^{\infty}G_m[\{h_m(\tau_1+t,...,\tau_k+t)\},x(t)], \tag{11}$$

где $G_m[\{h_m\},x(t)]$ – функционалы Вольтерра–Винера, которые зависят от ядер Винера m-го порядка $h_m(\tau_1,...,\tau_m)$ и входного сигнала НДС $x(t)$. Для входного сигнала типа белого шума $x(t,\theta)$ (где t – время, θ – параметр состояния, т. е. $t\in\left]-\infty,\infty\right[$, $\theta\in[0,1]$), первые ортогональные функционалы Вольтерра–Винера в частотной области могут быть записаны следующим образом [5]:

$$G_0[\{h_m\},x(t,\theta)]=h_0; \tag{12}$$

$$G_1[\{h_m\},x(t,\theta)]=\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}H_1(j\omega_{k_1})X(j\omega_{k_1},\theta)e^{j\omega_{k_1}t}; \tag{13}$$

$$\begin{aligned}G_2[\{h_m\},x(t,\theta)]=&\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}H_2(j\omega_{k_1},j\omega_{k_2})X(j\omega_{k_1},\theta)X(j\omega_{k_2},\theta)\times\\&\times e^{j(\omega_{k_1}+\omega_{k_2})t}-D_x\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}H_2(j\omega_{k_1},-j\omega_{k_1});\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}G_3[\{h_m\},x(t,\theta)]=&\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\sum_{k_3=-\infty}^{\infty}H_3(j\omega_{k_1}j,\omega_{k_2},j\omega_{k_3})X(j\omega_{k_1},\theta)\times\\&\times X(j\omega_{k_2},\theta)X(j\omega_{k_3},\theta)e^{j(\omega_{k_1}+\omega_{k_2}+\omega_{k_3})t}-\\&-3D_x\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}H_3(j\omega_{k_1},-j\omega_{k_1},j\omega_{k_2})X(j\omega_{k_2},\theta),\end{aligned} \tag{15}$$

СОДЕРЖАНИЕ

Научное издание

Петько Валерий Иванович

МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Редактор *Т. С. Климович*
Художественный редактор *Д. А. Комлев*
Технический редактор *О. А. Толстая*
Компьютерная верстка *Л. И. Кудерко*

Подписано в печать 29.03.2016. Формат $60\times84^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 8,14. Уч.-изд. л. 5,5. Тираж 100 экз. Заказ 69.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Беларуская навука». Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/18 от 02.08.2013. Ул. Ф. Скорины, 40, 220141, г. Минск.