

МАТЕМАТИКА

2017

Под редакцией И. В. Ященко

ЕГЭ

профильный уровень

ЗАДАЧА 17

С. А. Шестаков

**ЗАДАЧИ
С ЭКОНОМИЧЕСКИМ
СОДЕРЖАНИЕМ**

ФГОС

ББК 22.1я72
Ш51

Шестаков С. А.
ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с экономическим содержанием.
Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко.
Электронное издание.
М.: МЦНМО, 2017.
208 с.
ISBN 978-5-4439-3087-9

Настоящее учебное пособие предназначено для подготовки к ЕГЭ по математике (профильный уровень) и посвящено задачам с экономическим содержанием. Пособие состоит из пяти параграфов, в каждом из которых приводятся необходимые методические рекомендации, примеры решения задач, упражнения и диагностическая работа.

Пособие предназначено для учащихся старшей школы, выпускников, учителей, родителей и может быть использовано в урочной деятельности, при проведении факультативных занятий и элективных курсов, а также для самостоятельного освоения методов решения задач с экономическим содержанием.

Издание соответствует Федеральному государственному общеобразовательному стандарту (ФГОС).

Подготовлено на основе книги:

Шестаков С. А. ЕГЭ 2017. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2017. — 208 с. — ISBN 978-5-4439-1087-1

Издательство Московского центра
непрерывного математического образования
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,
тел. (499)241-08-04.
<http://www.mccme.ru>

ISBN 978-5-4439-3087-9

© Шестаков С. А., 2017.
© МЦНМО, 2017.

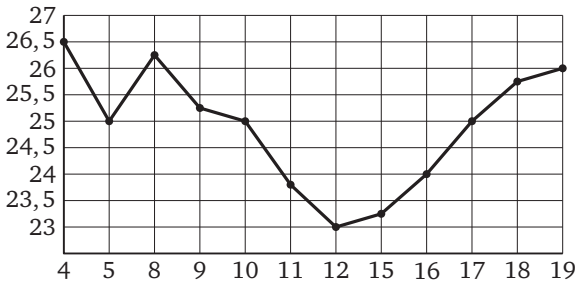
§ 1. Чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц

Ведущим каналом восприятия у большинства людей является визуальный. Отчасти именно этим объясняется стремление к наглядности при подаче той или иной информации в различных источниках — от учебных пособий до газет, журналов и интернет-контента. Кроме того, представление информации (особенно статистической) в виде диаграмм, графиков, таблиц позволяет удобно и быстро считывать эту информацию с целью её анализа или прогноза на будущее. Поэтому умение «читать» (кавычки в дальнейшем будем опускать) графики, таблицы и диаграммы и анализировать представленные на них данные является одним из базовых для адаптации человека в социуме. Несмотря на это, соответствующее задание ЕГЭ по математике вызывает затруднения примерно у каждого двадцатого школьника. Эти задачи в части чтения графиков делятся на две чётко разграниченные группы: в первой требуется найти точку оси абсцисс, ответив на вопрос типа «какого числа значение величины было равно данному?», во второй — найти наибольшее или наименьшее значение некоторой величины, т. е. точку оси ординат. Для задач первой группы процент верных ответов в среднем на 5% ниже, чем для задач второй группы. Часть ошибочных ответов обусловлена невнимательностью: перепутаны наибольшее и наименьшее значения, вместо цены в ответе указывают дату.

Отметим, что для полноты картины в этот параграф помимо задач на товарно-денежные отношения включены задачи на чтение и анализ данных, лишь опосредованно связанных с теми или иными экономическими и макроэкономическими характеристиками (возрастной состав населения той или иной страны, характеристика земельных и других ресурсов и т. п.).

Пример 1. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку наибольшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за баррель).

Решение. Для ответа на вопрос задачи достаточно найти самую «высокую» точку графика. Очевидно, эта точка соответствует закры-



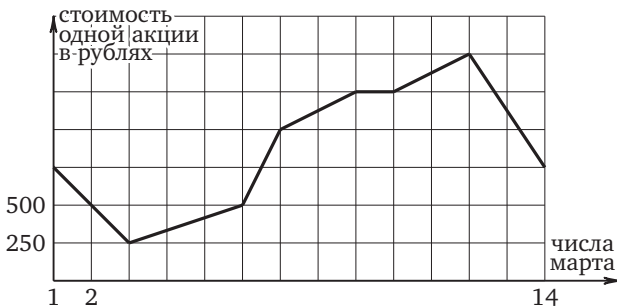
тию торгов 4 апреля. Искомая цена в этот момент составляла 26,5 доллара за баррель.

Ответ. 26,5.

Типичной ошибкой при решении подобных задач является запись в ответе даты вместо стоимости.

В более сложных случаях ответ на вопрос задания требует минимальных вычислений: нахождения разности наибольшего и наименьшего значений некоторой величины, расчёта стоимости или числа акций, подсчёта среднего арифметического и т. п.

Пример 2. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций золотодобывающей компании в первые две недели марта. В первую неделю марта бизнесмен купил 100 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль (в рублях) он мог получить? Название денежной единицы в ответе не указывайте.



Решение. Наибольшую возможную прибыль в условиях задачи можно получить, купив акции по минимально возможной цене в первую неделю марта (т. е. 3 марта по цене 250 рублей за акцию) и продав их по максимально возможной цене во вторую неделю марта (т. е. 12 марта по цене 1500 рублей за акцию). В этом случае

прибыль, полученная от покупки и продажи одной акции, составит $1500 - 250 = 1250$ рублей. Прибыль от покупки и продажи 100 акций будет равна $1250 \cdot 100 = 125\,000$ рублей.

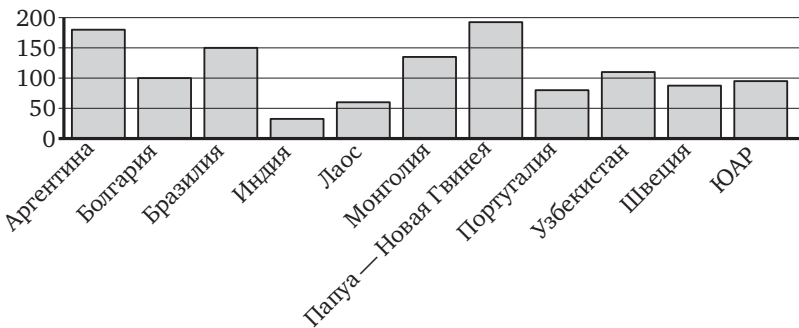
Ответ. 125 000.

Для представления, сопоставления, интерпретации, прогнозирования и анализа информации наряду с графиками часто используют диаграммы — круговые и столбчатые. Такие диаграммы позволяют наглядно представить различие в росте тех или иных показателей и параметров, доли тех или иных величин в общей совокупности некоторых характеристик и т. п.

Задачи на чтение диаграмм не сложнее задач на чтение графиков. В простейших случаях надо определить, оценить или соотнести с условием долю, которую занимает в общей площади круговой диаграммы сектор, соответствующий одной из характеристик, подсчитать число столбиков, удовлетворяющих тому или иному требованию, либо сравнить некоторые из них по высоте. Немного сложнее задачи, требующие определённого расчёта или сопоставления данных.

Заметим, что диаграммы применяются для наглядного, качественного сравнения тех или иных показателей или характеристик. Решение подобных задач не предполагает использования транспортира (для круговых диаграмм) или линейки (для столбчатых диаграмм).

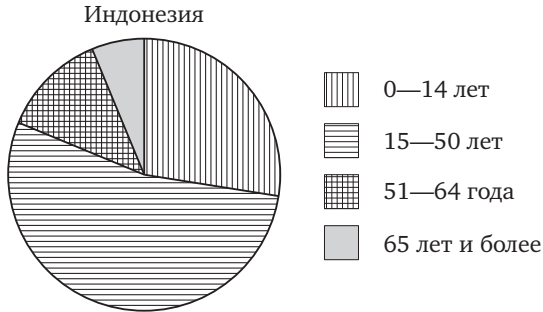
Пример 3. На диаграмме показано распределение выплавки меди в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Папуа—Новая Гвинея, одиннадцатое место — Индия. Какое место занимал Лаос?



Решение. Для ответа на вопрос задачи можно «посчитать столбики», которые выше столбика, соответствующего показателю Лаоса. Но проще посчитать столбики, которые ниже: такой столбик всего один (Индия). Следовательно, Лаос занимал 10-е место.

Ответ. 10.

Пример 4. На диаграмме показан возрастной состав населения Индонезии. Определите по диаграмме, доли населения каких возрастов составляют менее 25 % от всего населения.



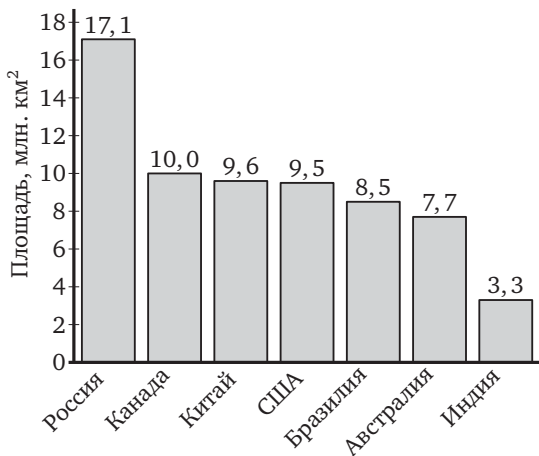
- 1) 0—14 лет; 2) 15—50 лет; 3) 51—64 года; 4) 65 лет и более.

Запишите номера выбранных ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и любых других символов.

Решение. Двадцати пяти процентам населения соответствует площадь четверти круга, занятого диаграммой. Ясно, что площадь каждого из секторов, отвечающих возрастам 3 и 4, меньше четверти площади круга, а площадь каждого из двух других секторов больше площади четверти круга.

Ответ. 34.

Пример 5. На диаграмме представлены семь крупнейших по площади (в млн км²) территорий стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

1) Судан входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.

2) Площадь территории США составляет 9,5 млн км².

3) Площадь территории Австралии меньше площади территории Канады.

4) Площадь территории России больше площади территории Бразилии примерно вдвое.

Запишите номера выбранных ответов в порядке возрастания без пробелов, запятых и любых других символов.

Решение. Поскольку Судан не входит в семёрку представленных стран, утверждение 1 ложно. Утверждения 2, 3, 4 являются истинными, что следует из данных диаграммы.

Ответ. 234.

Рассмотрим несколько задач, связанных с табличным заданием данных.

Пример 6. В таблице приведена информация о крупнейших городах России (по данным на 2014 год). Какой из этих городов занимает восьмое место по площади? В ответе укажите *численность населения* этого города (в тыс. человек).

Город	Население (в тыс. чел.)	Площадь (в кв. км)	Плотность (в чел./кв. км)
Екатеринбург	1412	491	2866
Казань	1191	425	1560
Москва	12 108	2511	4823
Нижний Новгород	1273	410	3100
Новосибирск	1548	506	3961
Омск	1166	573	1968
Ростов-на-Дону	1110	349	3167
Самара	1172	541	2164
Санкт-Петербург	5132	1439	3566
Челябинск	1169	500	2254

Решение. Всего в таблице представлены данные по 10 городам. Расположим числа из третьего столбика в порядке возрастания, ограничившись первыми тремя (восьмое место в порядке убывания будет

соответствовать третьему месту в порядке возрастания): 349; 410; 425. Значит, искомым городом является Казань, а искомая численность равна 1191 тыс. чел.

Ответ. 1191.

В некоторых случаях для того чтобы решить задачу, достаточно подсчитать стоимости товаров или услуг исходя из данных задачи и в ответе указать наименьшую или наибольшую из них либо сделать выборку товаров или услуг, суммарная стоимость которых не превосходит определённого значения. В последнем случае задача может иметь несколько решений и в ответе достаточно указать любое из них.

Пример 7. Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Переводчики	Языки	Стоимость услуг (рублей в день)
1	немецкий, испанский	14 000
2	английский, немецкий	12 000
3	английский	4000
4	английский, французский	12 000
5	французский	6000
6	испанский	8000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, — а суммарная стоимость их услуг не превышает 24 000 рублей в день. В ответе для собранной группы укажите в порядке возрастания номера переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Решение. Для решения задачи достаточно выполнить несложный перебор. Требованиям задачи удовлетворяют, например, переводчики 1, 3, 5.

Ответ. 135.

Разумеется, для ответа на вопрос последней задачи не нужно искать все возможные решения (а их в подобных задачах обычно несколько) и уж тем более оптимальное по стоимости. Однако в банке ЕГЭ есть и задания, в которых необходимо найти именно оптимальный — по стоимости либо другой характеристике — вариант. В таких случаях ответ на вопрос задания требует некоторых вычислений, а иногда сравнения и сопоставления данных.

Пример 8. Для группы иностранных гостей требуется купить 10 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цены путеводителей и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена путеводителя (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	256	250	Нет
Б	260	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3000 руб.
В	275	300	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 2500 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

Решение. Стоимость покупки в первом магазине равна $2560 + 250 = 2810$ рублей, во втором магазине — $2600 + 200 = 2800$ рублей, а в третьем — 2750 рублей.

Ответ. 2750.

Пример 9. Для ремонта квартиры нужно приобрести 73 квадратных метра паркетной доски. В таблице указаны цены за квадратный метр, условия доставки и специальные предложения (при наличии) каждой из трёх фирм, работающих в городе. У какой из них покупка с доставкой окажется наиболее выгодной? В ответе укажите, сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой.

Поставщик	Стоимость паркетной доски (руб. за м ²)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные предложения
А	2850	4600	—
Б	3000	4400	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4500	При заказе на сумму более 210 000 руб. доставка бесплатно

Решение. Стоимость покупки у фирмы А складывается из стоимости самой паркетной доски, равной $2850 \cdot 73 = 208\,050$ рублям, и стоимости доставки, равной 4600 рублей, т. е. составляет 212 650 рублей. Стоимость покупки у фирмы Б совпадает со стоимостью самой паркетной доски, равной $3000 \cdot 73 = 219\,000$ рублей (доставка в этом случае бесплатна). Стоимость покупки у фирмы В также совпадает со сто-

имостью самой паркетной доски, равной $2900 \cdot 73 = 211\,700$ рублям. Таким образом, наиболее выгодно для покупателя покупка у фирмы В.

Ответ. 211 700.

При чтении графиков, таблиц, диаграмм важно уметь не только извлекать содержащуюся в них информацию, но и анализировать её, сопоставлять данные и делать выводы.

Пример 10. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг R бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного $0,01$ средней цены P , и показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле

$$R = 4(2F + 2Q + D) - 0,01P.$$

В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей вафельниц. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей вафельниц.

Модель вафельницы	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4100	3	2	4
Б	4700	0	2	2
В	5500	3	1	1
Г	5400	0	2	0

Решение. Задачу можно решить двумя способами, первый из которых состоит в прямом подсчёте рейтингов:

рейтинг модели А равен $R_A = 4(2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 4) - 0,01 \cdot 4100 = 15$;

рейтинг модели Б равен $R_B = 4(2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 2) - 0,01 \cdot 4700 = -23$;

рейтинг модели В равен $R_V = 4(2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1) - 0,01 \cdot 5500 = -19$;

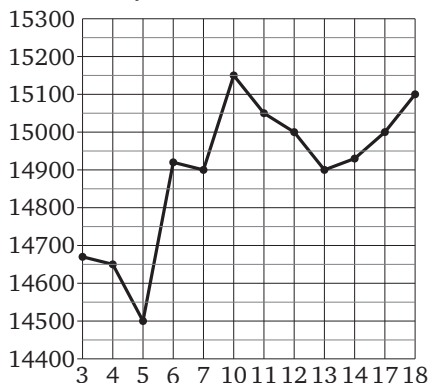
рейтинг модели Г равен $R_G = 4(2 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 0) - 0,01 \cdot 5400 = -38$.

Второй способ основан на анализе условия, оценке и прикидке: очевидно, что при данных в таблице значениях в выражении для R уменьшаемое $4(2F + 2Q + D)$ максимально, а вычитаемое $0,01P$ минимально именно для модели А. При таком решении считать придётся только один — наилучший — рейтинг, т. е. рейтинг модели А.

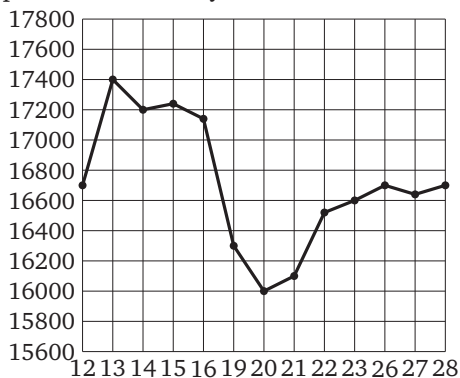
Ответ. 15.

Упражнения к § 1

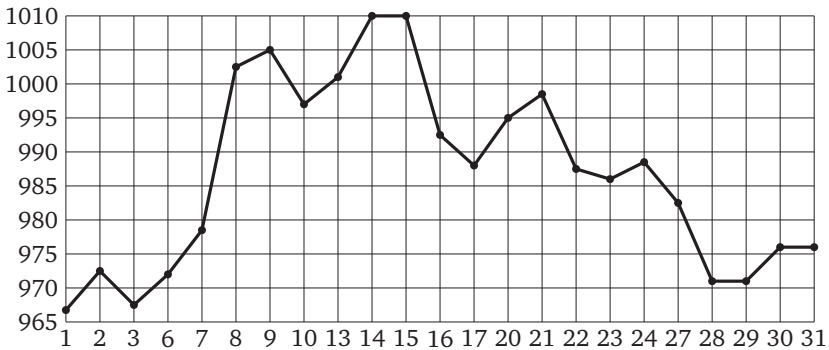
1. а) На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов за данный период (в долларах США за тонну).



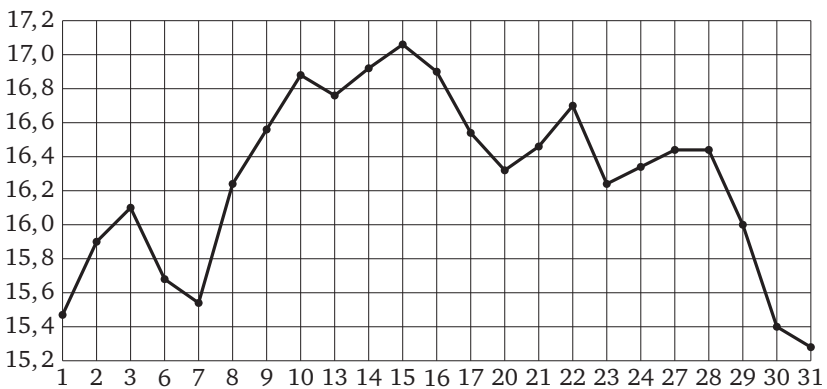
б) На рисунке жирными точками показана цена тонны олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 12 по 28 ноября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



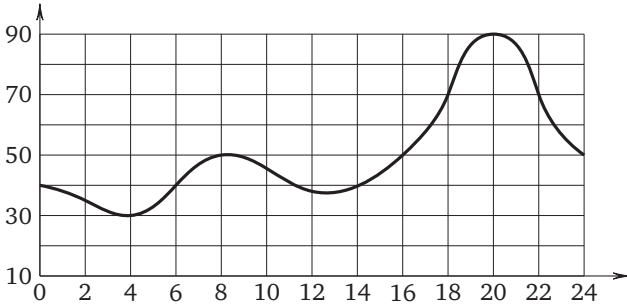
2. а) На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку, какого числа цена золота впервые поднялась выше 1000 рублей за грамм.



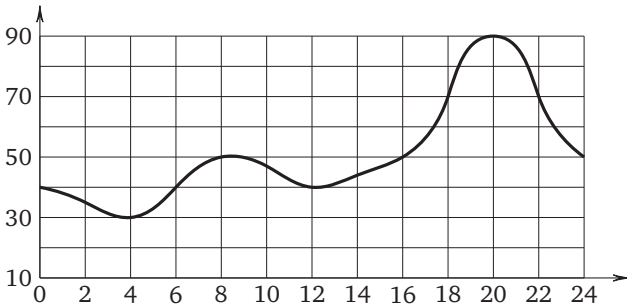
б) На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указаны числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены ломаной линией. Определите по рисунку, какого числа цена серебра впервые поднялась выше 16,4 рубля за грамм.



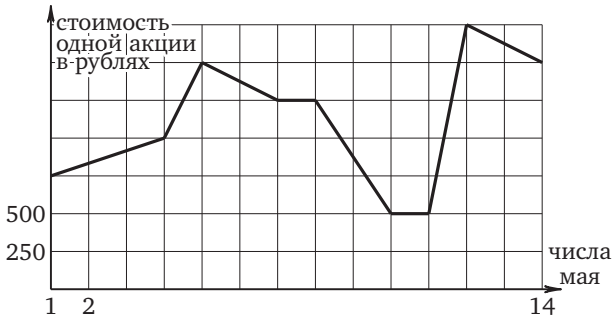
3. а) На рисунке изображена потребляемая мощность электроэнергии в городе N в течение суток. По горизонтали указываются часы суток, по вертикали — мощность в мегаваттах. Какова разница между наибольшим и наименьшим значениями потребляемой мощности в период с 2 до 14 часов? Ответ дайте в мегаваттах.



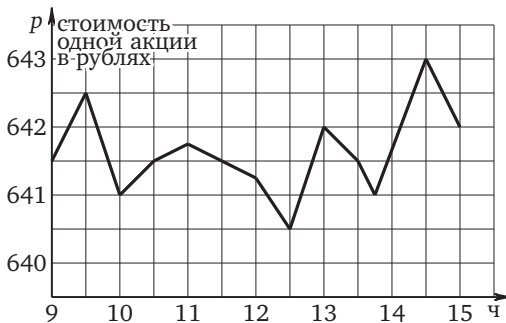
б) На рисунке изображена потребляемая мощность электроэнергии в городе N в течение суток. По горизонтали указываются часы суток, по вертикали — мощность в мегаваттах. Какова разница между наибольшим и наименьшим значениями потребляемой мощности в период с 10 до 22 часов? Ответ дайте в мегаваттах.



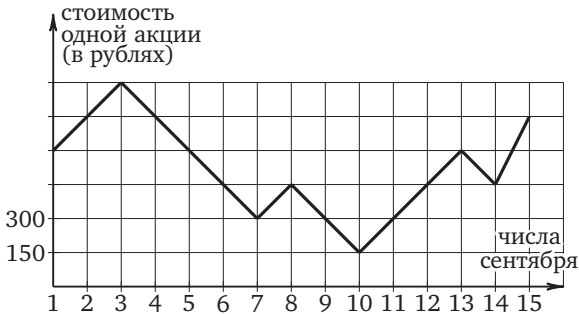
4. а) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтедобывающей компании в первые две недели мая. По вертикальной оси откладывается стоимость одной акции в рублях, по горизонтальной оси — числа мая. В первую неделю мая бизнесмен купил 20 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.



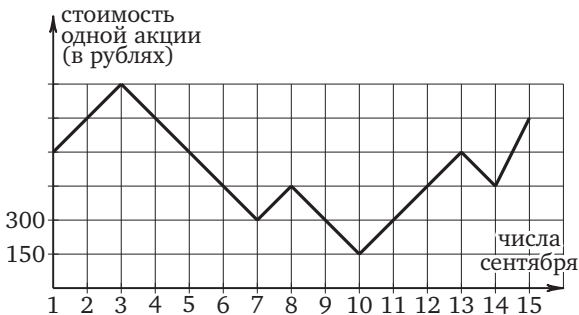
б) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций некоторой компании в один из дней с 9 часов (начало торгов) до 15 часов (окончание торгов). По вертикальной оси откладывается стоимость одной акции в рублях, по горизонтальной оси — время суток. Бизнесмен купил 3000 акций до полудня, а потом продал их до закрытия торгов в тот же день. Какую наибольшую прибыль он мог получить? Ответ дайте в рублях.



5. а) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первой половине сентября. По вертикальной оси откладывается стоимость одной акции в рублях, по горизонтальной — числа сентября. 7 сентября бизнесмен купил пакет акций, а 13 сентября продал его. В результате этих операций прибыль бизнесмена составила 3600 рублей. Сколько акций было в пакете?



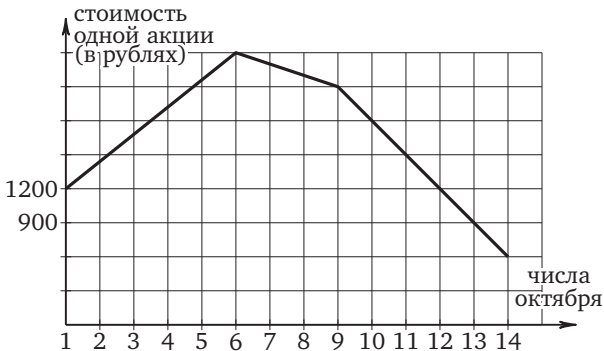
б) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций горнодобывающей компании в первой половине сентября. По вертикальной оси откладывается стоимость одной акции в рублях, по горизонтальной — числа сентября. 3 сентября бизнесмен купил пакет акций, а 10 сентября продал его. В результате этих операций убыток бизнесмена составил 15 000 рублей. Сколько акций было в пакете?



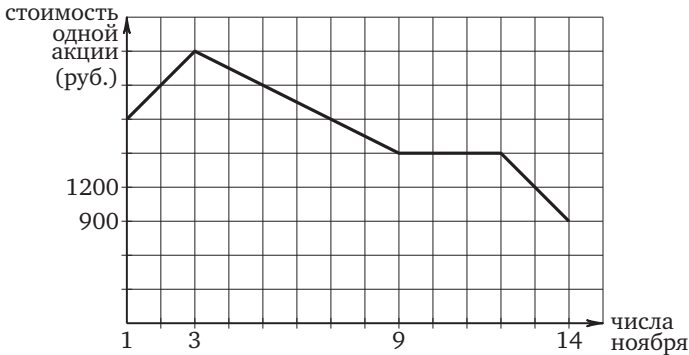
6. а) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтедобывающей компании в первые две недели сентября. 3 сентября бизнесмен приобрёл 10 акций этой компании. 6 из них он продал 10 сентября, а 12 сентября продал остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



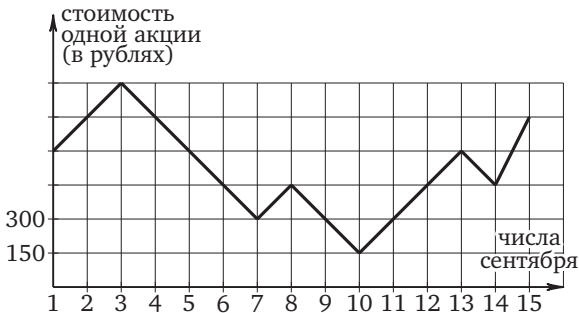
б) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтеперерабатывающей компании в первые две недели октября. 1 октября бизнесмен приобрёл 10 акций этой компании. 3 из них он продал 12 октября, а 14 октября продал остальные 7. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



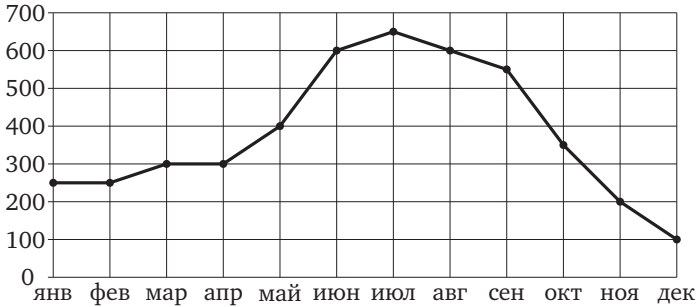
7. а) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газоперерабатывающей компании в первые две недели ноября. Два друга — Павел и Михаил — приобрели по 15 акций компании каждый: Павел — 1 ноября, а Михаил — 5 ноября. Павел продал свои акции 13 ноября, а Михаил продал свои 14 ноября. На сколько рублей убыток одного из друзей больше, чем убыток другого?



б) На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций нефтедобывающей компании в первой половине сентября. Два друга — Иван и Андрей — приобрели 4 сентября по 20 акций компании каждый. Иван продал свои акции 10 сентября, а Андрей продал свои 14 сентября. На сколько рублей убыток одного из друзей больше, чем убыток другого?



8. а) На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены ломаной линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

Периоды времени

Характеристики

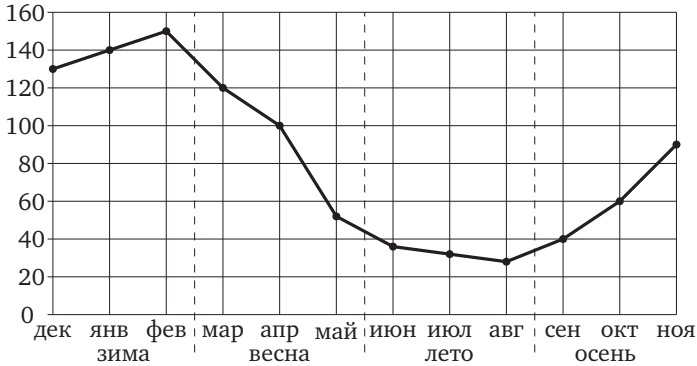
- | | |
|--------------------|---|
| А) январь—март | 1) Ежемесячный объём продаж уменьшился более чем на 200 холодильников за весь период. |
| Б) апрель—июнь | 2) В первый и второй месяцы периода было продано одинаковое количество холодильников. |
| В) июль—сентябрь | 3) Самое медленное уменьшение ежемесячного объёма продаж. |
| Г) октябрь—декабрь | 4) Ежемесячный объём продаж вырос на 200 холодильников за один месяц. |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

б) На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж обогревателей в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных обогревателей. Для наглядности точки соединены ломаной линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж обогревателей.

Периоды времени

Характеристики

- | | |
|----------|---|
| А) зима | 1) Ежемесячный объём продаж был меньше 40 штук в течение всего периода. |
| Б) весна | 2) Ежемесячный объём продаж достиг максимума. |
| В) лето | 3) Падение объёма продаж более чем на 60 штук за период. |
| Г) осень | 4) Ежемесячный объём продаж рос, но был меньше 120 штук. |

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Содержание

Предисловие	3
§ 1. Чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц	4
Упражнения к § 1	12
Диагностическая работа 1	44
Вариант 1	44
Вариант 2	48
§ 2. Текстовые арифметические задачи на товарно-денежные отношения	53
Упражнения к § 2	55
Диагностическая работа 2	65
Вариант 1	65
Вариант 2	67
§ 3. Текстовые арифметические задачи на проценты	69
Упражнения к § 3	75
Диагностическая работа 3	88
Вариант 1	88
Вариант 2	90
§ 4. Задачи о вкладах и кредитовании (банковских процентах)	91
4.1. Проценты по вкладам (депозитам)	91
4.2. Проценты по кредитам	93
Упражнения к § 4	107
Диагностическая работа 4	123
Вариант 1	123
Вариант 2	125
§ 5. Задачи оптимизации производства товаров или услуг	127
5.1. Логический перебор в задачах оптимизации	128
5.2. Линейные целевые функции с целочисленными точками экстремума	132
5.3. Линейные целевые функции с нецелочисленными точками экстремума	145
5.4. Нелинейные целевые функции с целочисленными точками экстремума	156
5.5. Нелинейные целевые функции с нецелочисленными точками экстремума	166
Упражнения к § 5	171
Диагностическая работа 5	197
Вариант 1	197
Вариант 2	200
Ответы	203