

# МАТЕМАТИКА

# 2017

Под редакцией И. В. Яценко

# ЕГЭ

профильный уровень

**ЗАДАЧА 14**

Р. К. Гордин

**ГЕОМЕТРИЯ.  
СТЕРЕОМЕТРИЯ**

**ФГОС**

ББК 22.1я72  
Г68

Гордин Р. К.

ЕГЭ 2017. Математика. Геометрия. Стереометрия.

Задача 14 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко.

Электронное издание.

М.: МЦНМО, 2017.

119 с.

ISBN 978-5-4439-3084-8

Пособия по математике серии «ЕГЭ 2017. Математика» ориентированы на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче единого государственного экзамена по математике. В данном учебном пособии представлен материал для подготовки к решению задачи 14 профильного уровня.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровеньный подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по стереометрии.

Пособие предназначено для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует новому Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

Подготовлено на основе книги:

Гордин Р. К. ЕГЭ 2017. Математика. Геометрия. Стереометрия. Задача 14 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2017. — 120 с. — ISBN 978-5-4439-1084-0

Издательство Московского центра  
непрерывного математического образования  
119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11,  
тел. (499)241-08-04.  
<http://www.mccme.ru>

ISBN 978-5-4439-3084-8

© Гордин Р. К., 2017.  
© МЦНМО, 2017.

## § 1. Построения на проекционном чертеже (параллельная проекция)

Изображение пространственной фигуры на плоскости — это параллельная проекция этой фигуры на плоскость.

В дальнейшем используются свойства параллельных проекций, а также следующие факты.

1. Если две различные точки прямой принадлежит плоскости, то вся прямая лежит в этой плоскости (аксиома стереометрии).

2. Если две различные плоскости имеют общую точку, то их пересечение — прямая, проходящая через эту точку (аксиома стереометрии).

3. Если плоскость  $\alpha$  проходит через прямую  $a$ , параллельную плоскости  $\beta$ , и пересекает эту плоскость, то прямая пересечения параллельна прямой  $a$ .

4. Если пересекающиеся плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  проходят через параллельные прямые  $a$  и  $b$  соответственно, то прямая пересечения этих плоскостей параллельна прямым  $a$  и  $b$ .

5. Прямые пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью параллельны.

6. Наклонная пересекает плоскость в точке, лежащей на любой параллельной проекции наклонной на эту плоскость.

### Подготовительные задачи

Построение прямой пересечения двух плоскостей

1. Дана четырёхугольная призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте прямую пересечения плоскостей  $AA_1 C_1$  и  $BB_1 D_1$  (т.е. на изображении призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  постройте изображение прямой пересечения плоскостей  $AA_1 C_1$  и  $BB_1 D_1$ ).

2. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Постройте прямую пересечения плоскостей  $BB_1 D_1$  и  $ABC_1$ .

3. Дана треугольная призма  $ABC A_1 B_1 C_1$ ,  $M$  — точка пересечения медиан основания  $ABC$ . Постройте прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $A_1 M C_1$ .

4. Четырёхугольник  $ABCD$  — основание пирамиды  $SABCD$ . Постройте прямую пересечения плоскостей  $ASB$  и  $CSD$ , если: а) прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются; б) прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны.

5. Основание пирамиды  $SABCD$  — трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Точка  $M$  лежит на ребре  $SB$ . Постройте прямую пересечения плоскостей  $ADM$  и  $SBC$ .

6. Дана треугольная пирамида  $ABCD$ ,  $M$  — точка пересечения медиан грани  $ABC$ . Постройте прямую пересечения плоскости  $ADC$  с плоскостью, проходящей через точку  $M$  параллельно прямым  $AC$  и  $BD$ .

7. Дана треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ ,  $M$  — точка, лежащая на ребре  $CC_1$ . Постройте прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $BMA_1$ .

8. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  лежат на рёбрах  $AD$ ,  $CD$  и  $BB_1$  соответственно. Постройте прямую пересечения плоскостей  $KLM$  и  $BB_1 D_1 D$ .

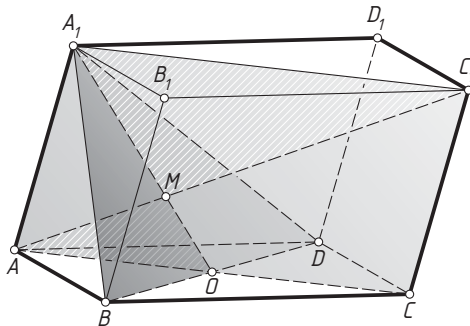
9. Основание пирамиды  $SABCDEF$  — шестиугольник  $ABCDEF$ , противоположные стороны которого попарно равны и параллельны. Постройте прямую пересечения плоскостей  $ASD$  и  $CSF$ .

10. Дана шестиугольная призма  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , основания которой — правильные шестиугольники. Точка  $O$  — центр основания  $ABCDEF$ ,  $M$  — середина бокового ребра  $DD_1$ . Постройте прямую пересечения плоскости  $A_1 B_1 C_1$  с плоскостью, проходящей через точки  $O$  и  $M$  параллельно прямой  $AE$ .

Построение точки пересечения прямой с плоскостью

**Пример 1.** Докажите, что в параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  диагональ  $AC_1$  проходит через точку пересечения медиан треугольника  $BA_1 D$  и делится ею в отношении  $1 : 2$ , считая от точки  $A$ .

**Решение.** Пусть  $O$  — центр параллелограмма  $ABCD$ . Тогда  $A_1 O$  — медиана треугольника  $BA_1 D$ . Поскольку  $A_1$  и  $O$  — общие точки плоскостей  $BA_1 D$  и  $AA_1 C_1 C$ , эти плоскости пересекаются по прямой  $A_1 O$ . Прямые  $AC_1$  и  $A_1 O$ , лежащие в плоскости  $AA_1 C_1 C$ , пересекаются



в некоторой точке  $M$ . Тогда  $M$  — точка пересечения прямой  $AC_1$  с плоскостью  $BA_1D$ .

Из подобия треугольников  $AMO$  и  $C_1MA_1$  следует, что

$$\frac{AM}{MC_1} = \frac{OM}{MA_1} = \frac{OA}{A_1C_1} = \frac{OA}{AC} = \frac{1}{2}.$$

Точка  $M$  лежит на медиане  $A_1O$  треугольника  $BA_1D$  и делит эту медиану в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины. Следовательно,  $M$  — точка пересечения медиан треугольника  $BA_1D$ .  $\triangleleft$

1. Дана треугольная пирамида  $ABCD$ . Точка  $M$  лежит на ребре  $BC$ , причём  $BM : MC = 1 : 2$ . Постройте точку пересечения прямой, проходящей через точку  $M$  и середину ребра  $CD$ , с плоскостью  $ABD$ .

2. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $M$  лежит на ребре  $AA_1$ . Постройте точку пересечения прямой  $DM$  с плоскостью  $A_1 B_1 C_1$ .

3. Дана треугольная призма  $ABCA_1 B_1 C_1$ ,  $M$  — точка пересечения медиан грани  $ABC$ , точка  $N$  лежит на боковом ребре  $CC_1$ . Постройте точку пересечения прямой  $MN$  с плоскостью  $A_1 B_1 C_1$ .

4. Дана четырёхугольная пирамида  $SABCD$ , основание которой — параллелограмм  $ABCD$ . Точка  $M$  лежит на боковом ребре  $SC$ . Постройте точку пересечения прямой  $BM$  с плоскостью  $ASD$ .

5. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $M$  лежит на ребре  $AA_1$ . Постройте точку пересечения прямой  $CM$  с плоскостью  $A_1 B_1 C_1$ .

6. Дана треугольная пирамида  $ABCD$ ,  $M$  — точка пересечения медиан грани  $ABC$ . Постройте точку пересечения прямой, проходящей через точку  $B$  и середину отрезка  $DM$ , с плоскостью  $ACD$ .

7. Дана треугольная пирамида  $ABCD$ . Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  лежат на рёбрах  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно. Постройте точку пересечения прямой  $KM$  с плоскостью  $ALD$ .

8. Дана четырёхугольная пирамида  $SABCD$  с вершиной  $S$ . Точка  $M$  лежит на боковом ребре  $SD$ . Постройте точку пересечения прямой  $BM$  с плоскостью  $ASC$ .

9. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точка  $M$  лежит на ребре  $DD_1$ . Постройте точку пересечения прямой  $DB_1$  с плоскостью  $AMC$ .

10. Основание пирамиды  $SABCDEF$  — шестиугольник  $ABCDEF$ , противоположные стороны  $BC$  и  $EF$  которого параллельны. Точка  $M$  лежит на ребре  $SC$ . Постройте точку пересечения прямой  $BM$  с плоскостью  $ESF$ .

## Построение сечений многогранников

1. Постройте сечение треугольной пирамиды  $DABC$  плоскостью, проходящей через следующие точки:

- а)  $B$ ,  $D$  и середину  $M$  ребра  $AC$ ;
- б)  $B$  и середины рёбер  $AD$  и  $CD$ ;
- в) середину  $K$  ребра  $AD$  и точки  $L$  и  $M$ , лежащие на продолжениях рёбер  $AB$  и  $AC$  за точки  $B$  и  $C$ ;
- г) середины рёбер  $BC$ ,  $AD$  и точку  $L$ , лежащую на продолжении ребра  $AC$  за точку  $C$ ;
- д) середины  $K$ ,  $L$  и  $M$  рёбер  $AD$ ,  $AB$  и  $BC$ ;
- е)  $A$ ,  $C$  и точку пересечения медиан грани  $ABD$ ;
- ж) середины рёбер  $AD$ ,  $CD$  и точку  $M$ , лежащую на ребре  $BC$ , если  $BL : LC = 1 : 2$ ;
- з)  $K$ ,  $L$  и  $M$ , лежащие на рёбрах  $AD$ ,  $AB$  и  $BC$  соответственно, если  $AK : KD = BL : LA = BM : MC = 1 : 2$ ;
- и) точки пересечения медиан граней  $ABD$ ,  $BCD$  и  $ABC$ ;
- к) середины рёбер  $BC$ ,  $CD$  и точку, лежащую на медиане  $DM$  грани  $ABD$ .

2. Постройте сечение параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью, проходящей через следующие точки:

- а) середины рёбер  $AB$ ,  $AD$  и  $AA_1$ ;
- б)  $B$ ,  $C$  и середину ребра  $A_1 B_1$ ;
- в)  $A$ ,  $C$  и середину ребра  $A_1 B_1$ ;
- г) середины рёбер  $AA_1$ ,  $AD$  и центр грани  $BB_1 C_1 C$ ;
- д) центры граней  $ABCD$ ,  $AA_1 B_1 B$  и  $BB_1 C_1 C$ ;
- е) середины рёбер  $AB$ ,  $BC$  и  $DD_1$ ;
- ж) середины рёбер  $A_1 B_1$ ,  $CC_1$  и вершину  $A$ ;
- з) середину ребра  $CC_1$  и точки  $K$ ,  $L$ , лежащие на рёбрах  $AB$  и  $A_1 B_1$ , если  $BK : KA = A_1 L : LB_1 = 1 : 2$ ;
- и) середину ребра  $A_1 B_1$ , вершину  $A$  и точку  $M$  на ребре  $B_1 C_1$ , если  $B_1 M : MC_1 = 1 : 3$ ;
- к) середины рёбер  $AD$ ,  $CD$  и  $A_1 B_1$ ;
- л) середины рёбер  $AB$ ,  $BC$  и  $CC_1$ ;
- м) вершину  $B_1$ , центр грани  $ABCD$  и середину ребра  $AA_1$ ;
- н) середины рёбер  $CD$ ,  $BC$  и точку  $M$ , лежащую на продолжении ребра  $AA_1$  за точку  $A_1$ , если  $MA_1 = \frac{1}{2} AA_1$ ;
- о)\* середины рёбер  $AD$ ,  $CC_1$  и  $A_1 B_1$ .

3. Постройте сечение треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  плоскостью, проходящей через следующие точки:

- а) середину ребра  $AA_1$  и вершины  $B$  и  $C_1$ ;
- б) середины рёбер  $AA_1$ ,  $B_1C_1$  и вершину  $B$ ;
- в) центры граней  $AA_1B_1B$ ,  $BB_1C_1C$  и точку  $M$  ребра  $BC$ , если  $CM : MB = 1 : 2$ ;
- г) середины рёбер  $AB$ ,  $A_1C_1$  и  $CC_1$ ;
- д) середины рёбер  $AA_1$ ,  $A_1C_1$  и центр основания  $ABC$ ;
- е) центр грани  $AA_1B_1B$ , середину ребра  $B_1C_1$  и точку  $M$  ребра  $A_1C_1$ , если  $A_1M : MC_1 = 1 : 2$ .
- ж) центр основания  $ABC$  и центры боковых граней  $AA_1B_1B$  и  $BB_1C_1C$ .

4. Основание пирамиды  $SABCD$  — параллелограмм  $ABCD$ . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через следующие точки:

- а)  $A$ ,  $B$  и середина ребра  $SD$ ;
- б) середины рёбер  $AB$ ,  $BC$  и  $SC$ ;
- в) середины рёбер  $AB$ ,  $BC$  и  $SD$ ;
- г) середины рёбер  $AB$ ,  $AD$  параллельно ребру  $SC$ ;
- д) середины рёбер  $AD$ ,  $SC$  и точку  $B$ ;
- е) середины рёбер  $AB$ ,  $AD$  и  $SC$ ;
- ж) центр основания, середину ребра  $SD$  и точку  $M$  ребра  $SA$ , если  $AM : MS = 1 : 3$ ;
- з) середину ребра  $SA$  и точки  $M$  и  $N$  рёбер  $SB$  и  $SC$ , если  $BM : MS = SN : NC = 1 : 2$ .

5. Основание шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  — правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через следующие точки:

- а)  $A$ ,  $B$  и  $F_1$ ;
- б)  $A$ ,  $C$  и  $D_1$ ;
- в)  $B$ ,  $E$  и середину ребра  $FF_1$ ;
- г)  $B$ ,  $D$  и середину ребра  $AA_1$ ;
- д)  $B$ ,  $C$  и  $E_1$ ;
- е)  $B$ ,  $C$  и середину ребра  $DD_1$ ;
- ж)  $B$ ,  $D$  и середину ребра  $FF_1$ .

6. Основание шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  — правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через следующие точки:

- а)  $C$ ,  $F$  и середину ребра  $SD$ ;
- б)  $A$ ,  $B$  и середину ребра  $SD$ ;
- в) центр основания параллельно плоскости  $ASB$ ;
- г)  $A$ ,  $C$  и середину ребра  $SD$ ;

- д)  $B$  и середины рёбер  $AS$  и  $CS$ ;  
е)  $B$ ,  $C$  и середину отрезка, соединяющего вершину пирамиды с центром основания.

**Задачи на построение на проекционном чертеже  
и вычисление отношений отрезков**

**1.1.** Точка  $M$  лежит на ребре  $AB$  треугольной пирамиды  $ABCD$ , причём  $AM : MB = 1 : 2$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $M$  и середины рёбер  $BC$  и  $AD$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $CD$ ?

**1.2.** Точка  $M$  — середина ребра  $AD$  треугольной пирамиды  $ABCD$ . Точки  $K$  и  $L$  лежат на прямых  $AB$  и  $AC$  соответственно, причём  $B$  — середина отрезка  $AK$ , а  $C$  — середина отрезка  $AL$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $K$  и  $L$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $BD$ ?

**1.3.** Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер соответственно  $AB$  и  $BC$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $D_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $AA_1$ ?

**1.4.** Точка  $M$  — середина ребра  $CD$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $A_1$  и  $C_1$ .

б) Пусть секущая плоскость пересекает прямую  $DD_1$  в точке  $P$ . Найдите отношение  $PD : PD_1$ .

**1.5.** Основание пирамиды  $SABCD$  — параллелограмм  $ABCD$  с центром  $O$ . Точка  $M$  лежит на отрезке  $SO$ , причём  $OM : MS = 1 : 2$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $AM$  параллельно прямой  $BD$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $SC$ ?

**1.6.** Основание пирамиды  $SABCD$  — параллелограмм  $ABCD$  с центром  $O$ . Точка  $M$  — середина отрезка  $AO$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $M$  параллельно прямым  $SA$  и  $BD$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $SC$ ?

**1.7.** Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер соответственно  $CC_1$  и  $AB$  треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$ .



а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $A_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $BC$ ?

**1.8.** Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер соответственно  $AA_1$  и  $AB$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $C_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $BC$ ?

**1.9.** Основания шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 E_1 F_1$  — правильные шестиугольники. Точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки  $C$ ,  $D$  и  $M$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $BB_1$ ?

**1.10.** Основания шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 E_1 F_1$  — правильные шестиугольники.

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $D_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $FF_1$ ?

**1.11.** Основание шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  — правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $BC$  и  $EF$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $MN$  параллельно ребру  $SA$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $SC$ ?

**1.12.** Основание шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  — правильный шестиугольник  $ABCDEF$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $BF$  параллельно ребру  $SA$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $SC$ ?

**1.13.** Точка  $M$  — середина ребра  $AD$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точку  $M$  параллельно прямым  $BD$  и  $CB_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит диагональ  $AC_1$  параллелепипеда?

**1.14.** Точка  $M$  — середина ребра  $AD$  параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

а) Постройте сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $M$  и  $B_1$  параллельно прямой  $A_1 C_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит диагональ  $BD_1$  параллелепипеда?

**1.15.** Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер соответственно  $AB$  и  $CD$  треугольной пирамиды  $ABCD$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку пересечения медиан треугольника  $ABC$  параллельно прямым  $AB$  и  $CD$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок  $MN$ ?

**1.16.** Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер соответственно  $AB$  и  $CD$  треугольной пирамиды  $DABC$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра  $AD$  параллельно прямым  $AB$  и  $CD$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок  $MN$ ?

**1.17.** Дана четырёхугольная пирамида  $SABCD$ , основание которой параллелограмм  $ABCD$ . Точка  $M$  — середина ребра  $AB$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку  $M$  параллельно прямым  $AC$  и  $SB$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок, соединяющий точку  $D$  с серединой ребра  $SB$ ?

**1.18.** Дана четырёхугольная пирамида  $SABCD$ , основание которой параллелограмм  $ABCD$ . Точка  $M$  — середина ребра  $SD$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через прямую  $BM$  параллельно прямой  $AC$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок, соединяющий точку  $S$  с центром параллелограмма  $ABCD$ ?

**1.19.** Точка  $M$  — середина ребра  $AB$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через прямую  $A_1M$  параллельно прямой  $AC$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок, соединяющий точку  $B_1$  с серединой ребра  $AC$ ?

**1.20.** Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер соответственно  $AC$  и  $BB_1$  треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $MNC_1$  и  $A_1B_1C_1$ .

б) В каком отношении плоскость  $MNC_1$  делит ребро  $AB$ ?

**1.21.** Основания шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1B_1C_1E_1F_1$  — правильные шестиугольники. Точка  $M$  — середина ребра  $CC_1$ ,  $O$  — центр грани  $ABCDEF$ .

а) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $O$  и  $E_1$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит ребро  $EF$ ?

**1.22.** Основания шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 E_1 F_1$  — правильные шестиугольники. Точка  $M$  — середина ребра  $CC_1$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $D_1 M E_1$  и  $ABC$ .

б) В каком отношении плоскость  $D_1 M E_1$  делит диагональ  $B_1 E$  призмы?

**1.23.** Основание шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  — правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $SA$  и  $SC$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $B$ .

б) В каком отношении плоскость сечения делит отрезок, соединяющий вершину  $S$  с центром основания пирамиды?

**1.24.** Основание шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$  — правильный шестиугольник  $ABCDEF$ . Точка  $M$  — середина ребра  $BC$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $FSM$  и  $ASB$ .

б) В каком отношении плоскость  $FSM$  делит отрезок, соединяющий точку  $A$  с серединой ребра  $SD$ ?

## Содержание

Предисловие . . . . .	3
Краткий список основных сведений о многогранниках . . . . .	4
§ 1. Построения на проекционном чертеже (параллельная проекция) . . . . .	5
§ 2. Угол между прямыми . . . . .	14
§ 3. Угол между плоскостями . . . . .	22
§ 4. Расстояние от точки до прямой. Расстояние от точки до плоскости . . . . .	30
§ 5. Угол между прямой и плоскостью . . . . .	40
§ 6. Расстояние между скрещивающимися прямыми . . . . .	49
§ 7. Площадь сечения . . . . .	60
§ 8. Объём многогранника . . . . .	67
§ 9. Фигуры вращения . . . . .	76
§ 10. Элементы правильных пирамид . . . . .	84
Приложение. Метод координат . . . . .	98
Диагностические работы	
Диагностическая работа 1 . . . . .	106
Диагностическая работа 2 . . . . .	107
Диагностическая работа 3 . . . . .	109
Диагностическая работа 4 . . . . .	110
Диагностическая работа 5 . . . . .	111
Диагностическая работа 6 . . . . .	112
Ответы . . . . .	114