



Н.М. Атаров
В.Г. Богопольский

**РАСЧЕТ
КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН
С ПОМОЩЬЮ
ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ
MICROSOFT EXCEL**



СТРОИТЕЛЬСТВО

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Н.М. Атаров, В.Г. Богопольский

РАСЧЕТ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН
С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ
MICROSOFT EXCEL

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением вузов РФ
по образованию в области строительства в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по программе специалитета по специальности 271101 —
«Строительство уникальных зданий и сооружений»
(от 27 октября 2014 г., № 102-15/855)*

Москва 2015

УДК 624.072.1:004.67(075.8)

ББК 22.251.6я73

A92

Рецензенты:

член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор *С.Н. Кривошапко*,
зав. кафедрой прочности материалов и конструкций
Российского университета дружбы народов;
доктор технических наук, профессор *И.В. Демьянушко*, зав. кафедрой строительной
механики Московского автомобильно-дорожного
государственного технического университета (МАДИ);
кандидат технических наук, *В.Е. Кондратенко*,
доцент кафедры теоретической и прикладной механики
и сопротивления материалов НИТУ МИСИС

Атаров, Н.М.

A92 Расчет кольцевых пластин с помощью электронных таблиц Microsoft Excel : учебное пособие / Н.М. Атаров, В.Г. Богопольский ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. гос. строит. ун-т. Москва : МГСУ, 2015. 72 с.

ISBN 978-5-7264-1004-3

Изложен теоретический материал по дисциплине «Сопротивление материалов» для выполнения расчетно-графических и лабораторных работ по расчету напряженно-деформированного состояния кольцевых пластин с помощью электронных таблиц Microsoft Excel.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по программе специалитета направления подготовки 270800.68 Строительство.

УДК 624.072.1:004.67(075.8)

ББК 22.251.6я73

ISBN 978-5-7264-1004-3

© ФГБОУ ВПО «МГСУ», 2015

Атаров Николай Михайлович, **Богопольский** Владимир Георгиевич

**РАСЧЕТ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН
С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ MICROSOFT EXCEL**

В авторской редакции

Дизайн обложки *Д.Л. Разумного*

Подписано в печать 13.03.2015 г. И-249. Формат 60×84/16.

Усл.-печ. л. 4,19. Уч.-изд. л. 4. Тираж 300 экз. Заказ 308

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный строительный университет».

129337, Москва, Ярославское ш., 26

Издательство МИСИ – МГСУ.

Тел. (495) 287-49-14, вн. 13-71, (499) 188-29-75, (499) 183-97-95.

E-mail: ric@mgsu.ru, rio@mgsu.ru.

Отпечатано в типографии Издательства МИСИ – МГСУ.

Тел. (499) 183-91-90, (499) 183-67-92, (499) 183-91-44

ПРЕДИСЛОВИЕ

В современном строительстве возрастает роль расчетов, обосновывающих проектные решения, а сами расчеты становятся все более сложными.

Решение большинства задач, выдвигаемых практикой в области прочности, не обходится без применения новейших вычислительных комплексов. Развитие вычислительной техники сделало возможным проведение статических и динамических расчетов высокого уровня сложности, без которых было бы невозможным возведение высотных зданий и сооружений, проектирование уникальных сооружений таких как, например, большепролетные мосты, выставочные павильоны, подземные торговые, культурно-развлекательные и спортивные комплексы, вокзалы, аэропорты. Применение новейшего программного обеспечения позволяет учитывать многообразие нагрузок и их сочетания, действующих на здания, сооружения и их элементы, проводить вариантное проектирование, что позволяет сэкономить время и стоимость работ.

В настоящее время для решения задач прочности применяется метод конечных элементов (МКЭ), где чаще всего используется вариационный принцип для получения разрешающих уравнений. Название метода отражает его основную идею - представление конструкции как совокупности отдельных конечных элементов, соединенных между собой в узлах, в которых приложены внешние силы. Для систем из пластин и оболочек конечными элементами служат плоские треугольные, прямоугольные, изопараметрические элементы, либо объемные - тетраэдры, параллелепипеды с разным числом узловых точек, при этом не удается получить точные решения и МКЭ для таких систем является приближенным методом. Повышение точности достигается за счет более мелкого разбиения конструкции на элементы или за счет применения элементов более высокой точности.

Для проверки точности, корректности реализации программ МКЭ целесообразно применять аналитические решения. В данном учебном пособии рассматривается решение задач прочности для круглых и кольцевых пластин. С принципиальной стороны такие расчеты не вызывают затруднений, однако аналитические решения для таких объектов приводят к громоздким выражениям для перемещений и внутренних усилий, поэтому для того, чтобы не проводить расчеты "вручную", в рамках данной работы разрабатывается программа расчета круглых и кольцевых пластин при различных случаях нагружения и закрепления контуров с применением электронных таблиц Microsoft Excel. В результате реализации программы расчета строятся эпюры прогибов, углов поворота сечений, эпюры изгибающих моментов и поперечных сил, также производится подбор сечения пластины по условиям прочности и жесткости.

1. КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПО РАСЧЕТУ КРУГЛЫХ И КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН

Пластины и оболочки составляют весьма обширный класс тонкостенных конструкций, применяемых в строительстве. В гражданском и промышленном строительстве пластины и оболочки являются элементами покрытий и перекрытий, пандусов, навесов, козырьков, в мостостроении - плитами проезжей части, сваями-оболочками, в химической промышленности - резервуары для хранения жидкостей и газов и т.д.

Как правило, во всех указанных конструкциях тонкостенная часть подкреплена ребрами, имеет разнообразные отверстия, люки, отличается весьма сложной формой, представляя собой иногда комбинацию тонкостенных элементов.

Весьма сложными бывают иногда условия закрепления и сочленения тонкостенных конструкций, разнородность материалов. Следует учитывать также большое разнообразие статических и динамических нагрузок, воздействующих на тонкостенные конструкции. Кроме того, к перечисленным выше конструкциям наряду со сложностью форм предъявляются жесткие требования в отношении надежности. Указанными обстоятельствами и объясняется большое внимание, которое уделяется развитию теории расчета и проектирования тонкостенных конструкций, в частности пластин и оболочек.

В настоящее время имеется огромный материал в виде монографий, статей, диссертаций, рассматривающие теории расчета пластин и оболочек как в линейной, так и нелинейной постановке задачи.

Первые работы, посвященные исследованию напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций появились в XIX веке, однако основное развитие наука о расчете пластин и оболочек получила в первой половине XX века. Теория расчета круглых и кольцевых пластин подробно рассматривается в трудах С.П.Тимошенко и С.Войновского-Кригера, В.З.Власова, А.Л.Гольденвейзера, С.Д.Пономарева, Д.В.Вайнберга и Е.Д.Вайнберга и многих других.

Приведем краткий обзор литературных источников, в которых рассматриваются задачи теории пластин и оболочек.

В работе [1] "Пластинки и оболочки" Тимошенко С.П. и С.Войновский-Кригер рассмотрели конкретные задачи об упругих деформациях пластин и оболочек, причем различаются три типа пластин - тонкие пластины, подвергающиеся малым прогибам, тонкие пластины, подвергающиеся большим прогибам, толстые пластины, для которых вводятся соответствующие допущения. Рассмотрены задачи изгиба прямоугольной пластины при различных условиях опирания по краям, неразрезные пластины, пластины на упругом основании, пластины различных очертаний - круглая пластина постоянной и переменной толщины, пластина, имеющая форму сектора круга, эллиптическая пластина.

Особое внимание придается трактовке практических приемов исследований и механической интерпретации результатов. Во многих случаях решения иллюстрируются графиками и таблицами.

В монографии [2] излагаются современные методы расчета стержневых и пластинчатых конструкций на статические и динамические нагрузки, а также на устойчивость. Основное внимание уделено одному из наиболее эффективных методов решения краевых задач механики - численно-аналитическому варианту метода граничных элементов, разработанному авторами. Рассмотрены другие методы, в частности метод конечных элементов, имеющий важное практическое и методологическое значение. Представленные методы иллюстрируются большим количеством примеров с краткими указаниями, поясняющими алгоритм решения.

Книга [3] написана известным американским специалистом в области механики твердого деформируемого тела Л.Г.Доннеллом. В ней рассматривается классическая теория балок, ее усовершенствование на основе плоской задачи теории упругости и других представлений. Теория тонких пластин изложена на основании гипотез о нормальном элементе при малых и конечных прогибах.

В книге [4] представлено систематическое изложение теории оболочек. После вывода основных уравнений общей линейной теории особое внимание уделено различным упрощенным вариантам: теории пологих оболочек, безмоментной теории, теории краевого эффекта. Из общих уравнений нелинейной теории пологих оболочек получены, как частные случаи, уравнения различных вариантов теории пластин.

Работа [5] является пособием по проектированию железобетонных конструкций гражданских, промышленных и инженерных сооружений. В ней рассматриваются вопросы статического расчета и конструирования плит, балок, ферм, стоек, рам, фундаментов. Большое внимание уделено вопросам систематизации расчетов, уменьшению трудоемкости расчетных операций. Приводится большое количество таблиц, формул и других материалов для статического расчета различных конструкций, Систематизированы данные о нагрузках и воздействиях.

В Учебном пособии [6] рассмотрены фундаментальные вариационные принципы, на которых базируется МКЭ. В качестве объектов изучения взяты балки и стержневые системы, балки-стенки, многослойные конструкции, массивы, оболочки, пластины и комбинированные системы. Освещаются вопросы реализации метода на ЭВМ и применение суперэлементов. Приведен анализ имеющихся прикладных программ по реализации МКЭ.

Во многих работах указывается, что с принципиальной стороны расчеты на прочность круглых и кольцевых пластин не вызывает затруднений. Однако практические расчеты, хотя они и облегчены встречающимися в литературных источниках формулами для определения напряжений и деформаций, а также таблицами расчетных коэффициентов, все же остаются сложными и утомительными, как показывает, например, расчет кольцевой пластины с жестко за-

щемленным внешним контуром, свободным от закрепления внутренним контуром и нагруженной равномерно распределенной нагрузкой [7].

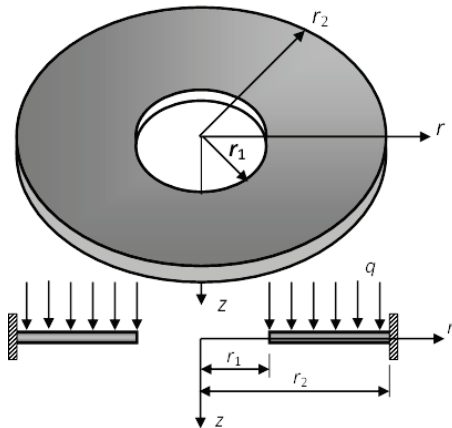


Рис. 1.1 Расчетная схема пластины

Прогибы пластины определяются по формуле:

$$w = \frac{qa^4}{64D} [-1 + 2(1 - k - 2\beta^2)(1 - \rho^2) + \rho^4 - 4k \ln \rho - 8\beta^2 \rho^2 \ln \rho]$$

$$\rho = \frac{r}{r_1}, \quad \beta = \frac{r_1}{r_2},$$

$$k = \frac{(1 - \nu)\beta^2 + (1 + \nu)(1 + 4\beta^2 \ln \beta)}{(1 - \nu) + (1 + \nu)\beta^2} \beta^2.$$

Поэтому в ряде работ была сделана попытка существенно облегчить труд расчетчиков путем разумного упрощения расчетных коэффициентов [8]. В основу теории положен метод начальных параметров, который благодаря использованию таблиц специальных функций открывает широкие возможности для решения сложных задач теории изгиба круглых и кольцевых пластин постоянной и переменной толщины. В работе приведены формулы, таблицы и графики расчетных коэффициентов, определяющих напряжения, прогибы и предельные нагрузки для пластин при различных видах нагружения и опирания, излагается метод расчета пластин, усиленных кольцевыми ребрами.

В работе [9] приводится расчет круглых и кольцевых пластин с помощью таблиц. Формулы для максимального прогиба и максимальных напряжений записываются в виде:

$$w_{\max} = K_w \frac{qb^4}{Eh^3} \quad \sigma_{\max} = K_\sigma \frac{qb^2}{h^2}$$

Коэффициенты K_w и K_σ приведены в таблицах, где представлены также схемы нагружения и закрепления пластинки.

В Справочном пособии "Прочность. Устойчивость. Колебания" [10] также, как и в работе [9] приводится решение задач об изгибе пластинок либо в аналитической форме для относительно простых случаев нагружения и опирания пластины, либо в табличной форме.

Книга [11] является справочным пособием и посвящена исследованию конкретных задач по расчету сплошных и кольцевых пластин постоянной толщины при осесимметричном изгибе. Рассматриваются эффективные методы решения, в частности, применение метода начальных параметров. Для различных схем опирания и нагружения приведены формулы для определения внутренних силовых факторов и прогибов в любом сечении круглой или кольцевой пластины.

Вопросы расчета круглых и кольцевых пластин рассматриваются так же во многих учебниках и учебных пособиях.

В работе [12] авторами в рамках учебника рассматривается изгиб и устойчивость тонких пластин, для расчета которых разработана так называемая техническая теория изгиба пластин на основании гипотез Кирхгофа-Лява. Рассматривается расчет прямоугольных пластин с помощью двойных и одинарных тригонометрических рядов, в частности с частичным нагружением пластины и сосредоточенное воздействие. Приводится теория расчета круглых и кольцевых пластин рассматривается ряд примеров их расчета на поперечную нагрузку при различных условиях опирания пластин. Рассмотрены вопросы расчета пластин с помощью вариационных методов. Приведена теория изгиба пластины под действием поперечных нагрузок и нагрузок в срединной плоскости, а также некоторые вопросы теории устойчивости пластин.

В Учебном пособии [13] отмечается, что в современном машиностроении и строительстве расчеты напряженно-деформированного состояния элементов конструкций становятся все более сложными и доступны лишь высококвалифицированным специалистам. В курсе «Основы строительной механики машин» авторы работы особое внимание уделяют тонкостенным элементам – тонкостенным стержням, пластинам, дискам, оболочкам, так как тонкостенные элементы широко применяются в машиностроительных конструкциях. Значительное место в работе отводится расчету круглых и кольцевых пластин. При осесимметричном нагружении автор сводит решение задачи к дифференциальному уравнению второго порядка относительно функции угла поворота нормали. Приводятся примеры расчета сплошной пластины при различных условиях закрепления краев. В работе рассмотрен расчет круглых осесимметричных пластин по методу начальных параметров, предложенный С.Н.Соколовым [14], [15]: при сложной нагрузке пластину делят на несколько участков; функцию ϑ записывают таким образом, чтобы для каждого следующего участка полностью повторялось выражение для предыдущего участка и добавлялись дополнительные слагаемые. Эти слагаемые выбирают так, чтобы условия сопряжения участков выполнялось при одних и тех же значениях по-

стоянных интегрирования и, таким образом, при любом числе участков получают только две неопределенные постоянные.

В работе [16] приводятся методические указания, содержащие краткий теоретический материал по разделу “Осесимметричный изгиб круглых пластин”, примеры ручного расчета сплошных круглых и кольцевых пластин с различными условиями закрепления, а также, пример расчёта пластины, нагруженной давлением постоянной интенсивности и шарнирно опертой по внешнему контуру с помощью пакета программ “Mathematika 4”. При решении задач авторы работы основываются на дифференциальном уравнении второго порядка относительно функции ϑ .

Обзор технической литературы показывает, что теория расчета круглых и кольцевых пластин в линейной постановке задачи достаточно хорошо разработана, расчет не вызывает принципиальных затруднений, однако реализация его сложна вследствие громоздкости получаемых формул для перемещений и внутренних усилий.

2. ЭЛЕКТРОННЫЕ ТАБЛИЦЫ MICROSOFT EXCEL И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ

Microsoft Excel (Microsoft Office Excel) - программа для работы с электронными таблицами, разработанная компанией Microsoft для Microsoft Windows и Mac OS. Microsoft Excel входит в состав Microsoft Office и на сегодняшний день является одним из наиболее популярных приложений в мире.

В сравнении с первыми табличными процессорами Excel предоставляет множество новых функций пользовательского интерфейса, но суть остается прежней - ячейки образуют строки и столбцы и могут содержать данные или формулы с относительными или абсолютными ссылками на другие ячейки

Возможности этой программы широки и многообразны. Фактически это универсальная технология для создания недорого и максимально адаптированного для пользователей всех квалификаций программного обеспечения для анализа данных и математического моделирования. Разработчики Excel предусмотрели так же взаимодействие с другими программами. Многие из ее возможностей могут быть успешно использованы в инженерных расчетах.

Excel удобен как для элементарных задач, так и для вычислений более высокого уровня, требующих использования всех ее многообразных возможностей, как, например, построение диаграмм и графиков, матричные вычисления, финансовые и статические расчеты, аппроксимирование и интерполирование данных, использование итерационных методов, программирование на языке Visual Basic for Application, интегрирование и дифференцирование и многое другое.

В данной работе использовались такие возможности Excel, как работа с массивами, применение встроенных функций (математических, логических), построение графиков и других. Использование результатов данного методического пособия предполагает, что у студентов имеются первоначальные навыки работы с программой Excel.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
1. КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПО РАСЧЕТУ КРУГЛЫХ И КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТ/ИН.....	4
2. ЭЛЕКТРОННЫЕ ТАБЛИЦЫ MICROSOFT EXCEL И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ.....	8
3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ИЗГИБА КРУГЛЫХ И КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН.....	9
3.1. Дифференциальное уравнение изгиба круглых пластин.....	9
3.2. Напряжения и внутренние усилия при изгибе круглых пластин.....	9
4. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ИЗГИБА КРУГЛЫХ И КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН.....	11
4.1. Дифференциальное уравнение осесимметричного изгиба пластины.....	12
4.2. Внутренние усилия при изгибе круглой пластины.....	12
4.3. Решение дифференциального уравнения изгиба пластины при действии равномерно распределенной нагрузки.....	12
4.4. Граничные условия для сплошной круглой пластины. Примеры расчета.....	13
4.5. Граничные условия для кольцевой пластины.....	15
4.6. Пример расчета кольцевой пластины.....	17
5. РАСЧЕТ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ MICROSOFT EXCEL.....	21
5.1. Методика расчета напряженно-деформированного состояния кольцевых пластин с помощью электронных таблиц Microsoft Excel.....	21
5.2. Пример 1. Внешний контур пластины жестко защемлен, внутренний контур свободен от закрепления; равномерно распределенная нагрузка по всей поверхности пластины.....	22
5.3. Пример 2. Внутренний контур пластины жестко защемлен, внешний контур свободен от закрепления; кольцевая нагрузка по внешнему контуру.....	33
5.4. Пример 3. Шарнирное закрепление внешнего контура, жесткое защемление внутреннего контура; кольцевой момент по внешнему контуру пластины.....	42
5.5. Сравнение результатов расчета кольцевой пластины с помощью калькулятора и электронных таблиц Microsoft Excel.....	51
5.6. Расчет кольцевой пластины с учетом всех типов закрепления.....	61
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	71
ЛИТЕРАТУРА.....	71