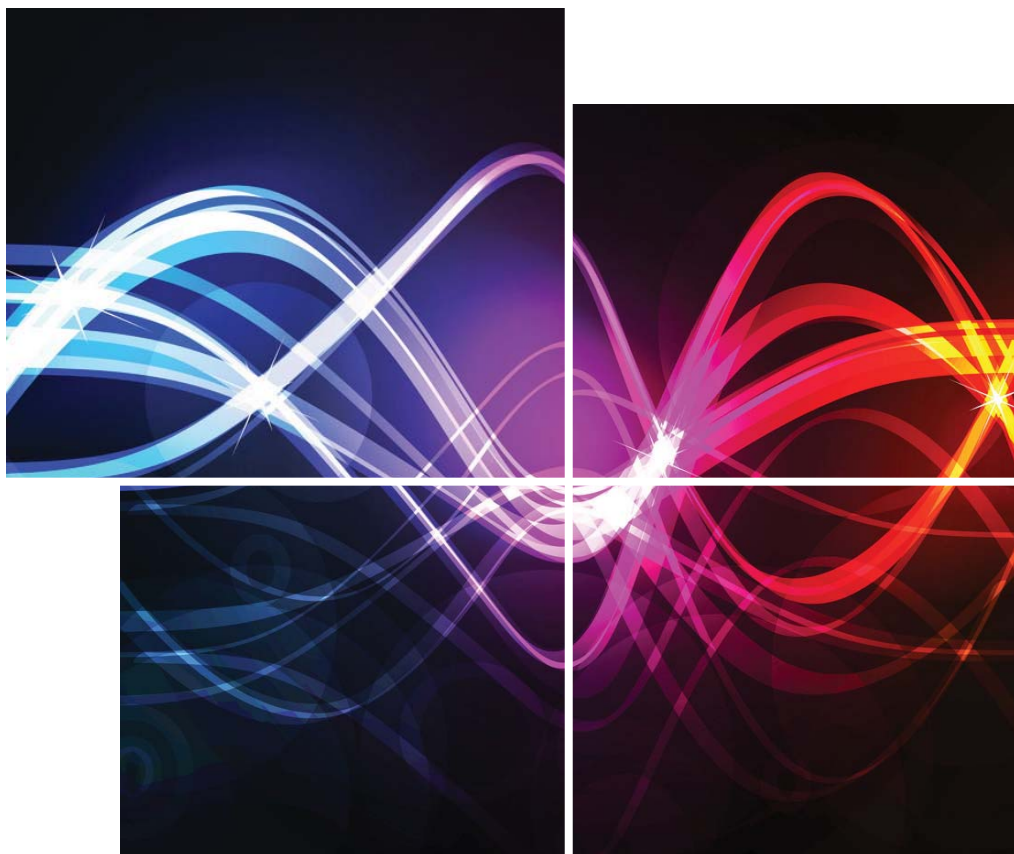


Лазерные резонаторы и распространение пучков

Основы, современные понятия и прикладные аспекты



ОМК
ИЗДАТЕЛЬСТВО

ОДЭКА

Норман Ходгсон
Хорст Вебер

УДК 621.375.8:535.374
ББК 32.86-53
Х69

Ходгсон Н., Вебер Х.
Х69 Лазерные резонаторы и распространение пучков. Основы, современные понятия и прикладные аспекты / пер. с англ. к.ф.-м.н. С. А. Бордзиловского; под науч. ред. С. Г. Струц. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 744 с.

ISBN 978-5-97060-176-1

В книге изложены методы анализа лазерных резонаторов – матричный, геометрической оптики и интегрального уравнения. Рассмотрены резонаторы различных типов, обсуждены вопросы построения их схем, обеспечивающих требуемые свойства лазерного излучения. Описаны методы измерений параметров лазерных излучателей и пучков.

Издание предназначено для специалистов, занимающихся разработкой, конструированием и применением лазеров, а также для преподавателей и студентов соответствующих специальностей технических вузов.

УДК 621.375.8:535.374
ББК 32.86-53

All rights reserved. This work may not be translated or copied in whole or in part without the written permission of the publisher (Springer Science+Business Media, Inc., 233 Spring Street, New York, NY 10013, USA), except for brief excerpts in connection with reviews or scholarly analysis. Use in connection with any form of information storage and retrieval, electronic adaptation, computer software, or by similar or dissimilar methodology now known or hereafter developed is forbidden.

The use in this publication of trade names, trademarks, service marks, and similar terms, even if they are not identified as such, is not to be taken as an expression of opinion as to whether or not they are subject to proprietary rights.

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

ISBN 978-0387-40078-5 (анг.)

© Springer Science+Business Media, Inc., 2005

ISBN 978-5-97060-176-1 (рус.)

© Перевод, Издательский дом «Додэка-XXI», 2012

© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2017

Содержание

Список сокращений и символов.....	12
Предисловие	20
Предисловие научного редактора	23
Введение	25

▼ Часть I

Электромагнитное поле	30
Глава 1. Геометрическая оптика	31
1.1. Общие аспекты.....	31
1.2. Лучевые матрицы	33
1.2.1. Одномерные оптические системы.....	33
1.2.2. Элементы матрицы и теорема Лиувилля	42
1.2.3. Нарушение ориентации оптических элементов	51
1.2.4. Двухмерные оптические системы	53
1.2.5. Вращение и перекос.....	56
1.2.6. Закон ABCD в геометрической оптике	64
1.2.7. Собственные решения и собственные значения.....	67
1.3. Оптические резонаторы и лучевые матрицы	69
Глава 2. Волновая оптика	74
2.1. Принцип Гюйгенса и интеграл Кирхгофа.....	74
2.2. Дифракция	78
2.2.1. Прямоугольное отверстие	78
2.2.2. Круглое отверстие	84
2.3. Интеграл Коллинза	87
2.3.1. Одномерные оптические системы	87
2.3.2. Двухмерные оптические системы	89
2.4. Интеграл Коллинза и исчезающие элементы лучевой матрицы	91

2.4.1. Условие построения изображения, $B = 0$	91
2.4.2. Преобразование Фурье при $A = 0$	92
2.4.3. Свойства Фурье-образов	93
2.5. Гауссовы пучки	96
2.5.1. Гауссовы пучки в одномерных оптических системах	96
2.5.2. Эллиптические гауссовы пучки	106
2.6. Моменты интенсивности и распространение пучка	111
2.6.1. Стигматические и простые астигматические пучки	111
2.6.2. Обобщенные астигматические пучки	117
2.6.3. Качество пучка	121
2.7. Дифракционная теория оптических резонаторов	123
2.7.1. Интегральное уравнение для распределения электрического поля	123
2.7.2. Гауссов пучок как основная мода резонатора	125
2.8. Пучки, свободные от дифракции	128
Глава 3. Поляризация	133
3.1. Общие аспекты	133
3.2. Матрицы Джонса	136
3.2.1. Определение	136
3.2.2. Матрицы для поляризационной оптики, повернутой вокруг оси распространения луча	141
3.2.3. Комбинирование нескольких поляризационных оптических систем	142
3.3. Собственные состояния поляризации	146
3.4. Поляризация в оптических резонаторах	147
3.4.1. Собственные состояния матрицы Джонса для кругового обхода пучка	147
3.4.2. Поляризационные и дифракционные интегралы	149
3.5. Деполяризаторы	150

▼ Часть II

Основные свойства оптических резонаторов	153
Глава 4. Резонатор Фабри–Перо	154
4.1. Общие аспекты	154
4.2. Интерферометр Фабри–Перо	156
4.2.1. Пассивный интерферометр Фабри–Перо	156
4.2.2. Применения ИФП	162
4.2.3. ИФП с усиливающей средой – лазерный резонатор	165
4.3. Оптические покрытия	171
4.3.1. Матричный метод проектирования покрытия	171
4.3.2. Четвертьволновые системы	176
4.3.3. Материалы покрытий и методы их нанесения	180

▼ Часть III

Пассивные открытые резонаторы	183
Глава 5. Устойчивые резонаторы	184
5.1. Общие аспекты.....	184
5.2. Неограниченные устойчивые резонаторы	185
5.2.1. Поперечная структура мод	187
5.2.2. Резонансные частоты	198
5.2.3. TEM ₀₀ -мода	200
5.2.4. Моды высоких порядков	207
5.2.5. Фокусируемость и качество пучка	215
5.3. Устойчивые резонаторы с апертурным ограничением	224
5.3.1. Зеркало, ограниченное одной апертурой	226
5.3.2. Апертурное ограничение обоих зеркал	230
5.4. Чувствительность к разъюстировке	235
5.4.1. Зеркало, ограниченное одной апертурой	238
5.4.2. Два апертурно ограниченных зеркала	241
Глава 6. Резонаторы на границах устойчивости.....	245
6.1. Резонаторы с $g_1g_2 = 1$	245
6.2. Резонаторы с одним нулевым g-параметром	248
6.3. Конфокальный резонатор.....	250
Глава 7. Неустойчивые резонаторы	259
7.1. Общие аспекты.....	259
7.2. Описание неустойчивых резонаторов в рамках геометрической оптики	261
7.2.1. Распространение пучка	261
7.2.2. Фокусируемость	267
7.3. Дифракционная теория неустойчивых резонаторов	276
7.3.1. Модовая структура, качество пучка и потери	276
7.3.2. Применения неустойчивых резонаторов	282
7.4. Чувствительность к разъюстировке	283
7.5. Неустойчивые резонаторы в случае внеосевой геометрии	289
7.6. Неустойчивые резонаторы с однородным выходом	294
7.7. Неустойчивые резонаторы на зеркалах с переменной отражательной способностью	296
7.7.1. Свойства резонатора	296
7.7.2. Изготовление VRM-зеркал	300
7.7.3. Лазерные свойства неустойчивых резонаторов на VRM-зеркалах	303
Глава 8. Резонаторы с внутренними оптическими элементами	308
8.1. Резонаторы с внутренними линзами	308
8.2. Резонаторы с поляризующими элементами	311
8.2.1. Резонатор с «твистующей» модой	313
8.2.2. Резонаторы с регулируемым выходом	314
8.2.3. Резонатор с ячейкой Поккельса	315
8.2.4. Резонаторы с радиальными двулучепреломляющими элементами	319
8.2.5. Резонаторы с азимутальными двулучепреломляющими элементами	320

8.2.6. Резонаторы с радиально-азимутальными двулучепреломляющими элементами	322
8.2.7. Компенсация радиально-азимутального двулучепреломления	325

▼ Часть IV

Открытые резонаторы с усилением	330
Глава 9. Активная среда	331
9.1. Общие аспекты	331
9.2. Эффективная длина резонатора	332
9.3. Усиление и эффективность использования накачки	334
9.4. Балансные уравнения	339
9.5. Уширение линии и выгорание провалов в контуре усиления	345
9.5.1. Однородное и неоднородное уширение линии	345
9.5.2. Пространственное выгорание провалов усиления	350
9.6. Спектральное распределение усиления и затягивание частоты	352
9.7. Ширина спектральной линии лазерных мод	355
Глава 10. Выходная мощность лазерных резонаторов	357
10.1. Выходная мощность устойчивых резонаторов	357
10.1.1. Линейные резонаторы	357
10.1.2. Оптимальный выход и максимальная выходная мощность	362
10.1.3. Сложенные резонаторы без перекрытия пучка	367
10.1.4. Сложенные резонаторы с перекрытием пучка	368
10.1.5. Кольцевые резонаторы	372
10.2. Выходная мощность неустойчивых резонаторов	373
Глава 11. Влияние усиления на модовую структуру и потери	378
11.1. Общие аспекты	378
11.2. Устойчивые резонаторы	379
11.2.1. Режим основной моды	379
11.2.2. Режим нескольких поперечных мод	389
11.3. Неустойчивые резонаторы	391
11.3.1. Модовая структура и потери	391
11.3.2. Оптимальная эффективность использования накачки	392
11.4. Модовая структура и условие стационарности	398
Глава 12. Лазерные резонаторы с модуляцией добротности	400
12.1. Общие аспекты	400
12.2. Балансные уравнения для режима модуляции добротности	404
12.2.1. Плотности инверсной населенности	404
12.2.2. Энергия, длительность импульса и пиковая мощность	406
12.3. Оптимизация выходного зеркала резонатора	409
12.4. Режим периодической модуляции добротности	411
12.5. Оптимальное пропускание выходного зеркала	413

Глава 13. Резонаторы с изменяющимися внутренними линзами	421
13.1. Общие сведения	421
13.1.1. Термическая линза в твердотельных лазерах.....	421
13.1.2. Лучевые матрицы	423
13.2. Устойчивые резонаторы.....	426
13.2.1. Работа в режиме основной моды.....	426
13.2.2. Режим нескольких поперечных мод.....	429
13.2.3. Радиусы пучка, расходимости и фокусировка.....	433
13.2.4. Выходная мощность и качество пучка	437
13.2.5. Выходная мощность в режиме основной моды.....	444
13.2.6. Сферическая абберация	446
13.3. Неустойчивые резонаторы	454
13.3.1. Распространение пучка	454
13.3.2. Конфокальные неустойчивые резонаторы положительной ветви.....	456
13.3.3. Неустойчивые резонаторы с отображением стержня	461
13.3.4. Близкие к концентрическим неустойчивые резонаторы	465
13.3.5. Качество пучка и фокусировка	467
Глава 14. Резонаторы с несколькими активными элементами.....	473
14.1. Общие аспекты	473
14.2. Выходная мощность и эффективность	475
14.2.1. Устройство излучателя.....	475
14.2.2. Устройство усилителя	476
14.3. Многостержневые твердотельные лазеры.....	477
14.3.1. Эквивалентная g -диаграмма	477
14.3.2. Качество пучка и выходная мощность	479
14.3.3. Многостержневые резонаторы с зеркалами с переменной отражательной способностью.....	482
Глава 15. Чувствительность выходной мощности к разъюстировке	484
15.1. Общие свойства.....	484
15.2. Устойчивые резонаторы в многомодовом режиме.....	486
15.2.1. В отсутствие термической линзы	486
15.2.2. С термической линзой.....	489
15.2.3. Разъюстировка симметричных многостержневых резонаторов	492
15.3. Устойчивые резонаторы в режиме основной моды	496
15.4. Неустойчивые резонаторы	499
15.4.1. Без термической линзы.....	499
15.4.2. С термической линзой.....	502
Глава 16. Резонаторы с внутренними нелинейными элементами.....	506
16.1. Общие аспекты	506
16.2. Внутрирезонаторная генерация второй гармоники.....	507
16.2.1. Основные свойства генерации второй гармоники	507
16.2.2. Эффективность внутрирезонаторной генерации второй гармоники	515

16.2.3. Рассогласование фазы, аксиальные моды и эффективность преобразования	518
16.2.4. Конфигурации резонатора	520
16.3. Резонаторы с зеркалами, обращающими волновой фронт	523
16.3.1. Общие свойства зеркал, обращающих волновой фронт	523
16.3.2. Оптические резонаторы с обращающим волновой фронт зеркалом	526
16.3.3. Резонаторы с обращением волнового фронта, использующие ВРМБ	533

▼ Часть V

Резонаторы специальных типов	545
Глава 17. Призмённые резонаторы	546
17.1. Резонаторы на призме Порро	546
17.2. Резонаторы на угловом отражателе	553
Глава 18. Резонаторы с преобразованием Фурье	558
18.1. Неустойчивые резонаторы с самофильтрацией	558
18.2. Устойчивые резонаторы с преобразованием Фурье	563
Глава 19. Гибридные резонаторы	569
19.1. Общие аспекты	569
19.2. Неустойчиво-устойчивые резонаторы	570
19.3. Волноводные резонаторы	572
19.3.1. Мотивация	572
19.3.2. Собственные моды полых волноводов прямоугольного сечения	574
19.3.3. Поперечные собственные моды полых волноводов кругового сечения	582
19.3.4. Свойства волноводных резонаторов	587
19.3.5. Свойства лазеров с волноводом щелевой конфигурации	604
Глава 20. Резонаторы для усиливающих сред с сечением в виде кольца	611
20.1. Характеристики лазеров с усиливающими кольцеобразными средами	611
20.2. Устойчивые резонаторы с тороидальными зеркалами	614
20.2.1. Структура поперечной моды	614
20.2.2. Качество пучка	616
20.3. Резонаторы на основе ячейки Херриота	620
20.4. Неустойчивые резонаторы	623
20.4.1. Тороидальные неустойчивые резонаторы	623
20.4.2. Азимутально-неустойчивые резонаторы	625
20.4.3. Сферические неустойчивые резонаторы	628
Глава 21. Кольцевые резонаторы	632
21.1. Общие свойства кольцевых резонаторов	632
21.2. Неустойчивые кольцевые резонаторы	638
21.3. Неплоские кольцевые резонаторы	641

Глава 22. Одночастотные резонаторы.....	643
22.1. Спектр лазерных аксиальных мод.....	643
22.2. Выделение аксиальной моды внутрирезонаторными элементами.....	645
22.3. Выделение аксиальной моды в связанных резонаторах.....	648
22.4. Резонаторы для лазеров с однородным уширением линии.....	650

▼ Часть VI

Измерительная техника.....	653
Глава 23. Измерение параметров излучателя.....	654
23.1. Измерение потерь, усиления и эффективности.....	654
23.1.1. Анализ Финдлэя–Клэя.....	654
23.1.2. Анализ временной задержки.....	663
23.1.3. Измерение дифракционных потерь.....	667
23.1.4. Измерение интенсивности насыщения.....	668
23.2. Измерение параметров термической линзы.....	671
23.2.1. Фокусирование коллимированного зондирующего пучка.....	672
23.2.2. Отклонение коллимированного зондирующего пучка.....	674
23.2.3. Изменение в свойствах лазера.....	675
Глава 24. Измерение параметров лазерного пучка.....	679
24.1. Измерение качества пучка.....	679
24.1.1. Параметр качества пучка.....	679
24.1.2. Методы, стандартизованные ISO.....	680
24.1.3. Измерение перетяжки пучка и расходимости в дальней зоне.....	682
24.1.4. Анализаторы качества пучка.....	683
24.1.5. Определение диаметров пучка.....	685
24.1.6. Ослабление пучка.....	687
24.2. Измерение поляризации.....	688
Литература.....	692
Предметный указатель.....	739

1.1. Общие аспекты

Свет представляет собой электромагнитную волну, которая отличается от волн, известных в радиочастотной технике, только более высокой частотой ν и более короткой длиной волны λ [1.1–1.5]. В обоих случаях электромагнитное поле описывается следующими величинами (рис. 1.1):

- вектор напряженности электрического поля \vec{E}^1 (В/м);
- вектор напряженности магнитного поля \vec{H} (А/м);
- волновой вектор $\vec{k} = 2\pi/\lambda \vec{e}$ (м^{-1}).

В однородной, изотропной и неограниченной среде все три вектора взаимно перпендикулярны, а волновой вектор \vec{k} указывает направление распространения волны \vec{e} . Физическое воздействие света, которое люди замечают при помощи глаз либо светочувствительного детектора, всегда определяется усредненной по времени интенсивностью I :

$$I = \frac{1}{2} n c_0 \varepsilon_0 |E|^2, \quad (1.1)$$

где $c_0 = 3 \times 10^8$ м/с — скорость света в вакууме; $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ А·с/(В·м) — электрическая постоянная; n — показатель преломления среды (безразмерное число).

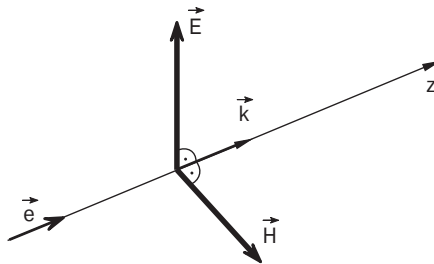


Рис. 1.1. Электромагнитная волна полностью определяется полем векторов \vec{E} , \vec{H} и волнового вектора \vec{k} , указывающего направление распространения

¹ В данном издании все векторные величины в тексте выделены полужирным шрифтом. — Примеч. ред.

Мощность, заключенная в электромагнитной волне, получается при интегрировании интенсивности по площади, перпендикулярной направлению распространения:

$$P = \frac{1}{2} n c_0 \varepsilon_0 \int_A |\mathbf{E}|^2 dA. \quad (1.2)$$

Отметим, что последнее выражение наряду с выражением (1.1) включает в себя вклад как электрической, так и магнитной мощностей, несмотря на то что магнитное поле не входит явно в это выражение. Данное обстоятельство является следствием того факта, что в немагнитной среде с низкими потерями на поглощение (а в объеме этой книги мы интересуемся только такими средами) вектор магнитного поля \mathbf{H} связан с вектором электрического поля \mathbf{E} посредством уравнения

$$\mathbf{H} = n c_0 \varepsilon_0 [\mathbf{e} \times \mathbf{E}]. \quad (1.3)$$

Поэтому для описания свойств электромагнитной волны достаточно рассматривать только электрическое поле. Легко показать, что электрическое и магнитное поля вносят одинаковый вклад в суммарную мощность, определяемую выражением (1.2).

В дальнейшем мы рассматриваем только вектор электрического поля, который зависит от пространственных координат x , y , z , и предполагаем также, что поле совершает чисто периодические колебания с частотой ν . Общепринятым является выбор ориентации оси z параллельно направлению распространения волны. В этом случае общая форма записи для электромагнитной волны будет следующая:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(x, y, z) \cos(kz - \omega t), \quad (1.4)$$

где $\omega = 2\pi\nu$.

Поскольку мы рассматриваем только линейную среду, то частота ν остается постоянной при движении электромагнитной волны через области с различными показателями преломления n . Линейность означает, что показатель преломления не зависит от интенсивности I . В этом состоит отличие от нелинейных материалов, подобных КТР (титанил-фосфат калия) или ВВО (бета-борат бария), которые главным образом используются для частотного преобразования. Однако длина волны λ и скорость света c меняются в линейной среде согласно уравнениям

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad c = \frac{c_0}{n}, \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c_0}{\lambda_0}, \quad (1.5)$$

где λ_0 , c_0 — длина волны и скорость света в вакууме соответственно.

Примеры

1. В яркий солнечный день в Калифорнии интенсивность солнечного света при нормальном падении примерно равна 1000 Вт/м^2 . Используя выражение (1.1), получаем величину электрического поля, равную 868 В/м .
2. Для обычного CO_2 -лазера с выходной мощностью 1 кВт и диаметром пучка 10 мм интенсивность излучения составляет $12,7 \text{ МВт/м}^2$, что более чем в $10\,000$ раз ярче солнечного света! Соответствующая величина электрического поля равна $98\,935 \text{ В/м}$.

1.2. Лучевые матрицы

Далее мы будем рассматривать распространение света в приближении геометрической (лучевой) оптики [1.10]. В этом приближении пространственная структура электромагнитной волны наряду с дифракционными эффектами, обусловленными конечными апертурами или краями экранов на пути волны, не рассматриваются. Такое приближение при описании распространения света может быть применено, если мы имеем дело со световым пучком, у которого характеристический параметр N , называемый числом Френеля, много больше единицы:

$$N = \frac{a^2}{\lambda L} \gg 1, \tag{1.6}$$

где a — радиус пучка; λ — длина волны; L — расстояние в направлении распространения.

Смысл числа Френеля будет обсуждаться в последующих разделах, например в разделе 2.2. Свет можно рассматривать в приближении геометрической оптики, если пучок, с которым мы имеем дело, не слишком длинный или не слишком тонкий. Если число Френеля близко к единице или меньше единицы, то распространение пучка следует рассматривать в рамках теории дифракции. К сожалению, не существует достаточно точно определенного числа Френеля, которое разделяет геометрическую оптику и теорию дифракции. Однако для числа Френеля больше двадцати геометрическая оптика определено может быть применена.

Пример. Световой пучок в зеленой области спектра ($\lambda = 500$ нм) диаметром $2a = 5$ мм может описываться геометрически в пределах расстояния, примерно равного 1 м ($N = 12,5$).

1.2.1. Одномерные оптические системы

В геометрическом приближении световые лучи распространяются в свободном пространстве вдоль прямых линий и испытывают отклонение при прохождении оптического элемента типа линзы. Если луч берет начало в плоскости, перпендикулярной оси z , то он полностью определен координатами начальной точки (x, y) и угловыми смещениями: α в направлении оси x и β в направлении оси y . Ось z обычно выбирается так, чтобы она совпадала с оптической осью. Оптическая ось определяется центром симметрии первого оптического элемента и перпендикулярна передней поверхности этого элемента. Таким образом, луч может быть математически выражен как вектор:

$$V = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}. \tag{1.7}$$

Если все оптические элементы обладают симметрией вращения в направлении распространения (например, сферическая линза), то декартовы координаты си-

стемы всегда могут быть выбраны таким образом, что луч будет полностью определен координатой своей начальной точки x и углом смещения α в направлении x (рис. 1.2). Последнее возможно благодаря тому, что луч распространяется в плоскости xz . В дальнейшем мы ограничим обсуждение только такими одномерными оптическими системами. Распространение луча в двухмерных оптических системах, таких как цилиндрические линзы и клиновые пластины, будет рассмотрено в подразделе 1.2.4.

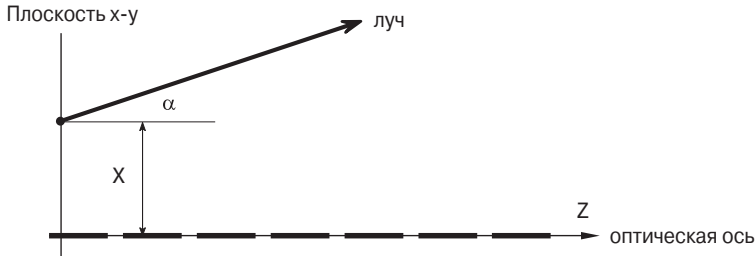


Рис. 1.2. В геометрической оптике свет описывается лучами, распространяющимися вдоль прямых линий в свободном пространстве

Мы должны ответить на вопрос: как меняется лучевой вектор при прохождении луча через оптическую систему? Что касается распространения луча в среде с показателем преломления n , то решение задачи будет достаточно простым (рис. 1.3a). Для случая, когда луч вышел из точки x_1 под малым углом α_1 и, пройдя расстояние L , достиг точки x_2 под углом α_2 , можно записать:

$$x_2 = x_1 + L\alpha_1, \quad (1.8)$$

$$\alpha_2 = \alpha_1. \quad (1.9)$$

Это можно записать в виде матричного уравнения:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = M_{\text{FS}} \begin{pmatrix} x_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix}, \quad M_{\text{FS}} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Для каждого оптического элемента, например такого, как линза или зеркало, можно найти матрицу M , которая математически описывает преобразование луча при прохождении его через этот элемент [1.6, 1.11]. Матрица M называется лучевой матрицей. Для того чтобы найти такую матрицу с элементами, не зависящими от параметров луча, необходимо сделать предположение о малой величине углов α (как это было сделано в выражении (1.8)). Теория лучевых матриц применима к анализу оптических систем только в случае выполнения следующих соотношений для величины максимального угла:

$$\sin \alpha \approx \text{tg } \alpha \approx \alpha. \quad (1.11)$$

Исходя из практического опыта, максимальный угол не должен превышать 15° ($\alpha = 0,262$ рад, $\sin \alpha = 0,259$, $\text{tg } \alpha = 0,268$). Это не является серьезным ограничени-

ем для оптических резонаторов, так как угол, под которым свет распространяется внутри резонатора, редко превышает пару градусов. Ограничение областью малых углов называется параксиальным приближением. Оно приводит к линейным преобразованиям между лучевыми векторами. Если пучок света переходит из среды с показателем преломления n_1 в другую среду с показателем преломления n_2 , то лучи преломляются на поверхности раздела (рис. 1.3б). В приближении параксиальных пучков закон преломления, известный как закон Снелла, записывается:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \approx \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{1.12}$$

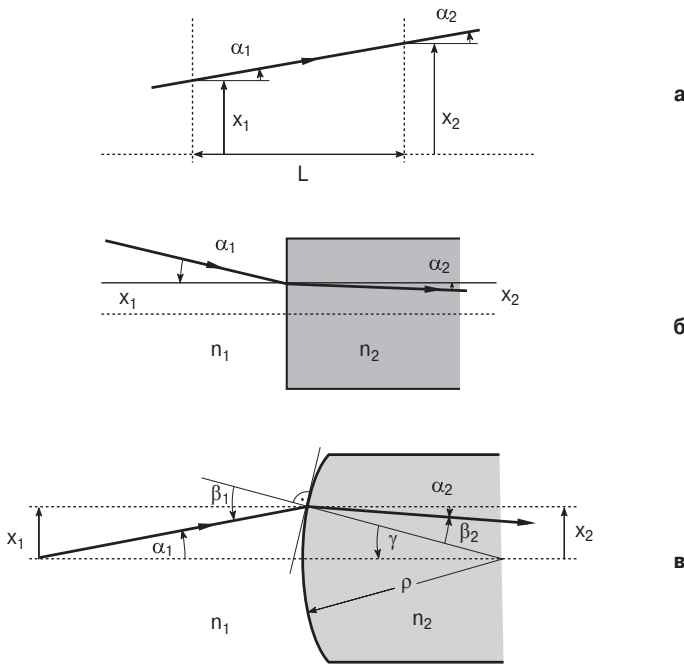


Рис. 1.3. Распространение световых лучей:
 а) распространение в свободном пространстве на расстояние L ;
 б) преломление на плоской границе между двумя средами с различными показателями преломления;
 в) преломление на сферической поверхности

Таким образом, лучевая матрица M_R для случая преломления на плоской границе раздела полностью определена, если координата x луча на этой поверхности не меняется:

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}. \tag{1.13}$$

Третьим важным случаем оптического перехода является преломление на сферической поверхности, как это изображено на рис. 1.3в. Геометрия поверхности характеризуется радиусом кривизны ρ . Для выпуклой поверхности, когда центр кривизны расположен справа, а луч приходит слева (как изображено на рисунке), радиус кривизны будет положительным. Отрицательный радиус кривизны определяет вогнутую поверхность. Снова координата луча на поверхности остается фиксированной, и закон Снелла (1.12) выполняется для углов β_1 и β_2 . Угол α_2 можно вычислить, используя геометрические соотношения $\gamma = x_1/\rho$, $\alpha_1 = \beta_1 - \gamma$, и $\alpha_2 = \beta_2 - \gamma$. Окончательный результат выглядит следующим образом:

$$x_2 = x_1, \quad (1.14)$$

$$\alpha_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_2 \rho} x_1 + \frac{n_1}{n_2} \alpha_1. \quad (1.15)$$

Лучевая матрица при прохождении сферической поверхности:

$$\mathbf{M}_{\text{RS}}(\rho) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 \rho} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

Как и предполагалось, эта лучевая матрица переходит в матрицу (1.13), если мы устремим радиус кривизны поверхности ρ к бесконечности.

Выше мы вывели две фундаментальные лучевые матрицы для описания распространения луча в свободном пространстве $\mathbf{M}_{\text{FS}}(L)$ и для прохождения лучом сферической поверхности раздела двух диэлектриков $\mathbf{M}_{\text{RS}}(\rho)$. Знания этих двух матриц достаточно для описания произвольной оптической системы, так как лучевая матрица для любого оптического элемента может быть выведена именно из этих двух фундаментальных матриц. Перед тем как перейти к более подробным обсуждениям, следует запомнить следующие общепринятые правила:

1. Световые лучи всегда распространяются слева направо.
2. Выпуклые поверхности диэлектриков имеют положительный радиус кривизны, вогнутые поверхности диэлектриков имеют отрицательный радиус кривизны (однако для зеркал знаки меняются на обратные!).
3. Ориентация угла определяется математически: это означает, что на рис. 1.3в β_1 — положительный угол, а α_2 — отрицательный.

Если луч проходит через несколько оптических элементов, то лучевые матрицы этих элементов могут быть скомбинированы в одну матрицу. Такая процедура изображена на рис. 1.4. Луч, берущий начало в левой плоскости, имеет лучевой вектор \mathbf{v}_1 . Этот вектор трансформируется в лучевой вектор \mathbf{v}_2 после прохождения первого оптического элемента, второй элемент преобразует его в лучевой вектор \mathbf{v}_3 в левой плоскости третьего элемента и т. д. Для n оптических элементов имеем n уравнений:

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{M}_1 \mathbf{v}_1$$

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{M}_2 \mathbf{v}_2$$

⋮

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{M}_n \mathbf{v}_n$$

откуда следует:

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{M}_n \mathbf{M}_{n-1} \mathbf{M}_{n-2} \dots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1 \mathbf{v}_1 = \mathbf{M} \mathbf{v}_1. \quad (1.17)$$

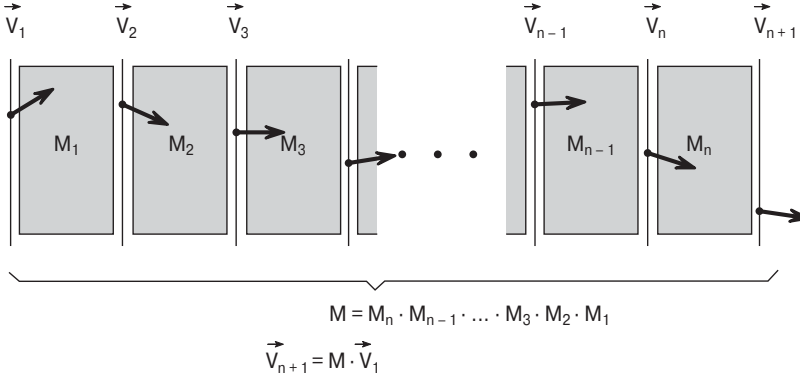


Рис. 1.4. Прохождение светового луча через серию оптических элементов.
Из лучевых матриц отдельных элементов можно скомбинировать результирующую матрицу **M**

Результирующая лучевая матрица **M** получается путем перемножения всех отдельных матриц в порядке, противоположном направлению распространения луча (т. е. справа налево). Другими словами, первая лучевая матрица, «видимая» лучом, расположена с правой стороны матричного произведения, последняя — с левой стороны. Итак, у нас есть мощный инструмент, позволяющий определять лучевые матрицы сложных оптических систем.

Пример. Тонкая линза. В общем случае сферическая линза полностью определяется показателем преломления n_2 , толщиной L и кривизной передней и задней поверхностей. В приближении тонкой линзы пренебрегают любым изменением положения линзы и изменением угла луча внутри среды. Последнее означает, что мы не рассматриваем распространение луча между двумя плоскостями. Таким образом, лучевая матрица для тонкой линзы \mathbf{M}_{TL} является произведением двух матриц для прохождения сферической поверхности раздела (1.16). Если через ρ_1 и ρ_2 обозначить радиусы кривизны передней и задней поверхностей и окружить линзу средой с показателем преломления n_1 , то результирующая лучевая матрица запишется как

$$\mathbf{M}_{\text{TL}} = \mathbf{M}_{\text{RS}}(\rho_2) \mathbf{M}_{\text{RS}}(\rho_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_1 \rho_2} & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{n_2 \rho_1} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

где фокусное расстояние f дается выражением

$$\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right). \quad (1.19)$$

Отметим, что кривизна ρ является положительной для выпуклых поверхностей (центр кривизны расположен справа от поверхности раздела) и отрицательной для вогнутых поверхностей.

Пример. Плоская диэлектрическая пластина. Рассмотрим пластину толщиной L с параллельными поверхностями и с показателем преломления n_2 . Лучевая матрица находится путем перемножения матрицы \mathbf{M}_R для луча, преломляющегося на поверхности раздела, и матрицы \mathbf{M}_{FS} для луча, распространяющегося в свободном пространстве:

$$\mathbf{M}_P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_2/n_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & n_1 L/n_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.20)$$

Примечательно, что мы получили в точности лучевую матрицу для распространения луча в свободном пространстве на эффективное расстояние $n_1 L/n_2$. Например, для стеклянной пластинки в воздухе эффективное расстояние меньше, чем действительная физическая толщина пластинки L . Последнее означает, что объекты будут казаться расположенными ближе к глазам наблюдателя, если мы смотрим на них через пластину (это справедливо только для ближних объектов, которые рассматриваются под некоторым углом).

Пример. Сферическое зеркало. Сферическое зеркало с радиусом кривизны ρ обладает теми же самыми свойствами преобразования луча, что и линза, за исключением того, что направление распространения пучка заменяется на противоположное. В дальнейшем мы более детально покажем, что при зеркальном отображении координатной системы вместе со световым пучком нет необходимости включать в лучевые матрицы изменение направления пучка. Другими словами, мы всегда движемся вместе с лучом, глядя по направлению распространения. В рамках этого приближения лучевая матрица зеркала идентична матрице тонкой линзы (1.18) с фокусным расстоянием $f = \rho/2$:

$$\mathbf{M}_M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{\rho} & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.21)$$

Радиус кривизны ρ для выпуклого сферического зеркала будет положительным. Это означает, что зеркало открыто в левую сторону, навстречу падающему лучу (как показано на рис. 1.5). Для читателя важно понять, что данное правило знаков является противоположным по сравнению с правилом, используемым для поверхностей раздела диэлектриков. Вы сэкономите время на вычислениях, если будете иметь это в виду.

Набор обычно используемых лучевых матриц показан на рис. 1.5. Следует отметить, что с математической точки зрения лучевые матрицы могут быть определены только для оптических элементов, имеющих параболические профили показателя преломления (как термическая линза на рис. 1.5) или параболические поверхности (как свободная от аберрации линза). К счастью, вблизи центра симметрии параболическая поверхность слабо отличается от сферической поверх-

ности. Поскольку рассматриваются только параксиальные пучки, мы ограничены центральной областью оптических элементов. Поэтому с практической точки зрения применение лучевых матриц для оптических элементов со сферическими, эллиптическими или гиперболическими поверхностями и профилями показателя преломления не приводит к заметным погрешностям.

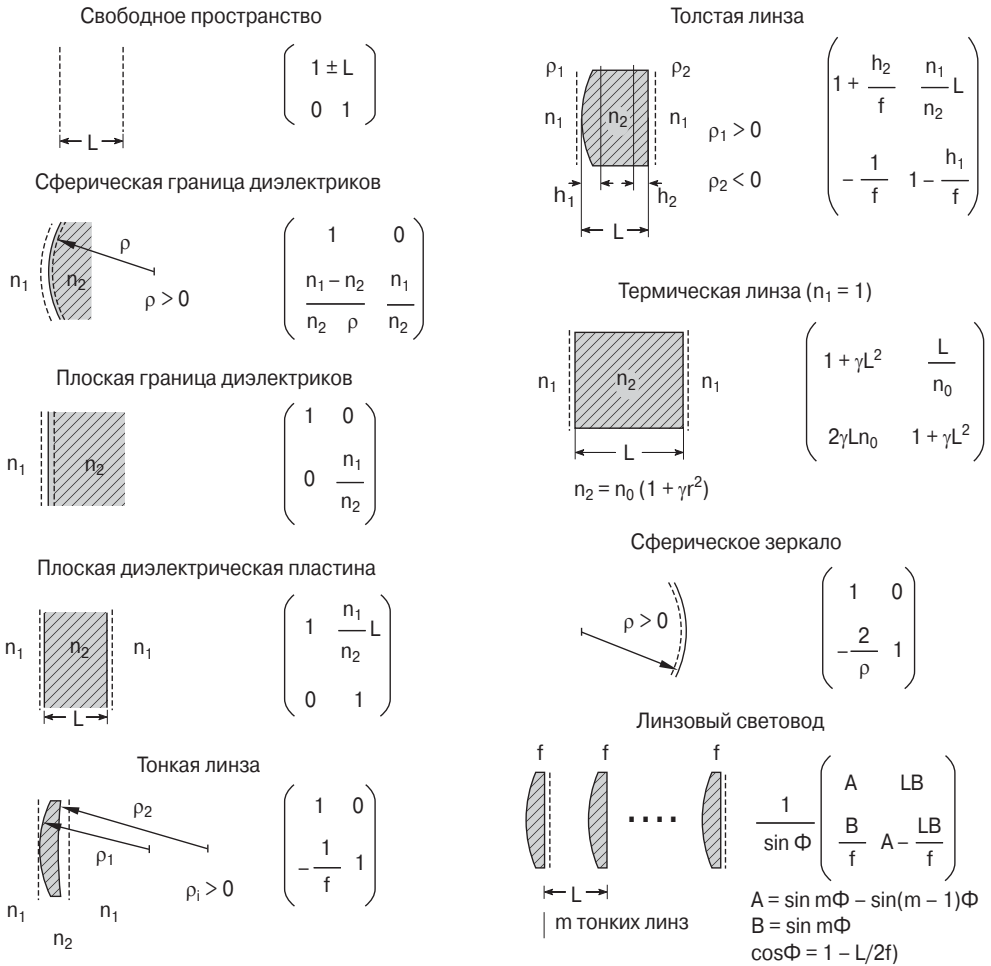


Рис. 1.5. Обычно используемые оптические элементы и их лучевые матрицы. Фокусное расстояние и главные плоскости тонкой линзы определяются выражением (1.31)

Приближение параксиальных лучей предполагает также, что рассматриваемые оптические системы обладают совершенными свойствами для получения изображений. В идеальной оптической системе точка-объект отобразится также в виде точки, поскольку в теории лучевых матриц абберации не учитываются. Для ана-

лиза aberrаций в оптических системах необходимы алгоритмы для численного определения траектории луча (например, используемое для проектирования коммерчески доступных оптических систем программное обеспечение типа CODE V, ZEMAX или OSLO). При выходе за рамки параксиального приближения (1.11) и наличии большого количества лучей (порядка 1000) задача может быть решена с помощью численных методов. В этом случае мотивом для поиска компьютерных решений является желание эффективно снизить временные затраты.

Астигматизм является общей чертой, присущей двумерной оптике (цилиндрические линзы), и вносится в одномерные оптические элементы посредством перекоса (например, пластинка Брюстера). Этот эффект можно проанализировать с помощью лучевой матрицы размером 4×4 (см. подраздел 1.2.4).

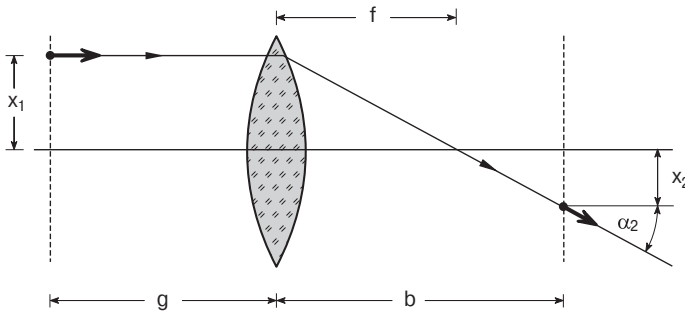


Рис. 1.6. Построение изображения с помощью двояковыпуклой фокусирующей линзы

Для того чтобы поупражняться, обрести уверенность и закрепить навыки в использовании лучевых матриц, читателю следует ознакомиться с двумя представленными ниже примерами. После этого мы продолжим более общее описание свойств лучевых матриц.

Пример. Построение изображения с помощью фокусирующей линзы. Мы ищем условие построения изображения с помощью фокусирующей линзы. Цель — найти соотношение, связывающее расстояние до объекта g , расстояние до изображения b с фокусным расстоянием f . Вначале определим из выражения (1.17) результирующую лучевую матрицу:

$$M_{\text{TM}} = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{b}{f} & g + b - \frac{bg}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{g}{f} \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

Луч, выходящий из левой плоскости с параметрами (x_1, α_1) , пересечет плоскость изображения в точке со следующими параметрами:

$$x_2 = \left(1 - \frac{b}{f}\right)x_1 + \left(g + b - \frac{bg}{f}\right)\alpha_1, \quad (1.23)$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{f}x_1 + \left(1 - \frac{g}{f}\right)\alpha_1. \tag{1.24}$$

Этот результат легко проверить геометрически, если использовать луч, распространяющийся параллельно оптической оси ($\alpha_1 = 0$), как это показано на рис. 1.6, и второй луч, выходящий из той же точки, но проходящий через центр линзы ($\alpha_1 = x_1/g$).

Мы должны определить условие, при котором каждая точка x_1 изображается одной точкой x_2 . Это означает, что все лучи, исходящие из x_1 , должны оканчиваться в x_2 вне зависимости от угла α_1 . Уравнение (1.23) показывает, что это выполняется только тогда, когда

$$g + b - \frac{bg}{f} = 0 \rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}. \tag{1.25}$$

В этом выражении легко узнать условие построения изображения.

Пример. Моделирование сферического зеркала. Допустим, проводя оптический эксперимент, студент обнаруживает, что у него нет подходящего сферического зеркала. Все, что он может найти, — это только плоское зеркало. Существует ли способ смоделировать сферическое зеркало определенного радиуса кривизны ρ , помещая фокусирующую линзу на расстоянии L перед плоским зеркалом (рис. 1.7)?

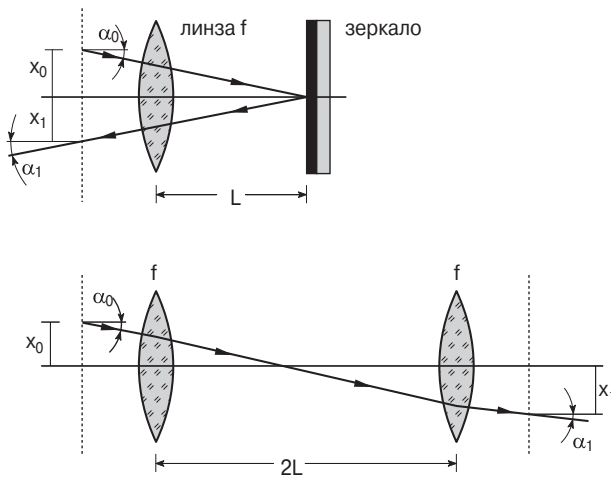


Рис. 1.7. Отражение в зеркале рассматривается как зеркальное отображение оптической системы относительно плоскости зеркала. Поэтому комбинация линза—зеркало эквивалентна системе двух линз

Здесь мы опять сталкиваемся с проблемой изменения направления пучка на обратное и должны использовать этот пример, для того чтобы понять, как поступать при отражении лучей. Основная идея заключается в том, что мы всегда движемся вместе с лучом, глядя по направлению распространения. Мы можем зеркально

отобразить оптическую систему в плоскости зеркала и двигаться только вперед через всю оптическую систему. Этот метод показан на рис. 1.7. Система линза—зеркало (расстояние между которыми равно L) может быть заменена двумя линзами, разделенными двойным расстоянием. В обоих представлениях системы мы получаем тот же самый лучевой вектор в плоскости выхода. Лучевая матрица при прямом и обратном прохождении луча с начальной точкой в плоскости линзы имеет вид:

$$M_{LM} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-2L/f & 2L \\ -2/f(1-L/f) & 1-2L/f \end{pmatrix}.$$

Сравнение с матрицей сферического зеркала (1.21) показывает, что мы должны поместить линзу непосредственно в плоскости зеркала ($L = 0$), для того чтобы смоделировать кривизну зеркала $\rho = f$.

1.2.2. Элементы матрицы и теорема Лиувилля

Для того чтобы лучше понять смысл лучевой матрицы, обсудим значение матричных элементов с точки зрения преобразования луча. Такой подход очень полезен при первоначальном планировании оптической системы, потому что каждый матричный элемент представляет собой некоторое характеристическое свойство преобразования пучка. Самый эффективный путь для визуализации значения матричных элементов заключается в том, чтобы приравнять их к нулю и проанализировать изменения в распространении луча, которые при этом возникают. Для того чтобы сохранить наибольшую общность рассуждений, мы используем следующую форму записи лучевой матрицы M :

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} x_2 &= Ax_1 + B\alpha_1 \\ \alpha_2 &= Cx_1 + D\alpha_1 \end{aligned} \quad (1.26)$$

а) Если $A = 0$

Соотношение, связывающее входные и выходные параметры, записывается:

$$x_2 = B\alpha_1, \quad (1.27)$$

$$\alpha_2 = Cx_1 + D\alpha_1. \quad (1.28)$$

Координата x_2 луча не зависит от начальной координаты x_1 . Все лучи, проходящие через систему под углом α_1 , заканчиваются при одном значении координаты x_2 . Это означает, что параллельный пучок будет фокусироваться (рис. 1.9а).

Пример. Определим, при каком расстоянии L все входящие параллельные лучи фокусируются линзой с фокусным расстоянием f .

Перемножая лучевую матрицу тонкой линзы и лучевую матрицу для свободного пространства, получаем для матричных элементов A, B :

$$A = 1 - \frac{L}{f}, \quad B = L.$$

Матричный элемент A стремится к нулю при приближении к фокальной плоскости линзы ($L = f$). Этот случай соответствует параллельному пучку (см. рис. 1.9а), падающему на линзу под углом α_1 , который **фокусируется** в точке $x_2 = f\alpha_1$. Это означает, что мы получаем информацию об угловом распределении лучей, если наблюдаем за характером интенсивности в фокальной плоскости фокусирующей линзы. Мы фактически видим преобразование Фурье для входящего пучка (см. раздел 2.4).

б) Если $B = 0$

Параметры выходного луча записываются:

$$x_2 = Ax_1, \tag{1.29}$$

$$\alpha_2 = Cx_1 + D\alpha_1. \tag{1.30}$$

Все лучи, берущие начало в точке x_1 под произвольными углами, снова сойдутся в точке x_2 . Поэтому, полагая B равным нулю, мы создаем некоторую **систему, строящую изображение** (рис. 1.9б). В этом случае A является коэффициентом бокового увеличения.

Пример. Мы только что вывели условие построения изображения тонкой линзой. Сделаем то же самое для толстой линзы (рис. 1.8), поскольку это важный оптический элемент в физике лазеров. Все лазерные среды в первом приближении могут быть описаны толстой линзой из-за преломляющей способности, вызываемой процессом накачки.

Вычислим вначале лучевую матрицу от плоскости на входе до выходной плоскости, как это показано на рис. 1.8, используя лучевую матрицу толстой линзы, представленную на рис. 1.5. Результирующая передаточная матрица запишется в виде:

$$\begin{aligned} M &= \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+h_2/f & Ln_1/n_2 \\ -1/f & 1-h_1/f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 + \frac{h_2-b}{f} & L \frac{n_1}{n_2} + b \left(1 - \frac{h_1}{f}\right) + g \left(1 + \frac{h_2-b}{f}\right) \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{h_1+g}{f} \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{1.31}$$

где $\frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_1} \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} + \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{L}{\rho_1 \rho_2} \right]$; $h_i = \frac{fL}{\rho_j} \frac{n_1 - n_2}{n_2}$ $i, j = 1, 2; i \neq j$.

Если мы положим матричный элемент B равным нулю, то получим:

$$b + g - \frac{gb}{f} = \frac{h_1 b - h_2 g}{f} - L \frac{n_1}{n_2},$$

что эквивалентно следующему выражению:

$$\frac{1}{g'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f},$$

где

$$g' = g + h_1, b' = b - h_2. \tag{1.32}$$

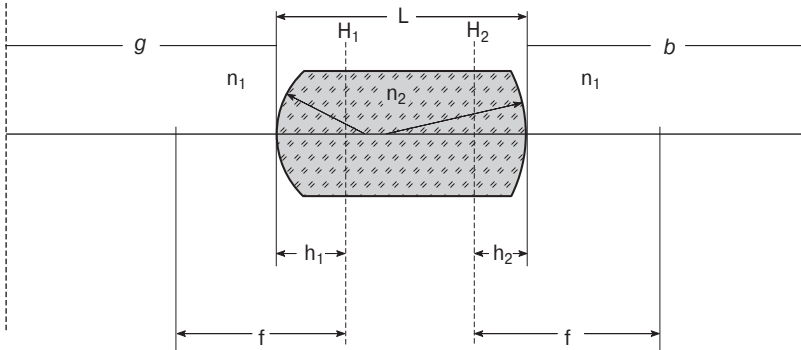


Рис. 1.8. Построение изображения с помощью толстой линзы.
 H_i обозначает главные плоскости. Фокусное расстояние f измеряется от главных плоскостей. $h_i > 0$, если главная плоскость расположена с правой стороны от поверхности

Таким образом, мы получаем то же самое условие построения изображения, как и для тонкой линзы, если расстояния до объекта и изображения отсчитываются от главных плоскостей H_i . Заметим, что h_2 является отрицательной величиной (так как ρ_1 — положительная величина)!

в) Если $C = 0$

На выходной плоскости луч имеет следующие параметры:

$$x_2 = Ax_1 + B\alpha_1, \tag{1.33}$$

$$\alpha_2 = D\alpha_1. \tag{1.34}$$

Параллельные лучи продолжают оставаться параллельными после прохождения через оптическую систему, но их угловые смещения изменились в D раз. Если мы смотрим через оптическую систему на удаленный объект, размер объекта умножается на $|D|$. Все телескопические системы, такие как телескоп Галилея или астрономический телескоп, имеют нулевую C -компоненту лучевой матрицы. D является коэффициентом углового увеличения.

г) Если $D = 0$

На выходной плоскости луч имеет следующие параметры:

$$x_2 = Ax_1 + B\alpha_1, \tag{1.35}$$

$$\alpha_2 = Cx_1. \tag{1.36}$$

Мы видим, что оптические системы с $D = 0$ формируют коллимированный пучок из расходящихся лучей. Мы можем взять тонкую линзу на рис. 1.6 в качестве примера. Условие $D = 0$ требует, чтобы $g = f$. Все лучи, берущие начало в точке x в передней фокальной плоскости, будут собираться в параллельный пучок под углом α_2 по отношению к оси z .

Рисунок 1.9 показывает общий вид хода лучей для четырех случаев, обсужденных выше. Читателю следует запомнить свойства матричных элементов, так как они оказываются очень полезными при конструировании оптических систем, обеспечивающих требуемые преобразования пучка. В общем случае необходимо варьировать оптические свойства отдельных компонентов (длины, фокусные расстояния...) до тех пор, пока соответствующие матричные элементы не сделаются равными нулю.

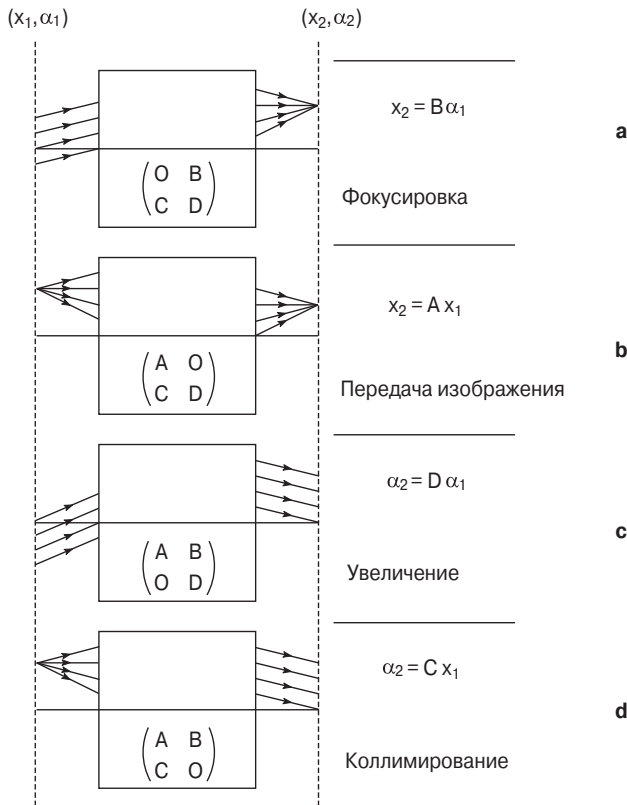


Рис. 1.9. Преобразование лучей оптическими системами, имеющими один исчезающий элемент в лучевой матрице. Матрица преобразования описывает распространение луча слева направо между плоскостями, отмеченными вертикальными линиями

Фазовое пространство и теорема Лиувилля

До сих пор мы обсуждали, каким образом отдельные лучи, испущенные источником света, проходят через оптическую систему. В общем случае световой источник будет испускать свет из некоторого отрезка с пространственным размером Δx и с некоторым угловым распределением в каждой точке. Изыщным способом визуализации влияния распространения пучка на пространственное и угловое распределение лучей является его представление в фазовом пространстве (рис. 1.10). Каждый луч с координатой начальной точки x и углом α может быть представлен некоторой точкой в фазовом пространстве, где угловая координата сопоставляется с пространственной координатой. Как показано на рис. 1.10, протяженный световой источник размером Δx и угловой шириной $\Delta\alpha$ представляется прямоугольником высотой $\Delta\alpha$ и шириной Δx . Распространение луча через оптическую систему к новой плоскости означает, что каждая точка внутри этой площадки будет переходить в новую точку на фазовой плоскости. Таким образом, площадка будет перемещаться и изменять свою форму при прохождении света через оптическую систему.

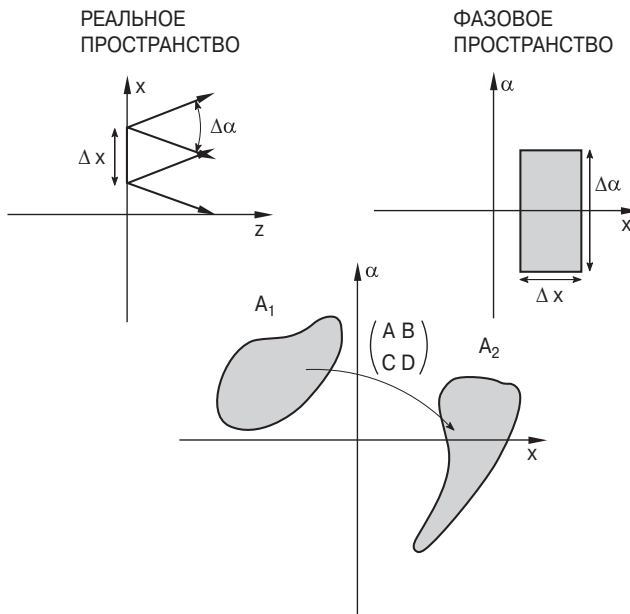


Рис. 1.10. Представление светового источника в фазовом пространстве (верхний график). Площадка перемещается и изменяется в фазовом пространстве при прохождении света через оптическую систему

Можно доказать математически, что объем в фазовом пространстве не меняется при эволюции физической системы (теорема Лиувилля [1.7]). В нашем представлении это означает, что площадь A в фазовом пространстве должна оставаться