

научно-технический журнал

ВЕСТНИК



МГУ

9/2016



материалы оборудование технологии

Основан в 2005 году, 1-й номер вышел в сентябре 2006 г.
Выходит ежемесячно

DOI: 10.22227/1997-0935.2016.9

Научно-технический журнал по строительству и архитектуре

2016 № 9

Москва

НИУ МГСУ

СОДЕРЖАНИЕ

Волков А.А. Уважаемые коллеги, дорогие друзья!.. 5

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Духновский С.А. Об оценках линеаризованного оператора кинетической системы Карлемана..... 7

Золина Т.В., Садчиков П.Н. Исследование случайных воздействий ветровой нагрузки на работу каркаса одноэтажного промышленного здания..... 15

Ларионов Е.А. Влияние коррозии на диссипацию энергии при силовом деформировании 26

Римшин В.И., Лабудин Б.В., Мелехов В.И., Попов Е.В., Рощина С.И. Соединения элементов деревянных конструкций на шпонках и шайбах..... 35

Шишов И.И., Рязанов М.А., Максименко М.О., Вичужанина Ю.А. Поэлементный расчет поперечной рамы каркаса здания 51

ИНЖЕНЕРНЫЕ ИЗЫСКАНИЯ И ОБСЛЕДОВАНИЕ ЗДАНИЙ. СПЕЦИАЛЬНОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО

Коряков А.С., Гулий А.Е. Датировка зданий исторической застройки по характерным признакам строительных материалов 62

Учредители:

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ), 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 26, общество с ограниченной ответственностью «Издательство АСВ», 129337, Москва, Ярославское шоссе, д. 19, корп. 1

Выходит

при научно-информационной поддержке Российской академии архитектуры и строительных наук (РААСН), международной общественной организации «Ассоциация строительных высших учебных заведений» (АСВ)

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-63119 от 18 сентября 2015 г.

Включен в утвержденный ВАК Минобрнауки России Перечень рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук

Индексируется в РИНЦ, Научной электронной библиотеке «КиберЛенинка» UlrichsWeb Global Serials Directory, DOAJ, EBSCO, Index Copernicus, RSCI (Russian Science Citation Index на платформе Web of Science)

Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering

Scientific and Technical Journal
on Construction and Architecture

Founded in 2005,
1st issue was published in September, 2006.
Published monthly

Founders: Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGUSU), ASV Publishing House

The Journal enjoys the academic and informational support provided by the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (RAACS), International Association of Institutions of Higher Education in Civil Engineering

The Journal has been included in the list of the leading review journals and editions of the Highest Certification Committee of Ministry of Education and Science of Russian Federation in which the basic results of PhD and Doctoral Theses are to be published

Главный редактор
акад. РААСН, д-р техн. наук, проф.
Валерий Иванович Теличенко (НИУ МГСУ)

Редакционная коллегия:

Х.И.Х. Броуэрс (Технический университет Эйнховена,
Нидерланды),

А.И. Бурханов (ВолгГАСУ),

А.А. Волков (НИУ МГСУ),

П.Г. Грабовый (НИУ МГСУ),

О.В. Игнатьев (РУДН),

Е.В. Королев (НИУ МГСУ),

О.И. Поддаева (НИУ МГСУ),

А.П. Пустовгар (НИУ МГСУ),

Д.Н. Силка (НИУ МГСУ),

Н.В. Сироткина (ВГУ),

А.В. Шамшин (Университет Центрального Ланкашира,
Соединенное Королевство)

Редакционный совет:

А.А. Волков (председатель),

Ю.М. Баженов, Н.Г. Верстина, О.О. Егорычев,

Е.А. Король, А.Н. Ларионов, И.Г. Лукманова,

Н.С. Никитина, В.И. Теличенко,

З.Г. Тер-Мартirosян (НИУ МГСУ),

С.А. Амбарцумян (Концерн «МонАрх»),

А.Г. Бадалова (МГТУ СТАНКИН)

А.Т. Беккер (ДВФУ, ДВРО РААСН, Владивосток),

Н.В. Баничук, С.В. Кузнецов (ИПМ

им. А.Ю. Ишлинского РАН),

Й. Вальравен (Технический университет Дельфта,
Нидерланды),

Й. Вичан (Университет Жилина, Словакия),

З. Войчицкий (Вроцлавский технологический

университет, Польша),

М. Голицки (Институт Клокнера Чешского

технического университета в Праге,

Чешская Республика),

В.Т. Ерофеев (МГУ им. Н.П. Огарева)

П. МакГи (Университет Болтона,

Соединенное Королевство),

Н.П. Осмоловский (МГУ им. М.В. Ломоносова),

П.Я. Паль (Технический университет Берлина,

Германия),

В.В. Петров (СГТУ, Саратов),

Е.И. Пупырев (Межрегиональный союз

проектировщиков),

А.Ю. Русских (Государственная Дума Федерального

Собрания Российской Федерации),

Ю.А. Табунщиков (МАРХИ),

П.А. Акимов, В.И. Травуш (РААСН)

Адрес редакции:

129337, Москва, Ярославское шоссе, 26.

Тел./ факс +7 (499) 188-15-87, (499) 188-29-75,

e-mail: vestnikmgsu@mgsu.ru

Официальный сайт журнала

<http://vestnikmgsu.ru>

ISSN 2304-6600 (Online)

Периодическое научное издание

Вестник МГСУ. 2016. № 9

Научно-технический журнал

Координатор журнальных проектов **И.С. Сквородина**

Редактор **Е.Б. Махиянова**

Корректор **А.А. Дячичева**

Верстка **А.Д. Федотов**

Перевод на английский язык **О.В. Иванова**

Подписан в печать 28.09.2016. Подписан в свет 04.10.2016.

Формат 70x108/16.

Бумага офсетная. Печать трафаретная.

Гарнитура Таймс. Усл.-печ. л. 20. Уч.-изд. л. 12,92.

Тираж 200 экз. Цена свободная. Заказ № 222.

Издатель: федеральное государственное бюджетное

образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский

Московский государственный строительный

университет».

Издательство МИСИ — МГСУ

www.mgsu.ru, ric@mgsu.ru

(495) 287-49-14, вн. 13-71, (499) 188-29-75.

Отпечатано в типографии Издательства МИСИ — МГСУ,

(499) 183-91-44, 183-67-92, 183-91-90.

129337, Москва, Ярославское шоссе, 26

Перепечатка или воспроизведение материалов
номера любым способом полностью или по частям
допускается только с письменного разрешения Издателя.

Распространяется по подписке.

Подписка по каталогу агентства «Роспечать».

Подписной индекс 18077 (полугодовая),

36869 (годовая)

© НИУ МГСУ, 2016

ТЕХНОЛОГИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ. МЕХАНИЗМЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

Тускаева З.Р. Формирование центров
технической оснащённости строительства 75

СТРОИТЕЛЬНОЕ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Кравцов А.В., Цыбакин С.В. Исследование
пористости бетона с использованием
техногенных отходов медеплавильного
производства..... 86

**Низина Т.А., Чернов А.Н., Морозов М.А.,
Низин Д.Р., Попова А.И.** Влияние
гранулометрического состава микрорамора
на физико-механические характеристики
наполненных эпоксидных композитов 98

ГИДРАВЛИКА. ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ. ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО

Шарова В.В., Кантарджи И.Г. Влияние
крупности донного материала на местный
размыв от косоподходящих волн у стенки 108

ЭКОНОМИКА, УПРАВЛЕНИЕ И ОРГАНИЗАЦИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА

Герасин К.В. Предпосылки к созданию
вертикально интегрированной корпорации
с сетевой составляющей 119

ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

Иващенко А.В., Знаменская Е.П. Варианты
последовательностей построения
конфигурации Дезарга 130

Авторам 140

CONTENT

Volkov A.A. Dear colleagues, dear friends!5

DESIGNING AND DETAILING
OF BUILDING SYSTEMS.
MECHANICS IN CIVIL ENGINEERING

Dukhnovskiy S.A. On estimates of the linearized operator of the kinetic Carleman system7

Zolina T.V., Sadchikov P.N. Investigation of random wind load impacts on the framework of a single storey industrial building.....15

Larionov E.A. Influence of corrosion on energy dissipation under deformation.....26

Rimshin V.I., Labudin B.V., Melekhov V.I., Popov E.V., Roshchina S.I. Dowel and washer connections for elements of wooden structures35

Shishov I.I., Ryazanov M.A., Maksimenko M.O., Vichuzhanina Yu.A. Stepwise calculation of the transverse bent of a building frame51

ENGINEERING RESEARCH
AND EXAMINATION OF BUILDINGS.
SPECIAL-PURPOSE CONSTRUCTION

Koryakov A.S., Guliy A.E. Dating of historical buildings according to the features of building materials62

TECHNOLOGY OF CONSTRUCTION
PROCEDURES. MECHANISMS AND EQUIPMENT

Tuskaeva Z.R. Formation of technical equipment centers of construction75

RESEARCH OF BUILDING MATERIALS

Kravtsov A.V., Tsybakin S.V. Study of concrete porosity using the industrial waste of cooper production86

Nizina T.A., Chernov A.N., Morozov M.A., Nizin D.R., Popova A.I. Influence of micromarbel granulometric composition on physical and mechanical characteristics of filled epoxy composites.....98

HYDRAULICS. ENGINEERING HYDROLOGY.
HYDRAULIC ENGINEERING

Sharova V.V., Kantarzhi I.G. Influence of sediment size on local scour due to oblique waves near breakwater.....108

Editor-in-chief
Member of the Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences
(RAACS), DSc, Prof. **V.I. Telichenko**,
(MGSU)

Editorial board:
H.J.H. Brouwers (Eindhoven University of Technology,
Netherlands),

A.I. Burkhanov (VSUCE, Volgograd,
Russian Federation),

P.G. Grabovyy (MGSU, Moscow, Russian Federation)

O.V. Ignat'ev (PFUR, Moscow, Russian Federation),

E.V. Korolev (MGSU, Moscow, Russian Federation),

O.I. Poddaeva (MGSU, Moscow, Russian Federation),

A.P. Pustovgar (MGSU, Moscow, Russian Federation),

A.V. Shamshin (University of Central Lancashire,
Preston, United Kingdom),

D.N. Silka (MGSU, Moscow, Russian Federation),

N.V. Sirotkina (VVSU, Voronezh, Russian Federation),

A.A. Volkov (MGSU, Moscow, Russian Federation)

Editorial council:

A.A. Volkov (Chairman),

Yu.M. Bazhenov, N.G. Verstina, O.O. Egorychev,

E.A. Korol, A.N. Larionov, I.G. Lukmanova,

N.S. Nikitina, V.I. Telichenko, Z.G. Ter-Martirosyan

(MGSU, Moscow, Russian Federation),

S.A. Ambartsumyan (MonArch Group,
Moscow, Russian Federation),

A.G. Badalova (MSTU "STANKIN", Moscow,
Russian Federation)

A.T. Bekker (Far Eastern Federal University,
FERD RAASN, Vladivostok, Russian Federation),

N.V. Banichuk, S.V. Kuznetsov (A. Ishlinsky Institute
for Problems in Mechanics RAS, Moscow,
Russian Federation),

V.T. Erofeev (Ogarev Mordovia State University, Saransk,
Russian Federation)

M. Holický (Czech Technical University in Prague, Klokner
Institut, Czech Republic),

P. McGhee (University of Bolton,
United Kingdom),

N.P. Osmolovskiy (Lomonosov Moscow
State University, Russian Federation),

P.J. Pahl (Technical University of Berlin, Germany),

V.V. Petrov (Saratov State Technical University,
Russian Federation),

E.I. Pupyrev (Transregional Unity of Designers, Moscow,
Russian Federation),

A. Yu. Russkikh (State Duma of the Federal Assembly of
the Russian Federation),

Yu.A. Tabunshchikov (Moscow Institute of Architecture
(State Academy), Russian Federation),

P.A. Akimov, V.I. Travush (Russian Academy
of Architecture and Construction Sciences, Moscow,
Russian Federation),

J. Vičan (University of Zilina, Slovakia),

J. Walraven (Delft University of Technology, Netherlands)

Z. Wójcicki (Wrocław University of Technology, Poland)

Address:

MGSU, 26, Yaroslavskoye shosse, Moscow,

129337, Russian Federation

Tel./ fax +7 (499) 188-15-87, (499) 188-29-75,

e-mail: vestnikmgsu@mgsu.ru

online version of the journal

<http://vestnikmgsu.ru/>

ISSN 2304-6600 (Online)

Editorial team of issues:

Coordinator of magazine projects *I.S. Skovorodina*

Editor *E.B. Makhyanova*

Corrector *A.A. Dyadicheva*

Layout *A.D. Fedotov*

Russian-English translation *O.V. Ivanova*

Reprint or reproduction of material numbers
by any means in whole or in part is permitted only with
prior written permission of the publisher — MGSU.
Distributed by subscription

ECONOMICS, MANAGEMENT AND ORGANIZATION
OF CONSTRUCTION PROCESSES

Gerasin K.V. Prerequisites to creation of vertically-integrated corporation
with network elements 119

ENGINEERING GEOMETRY AND COMPUTER GRAPHICS

Ivashchenko A.V., Znamenskaya E.P. Sequence variants in the construction
of the configuration of Desargues 130

For authors 140

**Цели, задачи и тематика журнала.
Редакционная политика**

В научно-техническом журнале «Вестник МГСУ» публикуются научные материалы по проблемам строительной науки и архитектуры (строительство в России и за рубежом: материалы, оборудование, технологии, методики; архитектура: теория, история, проектирование, реставрация; градостроительство).

Тематический охват соответствует утвержденной Номенклатуре научных специальностей:

из отрасли 05.00.00 Технические науки — группа специальностей 05.23.00 Строительство и архитектура (все специальности), а также в приложении к строительству и архитектуре:

группа специальностей 05.13.00 Информатика, вычислительная техника и управление
группа специальностей 05.26.00 Безопасность деятельности человека

группа специальностей 05.02.00 Машиностроение и машиноведение

отрасль 08.00.00 Экономические науки.

К рассмотрению и публикации в основных тематических разделах журнала принимаются аналитические материалы, научные статьи, обзоры, рецензии и отзывы на научные публикации по фундаментальным и прикладным вопросам строительства и архитектуры.

Все поступающие материалы проходят научное рецензирование (двойное слепое) с участием редсовета и привлечением внешних экспертов — активно публикующихся авторитетных специалистов по соответствующим предметным областям.

Копии рецензий или мотивированный отказ в публикации предоставляются авторам и в Минобрнауки России (по запросу). Рецензии хранятся в редакции в течение 5 лет.

Редакционная политика журнала базируется на основных положениях действующего российского законодательства в отношении авторского права, плагиата и клеветы, и этических принципах, поддерживаемых международным сообществом ведущих издателей научной периодики и изложенных в рекомендациях Комитета по этике научных публикаций (COPE).

Aims and Scope. Editorial Board Policy

In the scientific and technical journal “Vestnik MGSU” /Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering/ the scientific materials on construction science and architectural problems are published (construction in Russia and abroad; materials, equipment, technologies, methods; architecture: theory, history, design, restoration; urban planning).

The topic area corresponds to the approved Classification of Scientific Specialties:

from the branch Technical Sciences — Construction and Architecture (all the specialties), and in addition to construction and architecture:

Informatics, computer engineering and management (Systems of design automation in construction and architecture, Mathematical simulation, numerical methods and program systems);

Emergency management (Safety in case of emergencies (in the construction), Fire and industrial safety (in the construction));

Machine Engineering and Machine Science (Industrial management);

Economical sciences (Economy and management of the national economy (in the construction and architecture, including: economy, organization and management of enterprises, branches, complexes; innovation management; regional economy; logistics; labour economics; population economics and demography; environmental economics; business economics; marketing; management; price setting; economical safety; production quality standardization and management; land planning; recreation and tourism).

Analytical materials, scientific articles, surveys, reviews on scientific publications on fundamental and applied problems of construction and architecture are admitted to examination and publication in the main topic sections of the journal.

All the submitted materials undergo scientific reviewing (double blind) with participation of the editorial board and external experts — actively published competent authorities in the corresponding subject areas.

The review copies or substantiated refusals from publication are provided to the authors and the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (upon request). The reviews are deposited in the editorial office for 5 years.

The editorial policy of the journal is based on the main provisions of the existing Russian Legislation concerning copyright, plagiarism and libel, and ethical principles approved by the international community of leading publishers of scientific periodicals and stated in the recommendations of the Committee on Publication Ethics (COPE).

УВАЖАЕМЫЕ КОЛЛЕГИ, ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Со страниц основного университетского научного издания от всей души поздравляю вас с началом нашего нового академического года, которое сегодня мы празднуем 95-й раз!

За годы славной истории МИСИ—МГСУ более 130 тыс. наших выпускников, которые составляли и составляют гордость отечественной строительной отрасли, всегда брали на себя ответственность и успешно решали самые сложные задачи созидательного развития нашей страны на ее бескрайних просторах, своими руками, трудом создавали инфраструктурную основу для развития высокотехнологичного производства, освоения космоса, энергетики, подземного пространства мегаполисов, новых территорий, укрепляли обороноспособность государства, формировали комфортную, эффективную и безопасную среду для жизни и деятельности наших граждан. Каждый из наших выпускников — от линейного специалиста до первого заместителя министра — гордится тем, что получил путевку в жизнь в МИСИ—МГСУ!

Сегодня у отраслевого академического сообщества особенно много серьезных задач. Кроме новой эффективной системы коллективной профессиональной ответственности университетов и работодателей за подготовку кадров в соответствии с научным и экономическим прогнозом развития отрасли, нам предстоит сформировать модель образования и исследований нового уровня, в известной степени универсальную, методологически адаптивную к быстро меняющимся экономическим условиям, техническим и технологическим приоритетам, постоянно растущему темпу научного прогресса и международной интеграции отрасли, смещающей период профессиональной адаптации выпускника в рамки учебного процесса.

В настоящее время изменение парадигмы отраслевых акцентов в общей модели инженерного образования напрямую влияет на каждый из наших университетов. В этих условиях мы вместе должны взять на себя ответственность за формирование новой федеральной и региональной системы подготовки кадров для отрасли как в части новой структуры и состава университетов и институтов, так и в части ее сути и смысла.

Жизнь движется вперед и ставит новые задачи в ускоренном темпе, порой опережающем наши самые смелые предположения. Сырьевая модель развития страны должна быть масштабно замещена высокотехнологичной, границы строительной отрасли качественно расширены в свете новой парадигмы созидания — информационного моделирования и интеллектуального управления жизненными циклами всех составляющих элементов среды нашей жизни и деятельности. Стратегическая задача в этом смысле — не просто сохранить лучшие традиции отраслевой высшей школы, а предложить ее инновационную, актуальную и эффективно действующую модель, в т.ч. и в региональном аспекте. Строительное высшее образование, которое, по сути, является теорией и практикой созидательной технической деятельности, должно занять достойное место в новой системе, стать не просто частью, а центром будущей модели подготовки инженерных кадров.

Наш университет непременно будет развиваться и дальше! Основной этап организационной перестройки завершается, но нам все еще предстоит наполнять его новым смыслом, восполнять кадровый резерв, укреплять научные школы, расширять области нашей профессиональной ответственности. На этом этапе легко не будет, но мы обязательно справимся! На страницах нашего издания вновь будут появляться публикации аспирантов и докторантов, коллег и партнеров, молодых ученых, которые станут формировать будущее нашего исключительно ответственного общего дела — созидания.

Дорогие профессора и преподаватели, коллеги! От всей души признателен вам за ваш вклад в созданную поколениями строителей и нашим академическим сообществом уникальную атмосферу искренних человеческих отношений, товарищества, бесценный профессиональный опыт и мудрость!

Желаю успехов в труде и творчестве, удачи во всех начинаниях и продолжениях, счастья, здоровья, стабильности и благополучия! До следующих встреч на страницах журнала «Вестник МГСУ»!

Ректор НИУ МГСУ,
Почетный строитель России



А.А. Волков



DEAR COLLEAGUES, DEAR FRIENDS!

With all my heart I would like to congratulate you with the beginning of the new academic year on the pages of the main university scientific issue. We celebrate it today for the 95th time!

For the years of the proud history of MISI—MGSU more than 130 000 of our graduates who stay the proud of the domestic construction branch have always undertaken responsibility and successfully solved the most complicated tasks of the creative development of our country on its vast space, they created infrastructural base for the development of high-tech production, cosmic exploration, energy sector, underground space of metropolises, new territories, strengthened the defense capability of the state, formed comfortable, efficient and safe living and working environment for our citizens. Each of our graduates — beginning from a domain specialist and ending with the First Deputy Minister — is proud to have obtained the start in life in MISI—MGSU!

Today the academic community of the industry face a lot of serious tasks. According to scientific and economic forecast of the industrial development apart from new efficient system of corporative professional responsibility of universities and employers for staff training we also will have to form a model of education and research of the new level, to a certain degree universal, methodologically adaptive to promptly changing economic conditions, technical and technological priorities, constantly growing speed of the scientific progress and international integration of the branch, which changes the period of professional adaptation of graduates in the frames of educational process.

At the present time the change of branch emphases in the general model of engineering education directly influences each of our universities. In these conditions we should undertake our corporate responsibility for the formation of new federal and regional educational system for the branch both in terms of new structure and composition of universities and institutes and in terms of its essence and aim.

The life is moving forward and poses new tasks at a quickened pace, which is sometimes ahead of our most challenging expectations. The raw materials model of our country development should be substituted by high-tech one, the construction branch boundaries should be greatly extended in view of the new creative paradigm — informational modelling and intellectual control of the lifecycles of all the constituent elements of our life and activity. In this regard our strategic mission is not just to preserve the best traditions of the higher school of the branch, but also to propose its innovative current and efficient model, including in the regional aspect. The construction higher education which is actually a theory and practice of creative technical activity, should take rightful place in the new system, should become not only a part, but the center of the new model of engineering training.

Our university will certainly further progress! The main stage of management reorganizational is coming to an end, but we will still need to fill it with the sense, refill the personnel reserve strengthen the scientific schools, enhance the fields of our professional responsibility. It will not be easy on this stage, but we will certainly succeed! On the pages of our issue there will appear the works of postgraduate and Doctoral students, colleagues and partners, young scientists, who will form the future of our highly responsible common goal — the creation.

Dear Professors and academic staff, dear colleagues! With all my heart I am grateful to you for your contribution into the unique atmosphere of sincere human relations, partnership created by generation of engineers and our academic society, for invaluable professional experience and wisdom!

I wish you success in your work and creativeness, success in all undertakings, happiness, health, stability and prosperity! See you on the pages of the journal “Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering”!

Rector of MGSU,
Honorable builder of Russia

Volkov A.A.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И КОНСТРУИРОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ. ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

УДК 517, 517.9, 536, 624.041

С.А. Духновский
НИУ МГСУ

ОБ ОЦЕНКАХ ЛИНЕАРИЗОВАННОГО ОПЕРАТОРА КИНЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ КАРЛЕМАНА

Аннотация: рассмотрены свойства оператора уравнения Карлемана. Решение задачи Коши с периодическими начальными данными ищется для малых возмущений состояния равновесия. Приведены оценки оператора, полученные с помощью теоремы Пэли-Винера и преобразования Лапласа. Исследование данного оператора позволяет получить теорему существования и единственности решения, что является ключевым моментом при исследовании кинетических уравнений.

Ключевые слова: уравнение Карлемана, линеаризованный оператор, уравнение в частных производных, дискретная кинетическая модель, число Кнудсена

DOI: 10.22227/1997-0935.2016.9.7-14

Одним из основных уравнений кинетической теории газов является уравнение Карлемана, которое описывает взаимодействие двух частиц [1–6]:

$$\begin{aligned} \partial_t u + \partial_x u &= \frac{1}{\varepsilon} (w^2 - u^2), \quad t > 0, \quad x \in R, \\ \partial_t w - \partial_x w &= -\frac{1}{\varepsilon} (w^2 - u^2), \end{aligned} \quad (1)$$

с периодическими начальными условиями

$$\begin{aligned} u|_{t=0} &= u^0(x), \quad w|_{t=0} = w^0(x), \\ u^0(x) &= u^0(x + 2\pi), \quad w^0(x) = w^0(x + 2\pi). \end{aligned}$$

Здесь $u(x, t)$, $w(x, t)$ — плотности двух частиц. Система Карлемана описывает комбинацию процессов: релаксацию и свободное движение. Суть релаксации заключается в том, чтобы $u(x, t) \rightarrow w(x, t)$, а сами частицы распространялись в разные стороны.

Линеаризованный оператор уравнения Карлемана (1) для невозмущенной задачи имеет вид [4, 7, 8]:

$$\begin{aligned} T_k(y_k^{(m)}) &= \frac{d}{dt} y_k^{(m)} - iky_k^{(m)} + 4w_e \frac{1}{\varepsilon} y_k^{(m)} - 4ikw_e \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t e^{ik(s-t)} y_k^{(m)} ds = f_k, \\ y_k^{(m)}|_{t=0} &= 0, \quad |k| = 1, \dots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

Лемма. Пусть $0 < \mu_0 < \frac{1}{4w_e}$. Тогда существует $c_0 > 0$, не зависящее от ε ,

p и для любых $k \in Z_0$ и $\operatorname{Re} p \geq -\mu_0 \varepsilon$, $\mu_0 \geq 0$ имеем

$$\|T_k^{-1}(z_k^{(m)})\|_{L_{2,\gamma}(R_+, H_\sigma^m)} \leq \frac{1}{\varepsilon} c_0 \|z_k^{(m)}\|_{L_{2,\gamma}(R_+, H_\sigma^m)}. \quad (3)$$

Более того,

$$\left\| \frac{1}{|k|} \frac{d}{dt} T_k^{-1}(z_k^{(m)}) \right\|_{L_{2,\gamma}(R_+, H_\sigma^m)} \leq \frac{1}{\varepsilon^2} c_0 \|z_k^{(m)}\|_{L_{2,\gamma}(R_+, H_\sigma^m)}. \quad (4)$$

Доказательство. Согласно теореме Пэли-Винера [2–4], нам надо доказать, что

$$\frac{1}{|\sigma(k, p)|} \leq \frac{1}{\varepsilon} c_0. \quad (5)$$

Найдем символ оператора T_k^{-1} из (2) с помощью преобразования Лапласа:

$$\sigma(k, p) = p - ik + 4w_e \frac{1}{\varepsilon} - 4ikw_e \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{p + ik}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{\sigma(k, p)} = \frac{p + ik}{p^2 + 4w_e \frac{1}{\varepsilon} p + k^2} = \frac{p + ik}{(p - p_-)(p - p_+)}. \quad (6)$$

Решая квадратное уравнение $p^2 + 4w_e \frac{1}{\varepsilon} p + k^2 = 0$, найдем его корни:

$$p_{\pm} = -2w_e \frac{1}{\varepsilon} \pm \sqrt{4\left(w_e \frac{1}{\varepsilon}\right)^2 - k^2}.$$

Делаем замену переменных $p = \frac{P}{\varepsilon}$, $k = \frac{l}{\varepsilon}$ в (6):

$$\frac{1}{\sigma(k, p)} = \varepsilon \frac{P + il}{(P - q_-)(P - q_+)}, \quad p_{\pm} = \frac{1}{\varepsilon} q_{\pm} = \frac{1}{\varepsilon} \left(-2w_e \pm \sqrt{4w_e^2 - l^2}\right).$$

1) $|k| \geq 3w_e \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow |l| \geq 3w_e, \quad \text{Im } P \geq 0:$

$$\frac{1}{|\sigma(k, p)|} = \varepsilon \frac{|P + il|}{|P - q_-||P - q_+|} \leq \varepsilon \frac{|q_+ + il|}{|P - q_-||P - q_+|} + \varepsilon \frac{1}{|P - q_-|}.$$

Распишем каждое слагаемое:

$$\frac{1}{|P - q_-|} \leq \frac{1}{\sqrt{l^2 - 4w_e^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{5w_e^2}}, \quad \frac{|q_+ + il|}{|P - q_-||P - q_+|} \leq \left(1 + \frac{\sqrt{4w_e^2 + l^2}}{\sqrt{5w_e^2}}\right) \frac{1}{|P - q_+|}.$$

Здесь

$$|P - q_+|^2 = (\text{Re } P + 2w_e)^2 + \left(\text{Im } P - \sqrt{l^2 - 4w_e^2}\right)^2 \geq (-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)^2 > 0,$$

если $\text{Re } P \geq -\mu_0 \varepsilon^2$, $0 < \mu_0 \varepsilon^2 < 2w_e$.

Тогда

$$\frac{1}{|\sigma(k, p)|} \leq \varepsilon \left(1 + \frac{\sqrt{4w_e^2 + l^2}}{\sqrt{5w_e}} \right) \frac{1}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)} + \varepsilon \frac{1}{\sqrt{5w_e^2}}.$$

Также для $\text{Im } P < 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\sigma(k, p)|} &\leq \varepsilon \frac{|q_- + il|}{|P - q_-||P - q_+|} + \varepsilon \frac{1}{|P - q_+|} \leq \\ &\leq \varepsilon \left(1 + \frac{\sqrt{4w_e^2 + l^2}}{\sqrt{5w_e}} \right) \frac{1}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)} + \varepsilon \frac{1}{\sqrt{5w_e^2}}. \end{aligned}$$

2) $2w_e \leq |l| < 3w_e$:

$$|P - q_-|^2 = (\text{Re } P + 2w_e)^2 + (\text{Im } P + \sqrt{l^2 - 4w_e^2})^2 \geq (-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)^2 > 0;$$

$$|P - q_+|^2 = (\text{Re } P + 2w_e)^2 + (\text{Im } P - \sqrt{l^2 - 4w_e^2})^2 \geq (-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)^2 > 0.$$

Согласно вышеуказанным неравенствам, получаем оценку

$$\frac{1}{|\sigma(k, p)|} \leq \varepsilon \frac{\sqrt{4w_e^2 + w_e^2}(\sqrt{5} - 3)}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)^2} + \varepsilon \frac{1}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)}.$$

3) $\varepsilon \leq |l| < 2w_e$:

$$|P - q_-|^2 = \left(\text{Re } P + 2w_e + \sqrt{4w_e^2 - l^2} \right)^2 + (\text{Im } P)^2 \geq (-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)^2 > 0;$$

$$|P - q_+|^2 = \left(\text{Re } P + \frac{l^2}{2w_e + \sqrt{4w_e^2 - l^2}} \right)^2 + (\text{Im } P)^2 \geq \varepsilon^4 \left(-\mu_0 + \frac{1}{4w_e} \right)^2 > 0.$$

Имеем

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\sigma(k, p)|} &\leq \varepsilon \frac{|q_- + il|}{|P - q_-||P - q_+|} + \varepsilon \frac{1}{|P - q_+|} \leq \\ &\leq \frac{2\sqrt{2}w_e}{\varepsilon \left(-\mu_0 + \frac{1}{4w_e} \right) (-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)} + \varepsilon \frac{1}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)} \leq \frac{1}{\varepsilon} c_0, \end{aligned}$$

если $0 < \mu_0 < \frac{1}{4w_e}$, $\text{Re } P \geq -\mu_0 \varepsilon^2$.

4) Выделим последний случай при $k = 0$:

$$\frac{1}{|\sigma(k, p)|} \Big|_{k=0} \leq \varepsilon \frac{1}{-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e}.$$

Таким образом, получаем искомую оценку (3).

Перейдем к доказательству второй оценки. В символах преобразования Лапласа нам надо доказать, что

$$\frac{|p|}{|k||\sigma(k, p)|} \leq \frac{1}{\varepsilon^2} c_0.$$

Заметим, что

$$\frac{p}{k\sigma(k, p)} = \frac{1}{k} + \frac{p_+(p_+ + ik)}{k(p - p_-)(p - p_+)} + \frac{p_-}{k(p - p_-)} + \frac{p_+ + ik}{k(p - p_-)},$$

Возможны случаи:

1) $|l| \geq 2w_e$:

$$\begin{aligned} \frac{|p|}{|k||\sigma(k, p)|} &\leq 1 + \varepsilon \left| \frac{(-2w_e + i\sqrt{l^2 - 4w_e^2})(-2w_e + i(l + \sqrt{l^2 - 4w_e^2}))}{l(P - q_-)(P - q_+)} \right| + \\ &+ \varepsilon \left| \frac{(-2w_e - i\sqrt{l^2 - 4w_e^2})}{l(P - q_-)} \right| + \varepsilon \left| \frac{(-2w_e + i(l + \sqrt{l^2 - 4w_e^2}))}{l(P - q_-)} \right| = 1 + I_1 + I_2 + I_3. \end{aligned}$$

Оценим каждое слагаемое отдельно для нашего случая.

$$I_2 + I_3 \leq \varepsilon \frac{1}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)} \frac{(2|-2w_e + i\sqrt{l^2 - 4w_e^2}| + |l|)}{|l|}.$$

2) $\varepsilon \leq |l| < 2w_e$:

Тогда

$$I_2 + I_3 \leq \frac{(2|-2w_e + \sqrt{4w_e^2 - l^2}| + |l|)}{(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)}.$$

Осталось оценить слагаемое I_1 . Имеем для $|l| \geq 2w_e$, $\text{Im } P \geq 0$:

$$\begin{aligned} I_1 &= \left| \frac{p_+(p_+ + ik)}{k(p - p_-)(p - p_+)} \right| = \left| \varepsilon \frac{q_+(q_+ + il)}{l(P - q_-)(P - q_+)} \right| \leq \\ &\leq \varepsilon \frac{|q_+(q_+ + il)|}{2w_e(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)(\text{Im } P + \sqrt{l^2 - 4w_e^2})}. \end{aligned}$$

Сделаем следующую замену $\text{Im } P = s\sqrt{l^2 - 4w_e^2}$.

Тогда

$$I_1 \leq \varepsilon \frac{|q_+(q_+ + il)|}{\sqrt{l^2 - 4w_e^2}(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)(s + 1)} \leq \varepsilon \frac{|q_+(q_+ + il)|}{\sqrt{l^2 - 4w_e^2}(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e)}.$$

Если же $\text{Im } P < 0$, получим вышеуказанную оценку.

2) $\varepsilon \leq |l| < 2w_e$:

$$I_1 \leq \varepsilon \frac{q_+(q_+ + il)}{l(P - q_-)(P - q_+)} \leq \frac{4\sqrt{2}w_e^2}{|P - q_-||P - q_+|}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} |P - q_-| &\geq -\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e, \quad |P - q_+| \geq \\ &\geq \left(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e - \sqrt{4w_e^2 - l^2} \right) \geq \varepsilon^2 \left(-\mu_0 + \frac{1}{4w_e} \right) > 0, \end{aligned}$$

если $0 < \mu_0 < \frac{1}{4w_e}$, $\operatorname{Re} P \geq -\mu_0 \varepsilon^2$.

Применяя данные неравенства к (7):

$$I_1 \leq \varepsilon \frac{q_+(q_+ + il)}{l(P - q_-)(P - q_+)} \leq \frac{4\sqrt{2}w_e^2}{\varepsilon^2 \left(-\mu_0 \varepsilon^2 + 2w_e \right) \left(-\mu_0 + \frac{1}{4w_e} \right)} \leq \frac{1}{\varepsilon^2} c_0.$$

Складывая все неравенства, будем иметь оценку (4).

Система (1) является кинетической системой уравнения Больцмана. Изучение свойств системы Карлемана и нахождение ее решений позволяет исследовать более сложные модели, такие как системы Годунова-Султангазина [1] и Бродуэлла [5] для трех и четырех частиц соответственно. Численное исследование уравнения Карлемана проводится в [8–10], а именно численно исследуются математическое ожидание, дисперсия и другие характеристики решения системы Карлемана.

Библиографический список

1. Годунов С.К., Султангазин У.М. О дискретных моделях кинетического уравнения Больцмана // Успехи математических наук. 1974. Т. XXVI. Вып. 3 (159). С. 3–51.
2. Радкевич Е.В. О поведении на больших временах решений задачи Коши для двумерного кинетического уравнения // Современная математика. Фундаментальные направления. 2013. Т. 47. С. 108–139.
3. Васильева О.А., Духновский С.А., Радкевич Е.В. О локальном равновесии уравнения Карлемана // Проблемы математического анализа : межвуз. сб. СПб., 2015. Т. 78. С. 165–190.
4. Radkevich E.V., Vasileva O.A., Dukhnovskii S.A. Local equilibrium of the Carleman equation // Journal of Mathematical Science. 2015. Vol. 207. No. 2. Pp. 296–323.
5. Ильин О.В. Стационарные решения кинетической модели Бродуэлла // Теоретическая и математическая физика. 2012. Т. 170. № 3. С. 481–488.
6. Ильин О.В. Изучение существования решений и устойчивости кинетической системы Карлемана // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47. № 12. С. 2076–2087.
7. Васильева О.А., Духновский С.А. Условие секулярности кинетической системы Карлемана // Вестник МГСУ. 2015. № 7. С. 33–40.
8. Васильева О.А. Численное исследование системы уравнений Карлемана // Вестник МГСУ. 2015. № 6. С. 7–15.
9. Vasil'eva O. Some results of numerical investigation of the carleman system // XXIV R-S-P Seminar — Theoretical Foundation of Civil Engineering, TFoCE 2015 : procedia Engineering. 24th. 2015. Vol. 111. Pp. 834–838.

10. Васильева О.А. Численное исследование дискретных кинетических уравнений // Математика. Компьютер. Образование : тр. XXIII Междунар. конф. (г. Дубна, 25–30 января 2016 г.). Ижевск, 2016. Вып. 23. С. 192.
11. Больцман Л. Избранные труды / пер. с нем. М. : Наука. 1984. 589 с. (Классики науки)
12. Карлеман Т. Математические задачи кинетической теории газов / пер. с фр. В.-К.И. Карабегова ; под ред. Н.Н. Боголюбова. М. : Изд-во иностр. лит., 1960. 120 с. (Библиотека сборника «Математика»)
13. Радкевич Е.В. О дискретных кинетических уравнениях // Доклады Академии наук. 2012. Т. 447. № 4. С. 369–373.
14. Radkevich E.V. The existence of global solutions to the Cauchy problem for discrete kinetic equations // Journal of Mathematical Science. 2012. Vol. 181. No. 2. Pp. 232—280.
15. Broadwell T.E. Study of rarified shear flow by the discrete velocity method // J. of Fluid Mechanics. 1964. Vol. 19. No. 3. Pp. 401–414.
16. Аджиев С.З., Амосов С.А., Веденягин В.В. Одномерные дискретные модели кинетических уравнений для смесей // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2004. Т. 44. № 3. С. 553–558.
17. Бельный В.З., Васильева О.А., Кукаркин А.Б. Программный модуль «Алгебра дифференцирования TAYLOR»: результаты численных экспериментов, сообщение о версии 2.1 // Кибернетика и системный анализ. 1997. Т. 33. № 3. С. 171–184.
18. Aristov V., Ilyin O. Kinetic model of the spatio-temporal turbulence // Phys. Lett. A. 2010. Vol. 374. No. 43. Pp. 4381–4384.
19. Aristov V.V. Direct methods for solving the Boltzmann equation and study of nonequilibrium flows. Kluwer Academic Publishing, 2001. 312 p.
20. Радкевич Е.В. Математические вопросы неравновесных процессов. Новосибирск : Изд. Т. Рожковская, 2007. Т. 4. 387 с. (Белая серия в математике и физике)
21. Фриштер Л.Ю. Анализ напряженно-деформированного состояния в вершине прямоугольного клина // Вестник МГСУ. 2014. № 5. С. 57–62.
22. Духновский С.А. Система уравнений Карлемана. Условие секулярности // Математика. Компьютер. Образование : тр. XXIII Междунар. конф. (г. Дубна, 25–30 января 2016 г.). Ижевск, 2016. Вып. 23. С. 197.

Поступила в редакцию в апреле 2016 г.

Об авторе: **Духновский Сергей Анатольевич** — аспирант кафедры высшей математики, **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, serzh.dukhnovskiy@mail.ru.

Для цитирования: *Духновский С.А.* Об оценках линеаризованного оператора кинетической системы Карлемана // Вестник МГСУ. 2016. № 9. С. 7–14. DOI: 10.22227/1997-0935.2016.9.7-14

S.A. Dukhnovskiy

ON ESTIMATES OF THE LINEARIZED OPERATOR OF THE KINETIC CARLEMAN SYSTEM

Abstract: In this article the author discusses the properties of linearized operator for the Carleman equation for unperturbed problem, i.e. without the perturbation operator. The solution of the Cauchy problem with periodic initial data is searched for small perturbations of the equilibrium state. The estimates are obtained using the

Paley-Wiener theorem and the Laplace transformation. It is assumed that the solutions of the Cauchy problem split into the superposition of weakly interacting solutions and decreasing dispersive waves. The Carleman equation describes a combination of processes: relaxation and free movement. The aim of relaxation is to spread the particles in different directions.

Such a system simulates some properties of the Boltzmann equation. The kinetic Carleman equation is a system of two nonlinear differential equations describing transportation processes and interaction of two classes of particles moving with the same speed in modulus in different directions on the line. This system belongs to the class of non-integrable equations which leads to important consequences. Namely, such a system can detect the irregular behavior of the solutions. The Carleman system occupies a special position with respect to other systems and allows us to prove the global existence theorem. In the works by Il'in the question of the stability of stationary but spatially inhomogeneous solutions of the Carleman system is posed. In the case of the discrete model the solution is stable in time for the homogeneous problem.

Key words: Carleman equation, linearized operator, partial differential equation, discrete kinetic model, Knudsen number

References

1. Godunov S.K., Sultangazin U.M. O diskretnykh modelyakh kineticheskogo uravneniya Bol'tsmana [On Discrete Models of Kinetic Boltzmann Equation]. *Uspekhi matematicheskikh nauk* [Russian Mathematical Surveys]. 1974, vol. XXVI, no. 3 (159), pp. 3–51. (In Russian)
2. Radkevich E.V. O povedenii na bol'shikh vremenakh resheniy zadachi Koshi dlya dvumernogo kineticheskogo uravneniya [On the Behavior of the Cauchy Problem Solutions at Large Times for Two-Dimensional Kinetic Equation]. *Sovremennaya matematika. Fundamental'nye napravleniya* [Modern Mathematics. Fundamental Directions]. 2013, vol. 47, pp. 108–139. (In Russian)
3. Vasil'eva O.A., Dukhnovskiy S.A., Radkevich E.V. O lokal'nom ravновесии uravneniya Karlemana [On Local Equilibrium of Carleman Equation]. *Problemy matematicheskogo analiza : mezhvuzovskiy sbornik* [Problems of Mathematical Analysis. Interuniversity Collection]. Saint Petersburg, 2015, vol. 78, pp. 165–190. (In Russian)
4. Radkevich E.V., Vasileva O.A., Dukhnovskii S.A. Local Equilibrium of the Carleman Equation. *Journal of Mathematical Science*. 2015, vol. 207, no. 2, p. 296–323.
5. Il'in O.V. Statsionarnye resheniya kineticheskoy modeli Broduella [Stationary Solutions for Broadwell Kinetic Model]. *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika* [Theoretical and Mathematical Physics]. 2012, vol. 170, no. 3, pp. 481–488. (In Russian)
6. Il'in O.V. Izuchenie sushchestvovaniya resheniy i ustoychivosti kineticheskoy sistemy Karlemana [Investigation of the Existence of Solutions and Stability of Carleman Kinetic System]. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 2007, vol. 47, no. 12, pp. 2076–2087. (In Russian)
7. Vasil'eva O.A., Dukhnovskiy S.A. Uslovie sekulyarnosti kineticheskoy sistemy Karlemana [Secularity Condition of the Kinetic Carleman System]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2015, no. 7, pp. 33–40. (In Russian)
8. Vasil'eva O.A. Chislennoe issledovanie sistemy uravneniy Karlemana [Numerical Investigation of the Carleman System]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2015, no. 6, pp. 7–15. (In Russian)
9. Vasil'eva O. Some Results of Numerical Investigation of the Carleman System. *Procedia Engineering*. 24th. XXIV R-S-P Seminar — Theoretical Foundation of Civil Engineering, TFOCE 2015. 2015, vol. 111, pp. 834–838. <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2015.07.154>.
10. Vasil'eva O.A. Chislennoe issledovanie diskretnykh kineticheskikh uravneniy [Numerical Investigation of Discrete Kinetic Equations]. *Matematika. Komp'yuter. Obrazovanie : trudy XXIII Mezhdunarodnoy konferentsii (g. Dubna, 25–30 yanvarya 2016 g.)* [Mathematics. Computer. Education : Works of the 23rd International Conference (Dubna, January 25–30, 2016)]. Izhevsk, 2016, issue 23, p. 192. (In Russian)
11. Boltzmann L. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Moscow, Nauka Publ., 1984, 590 p. (Klassiki nauki [Classics of Science]) (In Russian)

12. Carleman T. Matematicheskie zadachi kineticheskoy teorii gazov [Mathematical Problems of the Kinetic Gas Theory]. Translated from French. Moscow, IIL Publ., 1960, 120 p. (Biblioteka sbornika «Matematika» [Library of the Collection of works “Mathematics”]). (In Russian)

13. Radkevich E.V. O diskretnykh kineticheskikh uravneniyakh [On Discrete Kinetic Equations]. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Academy of Sciences]. 2012, vol. 447, no. 4, pp. 369–373. (In Russian)

14. Radkevich E.V. The Existence of Global Solutions to the Cauchy Problem for Discrete Kinetic Equations. *Journal of Mathematical Science*. 2012, vol. 181, no. 2, pp. 232—280. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10958-012-0683-9>.

15. Broadwell T.E. Study of Rarified Shear Flow by the Discrete Velocity Method. *J. of Fluid Mechanics*. 1964, vol. 19, no. 3, pp. 401–414. DOI: <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112064000817>.

16. Adzhiev S.Z., Amosov S.A., Vedenyapin V.V. Odnomernye diskretnye modeli kineticheskikh uravneniy dlya smesey [One Dimensional Discrete Models of Kinetic Equations for Mixtures]. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 2004, vol. 44, no. 3, pp. 553—558. (In Russian)

17. Belen'kiy V.Z., Vasil'eva O.A., Kukarkin A.B. *Programmnyy modul' «Algebra differentsirovaniya TAYLOR»: rezul'taty chislennykh eksperimentov, soobshchenie o versii 2.1* [The Program Unit “Derivation Algebra TAYLOR”: Results of Numerical Investigations, Message on the Version 2.1]. *Kibernetika i sistemnyy analiz* [Cybernetics and System Analysis]. 1997, vol. 33, no. 3, pp. 171–184. (In Russian)

18. Aristov V., Ilyin O. Kinetic Model of the Spatio-Temporal Turbulence. *Phys. Let. A*. 2010, vol. 374, no. 43, pp. 4381—4384. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2010.08.069>.

19. Aristov V.V. Direct Methods for Solving the Boltzmann Equation and Study of Non-equilibrium Flows. Kluwer Academic Publishing, 2001, 312 p.

20. Radkevich E.V. *Matematicheskie voprosy neravnovesnykh protsessov* [Mathematical Problems of Nonequilibrium Processes]. Novosibirsk, T. Rozhkovskaya Publ., 2007, vol. 4, 387 p. (Belaya seriya v matematike i fizike [White Series in Mathematics and Physics]). (In Russian)

21. Frishter L.Yu. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya v vershine pryamougol'nogo klina [Analysis of Stress-strain State on Top of a Rectangular Wedge]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2014, no. 5, pp. 57—62. (In Russian)

22. Dukhnovskiy S.A. Sistema uravneniy Karlemana. Uslovie sekulyarnosti [System of Carleman Equations. Secularity Condition]. *Matematika. Komp'yuter. Obrazovanie : trudy XXIII Mezhdunarodnoy konferentsii (g. Dubna, 25–30 yanvarya 2016 g.)* [Mathematics. Computer. Education : Works of the 23rd International Conference (Dubna, January 25–30, 2016)]. Izhevsk, 2016, issue 23, p. 197. (In Russian)

About the author: **Dukhnovskiy Sergey Anatol'evich** — postgraduate student, Department of Advanced Mathematics, **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**, 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; serzh.dukhnovskiy@mail.ru.

For citation: Dukhnovskiy S.A. Ob otsenkakh linearizovannogo operatora kineticheskoy sistemy Karlemana [On Estimates of the Linearized Operator of the Kinetic Carleman System]. *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]. 2016, no. 9, pp. 7–14. (In Russian) DOI: [10.22227/1997-0935.2016.9.7-14](https://doi.org/10.22227/1997-0935.2016.9.7-14)