

В. А. Уланов

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО КУРСУ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Издание второе,  
переработанное и дополненное



Электронные версии книг на сайте

**[www.prospekt.org](http://www.prospekt.org)**



ПРОСПЕКТ

Москва  
2014

УДК 336:519.6(075.8)  
ББК 65.26в631я73-1  
У47

Электронные версии книг  
на сайте [www.prospekt.org](http://www.prospekt.org)

**Уланов В. А.**

У47      Сборник задач по курсу финансовых вычислений: учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Проспект, 2014. — 352 с.

ISBN 978-5-392-10503-8

В сборнике дан краткий обзор основных понятий, используемых в курсе финансовых вычислений, приведены вопросы для обсуждения. Представлены решения типовых примеров и задачи для самопроверки по изучаемому материалу. Сборник содержит также и основные формулы, необходимые для решения типовых задач. Материалы пособия могут использоваться в курсах «Финансовая математика», «Финансовый менеджмент», «Финансовый анализ».

Для преподавателей и студентов экономических вузов, научных и практических работников, специализирующихся в области управления финансами и бухгалтерского учета.

УДК 336:519.6(075.8)  
ББК 65.26в631я73-1

*Учебное издание*

**Уланов Владимир Алексеевич**

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО КУРСУ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Учебное пособие

Оригинал-макет подготовлен компанией ООО «Оригинал-макет»  
[www.o-maket.ru](http://www.o-maket.ru); тел.: (495) 726-18-84

Санитарно-эпидемиологическое заключение  
№ 77.99.60.953.Д.004173.04.09 от 17.04.2009 г.

Подписано в печать 29.01.2014. Формат 60х90 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Печать цифровая. Печ. л. 22,0. Тираж 1000 экз. (Первый завод 100 экз.) Заказ №

ООО «Проспект»  
111020, г. Москва, ул. Боровая, д. 7, стр. 4.

ISBN 978-5-392-10503-8

© В. А. Уланов, 2014  
© ООО «Проспект», 2014

## Введение

В последние годы в связи с постепенным становлением рыночных отношений в экономике России вновь, спустя многие десятилетия, появилась потребность в распространении количественных методов оценки финансовых операций. Причины этого очевидны: появление самостоятельных предприятий, становление рынка капитала, коренное изменение сущности и роли банковской системы. Многие решения финансового характера нецелесообразно принимать лишь на интуитивной основе; гораздо более качественные результаты могут быть достигнуты, если используются формализованные методы оценки. Кроме того, можно привести немало ситуаций, когда оптимальное решение, основанное лишь на интуиции, не может быть принято в принципе. В подобных ситуациях как раз и применяются методы финансовых вычислений или, как их иногда называют, методы финансовой математики.

Владение методами финансовых вычислений необходимо не только работникам, специализирующимся в области управления финансами и бухгалтерского учета. Фактически любому человеку в жизни приходится выполнять какие-то расчеты финансового характера. Изучение большинства методов финансовых вычислений не требует серьезной математической подготовки, однако определенные усилия необходимы, если ставится цель понять сущность той или иной используемой формулы. По большому счету без такого понимания нельзя правильно и эффективно применять формулы при расчетах и грамотно освоить навыки в использовании сравнительно простых, но многочисленных вычислительных процедур. Как и в любой дисциплине, в области финансовых вычислений можно выделить ее основополагающие понятия и алгоритмы.

Сразу же отметим, что рассмотренные в пособии и другой подобной литературе формализованные методы не являются панацеей от возможных негативных последствий принятых с их помощью решений финансового характера. Тем не менее владение ими нередко позволяет

избежать многих ошибок и недоразумений при заключении финансовых сделок и проведении финансовых операций.

Пособие содержит три главы, соответствующие трем основным фундаментальным темам: простые проценты, сложные проценты и аннуитеты. Как правило, каждая следующая глава опирается на материал, изложенный в предыдущей главе. Тем не менее каждая глава носит самостоятельный характер, и ее можно изучать, обладая, естественно, некоторыми необходимыми минимальными знаниями, отдельно от других глав.

Каждая глава содержит ряд параграфов, состоящих из четырех разделов: а) основные положения; б) вопросы для обсуждения; в) типовые примеры и методы их решения; г) задачи для самостоятельного решения. В разделе «Основные положения» кратко излагаются ключевые понятия и определения, характеризующие данную тему. Второй раздел содержит вопросы, которые по существу позволяют повторить и осмыслить теоретический материал параграфа, используемый при решении примеров и задач. Иногда и сами вопросы представляют собой небольшие задачи, которые можно решить устно. В третьем разделе приведены примеры с решениями, на основе которых продемонстрированы основные приемы и методы, используемые в финансовых вычислениях. Часто при решении конкретного примера даются ответы на большее количество вопросов, чем требуется по условию примера. Более того, в развитии решения периодически излагаются отдельные вопросы теоретического характера. Нередко приводятся два способа решения одного и того же примера. Все это делается с целью демонстрации как разнообразия методов решений, так и тесной (и естественной) их связи между собой. Четвертый раздел содержит задачи для самостоятельного решения. Эти задачи развивают навыки индивидуальной работы. Ответы и указания приводятся в конце книги.

При осуществлении разнообразных финансовых расчетов приходится использовать большое количество формул. Нумерованный список основных формул приведен в приложении. При изложении решения того или иного примера указывается номер формулы, которая применяется в данном расчете. Если же используемой при решении примера формулы нет в списке, то она приводится непосредственно в тексте.

Приложение также содержит таблицы порядковых номеров дней в году (обычном и високосном) и финансовые таблицы, с помощью которых можно решить многие задачи пособия.

Для параграфов в пособии применяется двойная нумерация, где первый индекс означает номер главы, второй — номер параграфа в этой главе. Для примеров и задач используется тройная нумерация: первый

индекс означает номер главы, второй — номер параграфа в данной главе, третий — номер примера или задачи в данном параграфе.

В формулировках условий примеров и задач, как правило, подчеркивается, какая ставка, процентная, учетная или непрерывная, имеется в виду и за какой период времени данная ставка установлена. Если же встречаются, например, выражения типа: «ставка 30%», то, значит, речь идет о процентной ставке 30% годовых. Аналогичным образом, говоря о непрерывной ставке, например, 30% без уточнения периода, имеется в виду сила роста 30% за год. Вообще, если для любой ставки не конкретизирован период, за который ставка установлена, то, как это принято, речь идет о годовой ставке. Если по условию задачи на некоторую сумму денег начисляются сложные проценты по процентной ставке 30% годовых и количество начислений в году не указано, то, значит, сложные проценты начисляются один раз в конце года.

Ответы на вопросы некоторых задач (например, предполагающих составление плана погашения кредита), вообще говоря, лучше было бы представить в табличном виде. Однако в целях сокращения объема пособия ответы к задачам такого рода не даны в виде таблиц, а указаны значения величин только за какой-либо один период. Тем не менее по этим значениям вполне можно судить о правильности решения задачи.

В это пособие не включены задачи, при решении которых приходится иметь дело со степенными уравнениями, имеющими высокую степень, или с трансцендентными уравнениями (например, при определении процентной ставки, использующейся для оценки аннуитета, или при учете инфляции и т.п.). Такого типа уравнения можно решать интерполяционными методами и получать приближенные значения корней с любой степенью точности. В связи с развитием вычислительной техники эти уравнения легко решаются с помощью пакета многочисленных электронных таблиц, в частности *Excel*. Однако пакетом надо уметь пользоваться, что не предполагается при чтении этой книги. Впрочем, логика составления указанных уравнений, безусловно, должна быть понятна.

Несколько слов о том, насколько соответствуют действительности числовые значения, используемые в примерах и задачах. Безусловно, хотелось бы в излагаемом материале дать близкие к практике, действующие или хотя бы мало изменяющиеся в течение длительного времени правдоподобные значения ставок и денежных величин. Однако это невозможно сделать в настоящее время в связи с инфляционными процессами, захлестнувшими в последние годы экономику нашей страны. Тем не менее в ряде задач использованы данные второй половины 1998 — середины 2005 г. К счастью, все приведенные вычисления не

зависят от выбора денежной единицы, от размера ставки. Поэтому читатель может воспринимать, например, появляющиеся в тексте рубли как некие условные денежные единицы. По указанным выше причинам даны в известной степени условные (если не оговорена конкретная дата) курсы валют по отношению к рублю. Некоторые задачи даны с иллюстративными целями, чтобы читатели овладели характерными приемами, используемыми при решении такого рода задач (например, связанных с девизами).

Изначально это пособие задумывалось как логически необходимое дополнение для книги: *Ковалев В. В., Уланов В. А. Курс финансовых вычислений* (1-е изд. М.: Финансы и статистика, 1999). Второй выпуск пособия, естественно, переработан с учетом того, что «Курс...» за последние годы несколько раз переиздавался. Но, как и в первом издании «Задачника...», в этом пособии также сохранены обозначения, используемые в «Курсе...». Но, конечно, при чтении пособия для ознакомления с теоретическим материалом можно использовать и другую литературу по аналогичной тематике. Список такого рода литературы, изданной на русском языке, приведен в конце пособия. Следует, однако, заметить, что данное пособие в известном смысле является автономным. Многие задачи можно успешно решить после внимательного прочтения методических материалов к параграфам, ответов на вопросы и тщательного изучения предложенных решений типовых примеров.

Хорошо известно, что только после самостоятельного решения достаточного большого количества разнообразных задач можно сделать заключение о том, как понять соответствующий материал. Тем более, это утверждение справедливо, когда необходимо освоить основные алгоритмы, используемые при проведении финансовых вычислений. Цель пособия — представить методы решения задач, связанных с финансовыми вычислениями, и дать возможность читателям попрактиковаться самим в финансовых расчетах, поскольку доведение решения до итогового результата играет в финансовой практике основную роль. Очевидно, что при решении задач для облегчения вычислений необходимо активно использовать обычный калькулятор, а в более сложных случаях — финансовый калькулятор или персональный компьютер. Ответы, получаемые при решении одной и той же задачи с помощью финансовых таблиц и с помощью компьютера, могут несколько отличаться друг от друга. Это следует иметь в виду, сверяясь с ответами, представленными в пособии.

При написании данного пособия использовались оригинальные, по мнению автора, задачи, встречающиеся в отечественной и зарубежной литературе. Многие примеры и задачи составлены самим

автором пособия. Как уже указывалось, некоторые примеры и задачи, безусловно, носят иллюстративный характер, в частности это относится к ситуациям, связанным с налогообложением. Это достаточно сложная и обширная тема, изучению которой должна быть посвящена отдельная работа. В данном пособии при приведении соответствующих примеров и задач ставилась лишь цель показать влияние взимания налогов на доходность финансовых операций и каким образом это влияние можно оценить.

В приложении представлен один из вариантов рабочей программы курса «Финансовые вычисления». В настоящее время в некоторых вузах часть разделов, представленных в программе, излагаются в курсе, называемом «Финансовая математика». Однако математика здесь по большому счету не выходит за рамки несложных алгебраических преобразований и знания прогрессии. В некоторых случаях, правда, необходимо иметь представление об операции предельного перехода, еще реже — о производной и интеграле, но все необходимые сведения вполне укладываются в школьную программу. Представляется, что название дисциплины «Финансовые вычисления» в большей степени соответствует как ее логике и содержательной части, так и дореволюционной русской традиции. Напомним, в частности, что в России сложные проценты и аннуитеты были, как правило, представлены в таких курсах, как «Высшие финансовые вычисления», «Долгосрочные финансовые операции», «Политическая арифметика». Важно подчеркнуть, что упор в дисциплине должен делаться не на математику, а на собственно финансовые вычисления; главное — не чисто математические вычисления, а финансовая природа операций. Математика в данном случае является удобным и эффективным аппаратом для количественной оценки финансовых операций.

Материалы пособия могут использоваться в курсах «Финансовая математика», «Финансовый менеджмент», «Финансовый анализ», а также в практических расчетах работниками финансово-кредитных учреждений.

За многолетнюю постоянную поддержку и советы автор выражает большую благодарность доктору экономических наук, профессору В. В. Ковалеву, без которого эта книжка, безусловно, не была бы написана.

# Глава 1

## ПРОСТЫЕ ПРОЦЕНТЫ

### 1.1. Определение ставок и вычисление процентов

#### Основные положения

Денежные ресурсы, участвующие в финансовой операции, имеют временную ценность: одна и та же сумма денег неравноценна в разные периоды времени. Учет временного фактора в финансовых операциях осуществляется путем начисления процентов или дисконтирования.

- Для сопоставления в пространственно-временном аспекте результатов финансовой операции используют показатель, называемый ставкой и определяемый отношением процентных денег, уплаченных (полученных) за единицу времени (обычно за год), к некоторому базовому капиталу. Это отношение выражается в десятичных дробях или в процентах.

- Процентная ставка определяется отношением процентных денег, уплаченных (полученных) за единицу времени (обычно за год), к величине исходного капитала.

- Учетная ставка определяется отношением процентных денег, уплаченных (полученных) за единицу времени (обычно за год), к ожидаемой к получению (возвращаемой) сумме денежных средств.

- Эффективность любой финансовой операции может быть охарактеризована ставкой.

- Удобной и наглядной характеристикой (особенно при оценке вклада) является индекс роста суммы за данный период, показывающий, во сколько раз выросла величина капитала по отношению к величине капитала в конце предыдущего периода.



- Процесс, в котором заданы исходная сумма и ставка, в финансовых вычислениях называется процессом наращения, искомая величина называется наращенной суммой, а ставка — ставкой наращения.
- Процесс, в котором заданы ожидаемая в будущем к получению (возвращаемая) сумма и ставка, называется процессом дисконтирования, искомая величина называется приведенной суммой, а ставка — ставкой дисконтирования.
- В качестве ставки наращения или дисконтирования может выступать как процентная, так и учетная ставка.
- Число, равное сумме начального числа и начисленных на него процентов, называется наращенным числом. Проценты по отношению к наращенному числу называются процентами «на 100», а проценты по отношению к начальному числу называются процентами «со 100». Проценты «на 100» находят в задачах следующего типа: даны ставка процента и сумма двух слагаемых, одно из которых представляет собой проценты «со 100» другого; требуется найти одно из слагаемых.
- Число, равное разности между начальным числом и начисленных на него процентов, называется уменьшенным числом. Проценты по отношению к уменьшенному числу называются процентами «во 100». Проценты «во 100» находят в задачах следующего типа: даны ставка процента и разность двух слагаемых, одно из которых (вычитаемое) представляет собой проценты «со 100» другого; требуется найти одно из слагаемых.

### Вопросы для обсуждения

1. В чем заключается временная ценность денег?
2. С помощью каких показателей (абсолютных и относительных) можно характеризовать результативность финансовой операции?
3. Как определяется процентная ставка и в каких границах, согласно определению, она может меняться?
4. Как определяется учетная ставка и в каких границах, согласно определению, она может меняться?
5. Каким образом связаны между собой процентная ставка, учетная ставка и дисконт-фактор? В каких единицах могут выражаться эти показатели?
6. Какими ставками пользуются, как правило, в прогнозных расчетах?
7. Прокомментируйте с финансовой точки зрения ситуацию, когда:  
а) процентная или учетная ставка равна нулю; б) учетная ставка равна единице.

8. Что показывает индекс роста вклада за некоторый промежуток времени? Приведите формулы, связывающие индекс роста с дисконт-фактором и ставками.
9. Как определяется индекс роста за несколько промежутков времени, расположенных последовательно друг за другом?
10. Что называется процессом наращивания? Какая ставка может являться ставкой наращивания?
11. Что называется процессом дисконтирования? Какая ставка может являться ставкой дисконтирования?
12. О каком направлении во времени денежного потока идет речь при наращении? А при дисконтировании?
13. Как, используя процентную или учетную ставку, показать, что время в определенном смысле генерирует деньги?
14. Чем отличается экономическое понятие «процент» от математического понятия «процент»?
15. Связана ли доходность финансовой операции с риском при проведении этой операции?
16. В чем заключается экономический смысл дисконтирования?
17. Каким образом можно характеризовать будущую стоимость и приведенную стоимость?
18. В виде суммы каких компонентов может быть представлена процентная ставка? Поясните такое представление и дайте краткую характеристику каждой компоненте.
19. Приведите определения процентов «со 100» и формулу их вычислений.
20. Какую часть числа составляют: а) 5%; б) 25%; в) 50%; г) 75%?
21. Во сколько раз увеличится число, если его увеличить: а) на 100%; б) на 300%; в) на 350%; г) на 900%?
22. Сколько будет 5% от 5%?
23. Приведите определения процентов «на 100» и формулу их вычислений.
24. В задачах какого типа находят проценты «на 100»?
25. Приведите определения процентов «во 100» и формулу их вычислений.
26. В задачах какого типа находят проценты «во 100»?
27. Как проценты «со 100», «на 100» и «во 100» от одного числа соотносятся друг с другом?
28. Во сколько раз 10% «со 100» больше, чем 5% «со 100»? А во сколько раз 10% «на 100» больше, чем 5% «на 100»?
29. Как проверить, правильно ли найдены проценты «на 100» и «во 100»?