



Л. И. Боженкова

# МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ АЛГЕБРЕ

УДК 512  
ББК 22.141  
Б76

**Боженкова Л. И.**

**Б76** Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. — 2-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 243 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-00101-904-6

Цель книги — помочь учителю математики сформировать у учеников универсальные учебные действия при обучении алгебре, что отражает задачу, сформулированную в Федеральном государственном образовательном стандарте общего образования второго поколения.

Для учителей математики школ, лицеев, колледжей, а также студентов и аспирантов математических факультетов педагогических вузов.

УДК 512  
ББК 22.141

**Деривативное издание на основе печатного аналога:** Методика формирования универсальных учебных действий при обучении алгебре / Л. И. Боженкова. — М. : Лаборатория знаний, 2016. — 240 с. : ил. — ISBN 978-5-906828-54-5.

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

ISBN 978-5-00101-904-6

© Лаборатория знаний, 2016

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	<b>7</b>
<b>Глава 1. Основные идеи построения современного российского общего образования и их отражение в обучении математике</b> .....	<b>9</b>
§ 1. Предпосылки разработки ФГОС второго поколения ..	9
§ 2. Системно-деятельностный подход — основа реализации ФГОС общего образования .....	13
§ 3. Требования к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования.....	19
<b>Глава 2. Сущность новых образовательных результатов изучения математики в основной школе</b> .....	<b>28</b>
§ 4. Цели и результаты обучения математике.....	28
4.1. Цели обучения математике: вчера и сегодня ....	28
4.2. Виды и содержание результатов освоения ООП школьного курса математики.....	32
§ 5. Типовые задания для формирования УУД в процессе обучения алгебре .....	39
5.1. Составление схемы определения понятия (ТЗ № 1)	42
5.2. Составление набора объектов для подведения под понятие (ТЗ № 2).....	46
5.3. Составление схемы взаимосвязи понятий (ТЗ № 3)	48
5.4. Составление предписания для решения задач определённого типа (ТЗ № 4) .....	50
5.5. Составление информационной схемы (ТЗ № 5) ..	53
5.6. Составление схемы поиска решения задачи, доказательства теоремы (ТЗ № 6).....	56

<b>Глава 3. Планируемые результаты обучения содержательно-методическим линиям курса алгебры и их достижение в условиях реализации ФГОС ООО</b> .....	<b>64</b>
§ 6. Понятие содержательно-методических линий курса алгебры .....	64
§ 7. Числовая линия .....	67
7.1. Введение понятия новых чисел.....	70
7.2. Сравнение, округление и выполнение действий с числами .....	73
7.3. О свойствах числовых множеств .....	76
§ 8. Линия тождественных преобразований.....	79
8.1. Основные понятия линии тождественных преобразований.....	82
8.2. Основные тождества и их доказательства.....	85
8.3. Алгоритмы выполнения тождественных преобразований.....	97
§ 9. Линия уравнений и неравенств.....	102
9.1. Основные понятия линии уравнений и неравенств.....	105
9.2. О введении понятий конкретных типов уравнений .....	108
9.3. Преобразования и решение уравнений, неравенств, их систем .....	115
9.4. Регулятивная деятельность учащихся при решении уравнений и неравенств.....	121
9.5. Уравнения как математические модели процесса решения текстовых задач .....	133
§ 10. Функциональная линия.....	140
10.1. Основные понятия функциональной линии.....	141
10.2. Функция как представитель класса функций и отдельно взятая функция .....	146
<b>Глава 4. Проектирование процесса обучения алгебре на уровне учебной темы</b> .....	<b>162</b>
§ 11. Теоретико-деятельностное проектирование процесса обучения алгебре .....	162
§ 12. Проектирование как составная часть подготовки учителя к обучению теме.....	168
12.1. Иллюстрация процесса проектирования обучения теме школьного курса алгебры в условиях реализации ФГОС .....	169
12.2. Система уроков по изучаемой теме .....	179
12.3. Фрагмент урока ученического целеполагания ..	183
12.4. Фрагмент урока открытия новой учебной информации и формирования познавательных УУД при решении учебных задач .....	186

---

12.5. Схема урока обобщения и систематизации знаний по теме «Уравнения, содержащие знак модуля».....	195
§ 13. Оценка достижений учащихся в изучении алгебры в условиях реализации ФГОС .....	198
<b>Приложения</b> .....	<b>204</b>
Приложение 1. Результаты российских учащихся в различных международных исследованиях.....	204
Приложение 2. Связь личностных характеристик ученика с видами результатов освоения ООП .....	205
Приложение 3. Список универсальных учебных действий (УУД) .....	206
Приложение 4. Содержание и структура коммуникативной компетентности, формируемой при обучении математике .....	209
Приложение 5. Общие цели школьного математического образования (1980–2004 гг.) .....	211
Приложение 6. Предметные результаты освоения ООП предметной области «Математика и информатика» (алгебра) .....	213
Приложение 7. Приёмы регуляции УПД при освоении математики .....	214
Приложение 8. Числовая линия .....	217
Приложение 9. Линия тождественных преобразований ....	223
Приложение 10. Линия уравнений и неравенств.....	226
Приложение 11. Таблица для поурочного тематического планирования темы .....	227
Приложение 12. Логико-дидактический анализ содержания темы школьного курса математики .....	228
Приложение 13. Карта изучения темы .....	229
Приложение 14. Таблица для индивидуального планирования изучения темы .....	230
Приложение 15. Результаты выполнения заданий ОГЭ (модуль «Алгебра»).....	231
Приложение 16. Указатель таблиц.....	232
<b>Список литературы</b> .....	<b>236</b>

## ГЛАВА 1

# Основные идеи построения современного российского общего образования и их отражение в обучении математике

В главе рассматриваются следующие теоретические вопросы:

- состояние и целевые установки развития школьного математического образования в России;
- суть системно-деятельностного подхода в обучении, являющегося основой реализации ФГОС;
- характеристика результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования, для некоторых приведены примеры в контексте школьного предмета математики.

### § 1. Предпосылки разработки ФГОС второго поколения

Направления развития образования XXI в. определяются запросами общества, движением к информационному обществу, а также внешними факторами: Болонский процесс в Европе и официальное присоединение к нему России; вступление России в ВТО. Внешние факторы определяют внутренние изменения в российском обществе, в частности, модернизацию российского образования (введение ЕГЭ, реализация приоритетного национального проекта «Образование», национальной образовательной инициативы «Наша новая школа», Федеральной целевой программы развития образования на 2011–2015 гг.), обусловленную требованиями информационного общества.

Информационное общество — это вид постиндустриального общества, новая историческая фаза развития цивилизации, «специфическая форма социальной организации, в которой новые технологии генерирования, обработки и передачи информации стали фундаментальными источниками производительности и власти» [45: с. 29]. Информационное общество, к которому движутся все развитые страны, предъявляет к человеку определённые требования. Личность в этом обществе понимается как субъект, реализующий свой интеллектуальный потенциал в социуме,

в информационно-образовательной среде, взаимодействуя с информационными ресурсами, используя современные информационно-коммуникативные технологии. Это предполагает, в частности, высокий уровень «информационного сознания» при широком доступе к информации, противодействие негативной информации, что возможно только интеллектуально развитому человеку.

В интеллектуальное становление личности неоценимый вклад вносят специфические черты математики как науки и как учебного предмета. Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Отечественные ведущие учёные-математики и методисты, рассматривая перспективы развития математического образования в России, считают, что успех нашей страны в XXI в. зависит от уровня математической науки, математического образования и математической грамотности всего населения. Без высокого уровня математического образования невозможна реализация долгосрочных целей и задач социально-экономического развития Российской Федерации [47].

Каково же состояние математической подготовки современных российских школьников? Приведём краткие результаты международных мониторинговых исследований качества математического образования школьников TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study) и PISA (Programme for International Student Assessment), обязательное участие в которых учащихся РФ предусмотрено рамками Болонского процесса.

В проводимом один раз в четыре года исследовании TIMSS, организатор которого — Международная ассоциация по оценке образовательных достижений (IEA — International Association for the Evaluation of Educational Achievement), участвуют российские школьники 4-х и 8-х классов, при этом проверяются достижения учащихся начальной и основной школы. По качеству математического и естественнонаучного образования российские школьники находятся в первой десятке из более четырёх десятков стран мира (приложение 1). В то же время невысоки результаты при выполнении заданий, составленных на материале курса математики 5–6 классов российской школы. Российские восьмиклассники не умеют эффективно применять полученные знания при выполнении нестандартных заданий по алгебре, связанных с выявлением закономерностей, разрешением проблем, возникающих в реальной ситуации, описанной в условии задачи. Это связано с тем, что обучение решению задач фактически завершается в 5–6 классах, а в курсе алгебры не поддерживается систематическим повторением и учащимся не предлагаются задачи практического содержания [61].

Совсем иные результаты показывает проводимое один раз в три года исследование PISA, которое осуществляется ОЭСР — Организацией экономического сотрудничества и развития (OECD —

Organization for Economic Cooperation and Development). Это исследование направлено на оценку способности учащихся применять полученные в школе математические знания и умения в жизненных ситуациях. В нём принимают участие до 10 000 школьников 12–15 лет из 65 стран-членов ОЭСР. По результатам этого исследования Россия стабильно получает баллы ниже среднего (приложение 1). Исследование PISA оценивает, во-первых, *математическую грамотность* — способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живёт, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину. По результатам исследования математической грамотности 15-летних учащихся в 2003, 2006, 2009 г. российские учащиеся оказались в группе стран, результаты которых существенно ниже результатов передовых стран-членов ОЭСР (2009 г. — 38-е место из 65) [61].

Второе направление исследования — *читательская грамотность* (в том числе чтение математических текстов) — определяется как способность человека понимать и использовать письменные тексты, размышлять о них и заниматься чтением для того, чтобы достигать определённых целей, расширять свои знания и возможности, участвовать в социальной жизни. Исследование показало, что в российской школе существуют значительные проблемы в формировании читательской грамотности (2009 г., 43-е место из 65). Следовательно, необходимо найти более разнообразные пути обучения учащихся работе с текстами различного содержания, характера и формата при освоении каждой учебной дисциплины. Учебная информация школьного курса математики должна быть представлена в различных формах и использоваться не только в качестве иллюстраций, но и в виде учебных задач, решение которых предполагает самостоятельную интерпретацию текстов, выдвижение гипотез о его содержании, рефлексию, оценку и др.

Третье направление — *компетентность в решении проблем* — способность использовать познавательные умения для решения межпредметных реальных проблем. Для успешного решения предлагаемых проблем выделены следующие познавательные общеучебные умения, каждое из которых включает в себя комплекс более конкретных: 1)–4) понимать, характеризовать, представлять, решать проблему; 5) размышлять над её решением; 6) сообщать решение проблемы. Применение этих умений требует от учащегося владения навыками аналитических рассуждений. Отмечается, что невысокие результаты российских учащихся в области решения проблем по сравнению с их сверстниками из большинства ведущих стран, участвовавших в исследовании,



связаны с тем, что школьное образование России ориентировано, в основном, на формирование у учащихся предметных знаний и умений [61].

Следует отметить тенденцию незначительного улучшения показателей в 2012 г. (приложение 1), что свидетельствует о том, что меры, принимаемые Минобрнауки России дают положительные результаты.

Результаты исследования TIMSS и PISA вызвали широкую дискуссию в научных общественных кругах о конкурентоспособности российского, в частности, математического образования. Появилась настоятельная необходимость модернизации российского образования, направленная на повышение его качества, на его совершенствование при условии сохранения достигнутого интеллектуального потенциала. Учёные отмечают, что математическая компетентность в разных формах должна быть развита у всех категорий населения. Ряд принципиальных вопросов, относящихся к развитию математического образования, не может быть решен внутри него и требует обращения к общей проблематике системы образования и развития России [47].

Ещё в 1997 г. был разработан российский проект федерального компонента стандартов (В. С. Леднев, М. В. Рыжаков), который не был утверждён законодательно. Вместо него в 1998 году был принят «Обязательный минимум содержания начального, основного, среднего (полного) общего образования». На основе этого документа, который стал считаться стандартом, были разработаны примерные программы по математике [64]. В 2002–2003 гг. коллективом учёных под руководством Э. Д. Днепров был разработан и утверждён Минобрнауки России Федеральный компонент государственных образовательных стандартов начального, основного и среднего (полного) общего образования [65]. В нём впервые закреплялась вариативность, дифференциация и индивидуализация обучения — вводилось профильное обучение; предусматривалось существенное обновление содержания образования; большее значение отводилось прикладной направленности образования и его практической значимости. Несмотря на перечисленные положительные моменты, руководитель проекта Э. Д. Днепров отмечал, что коллективу разработчиков так и не удалось преодолеть предметно-академическую традицию в определении содержания образования. Этот стандарт был «переходным» и выполнил свою положительную подготовительную функцию в деле дальнейшего совершенствования школьного образования, связанного с актуализацией системно-деятельностного подхода, а также способствовал появлению новых направлений исследований, в частности, компетентностного подхода в образовании.

В настоящее время основные принципы государственной политики РФ в сфере образования, общие правила функционирования системы образования и осуществления образовательной

деятельности устанавливает новый Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации». В документе постулируется, в частности, гуманистический характер образования, свободное развитие личности, воспитание взаимоуважения, трудолюбия, гражданственности, патриотизма, ответственности, свободное развитие способностей человека, включая предоставление права выбора форм обучения и получения образования [43].

Сегодня стратегическая цель российского образования — воспитание успешного поколения граждан страны, владеющих современными знаниями, навыками и компетенциями, на идеалах демократии и правового государства в соответствии с национальными и общечеловеческими ценностными установками. Именно в школе — единственном социальном институте, через который проходят все граждане России, должна быть сосредоточена не только интеллектуальная, но и гражданская, духовная, культурная жизнь школьника. Необходимым условием организации и функционирования такой школы является реализация Федерального государственного образовательного стандарта основного и полного (среднего) общего образования (Стандарт: 2011, 2012) [81, 82].

Образовательная политика в области общего математического образования должна опираться не только на ФГОС ООО, но и на профессиональный стандарт педагога, включающий модуль «Предметное обучение. Математика» (2013), а также на Концепцию развития математического образования в РФ (2014) [71, 47].

## **§ 2. Системно-деятельностный подход — основа реализации ФГОС общего образования**

Стандарт разработан с учётом Закона об образовании в РФ, региональных, национальных и этнокультурных потребностей народов РФ. В нём представлены, в частности: 1) требования: а) к результатам освоения основной образовательной программы (ООП); б) к структуре ООП; в) к условиям реализации ООП; 2) краткая характеристика личности выпускника — «Портрет выпускника основной школы» (приложение 2); 3) перечень субъектов, обеспечивающих организацию общего образования, в основу деятельности которых должен быть положен Стандарт.

В Стандарте указано, что в основе его реализации лежит *системно-деятельностный* подход. Поэтому необходимо рассмотреть это актуальное понятие. Основой системного подхода является понятие *системы*, которая согласно У. Р. Эшби понимается, как «совокупность (объединение) взаимосвязанных и расположенных в соответствующем иерархическом порядке элементов какого-то целостного образования» [91: с. 18]. Система предполагает наличие принципов, положенных в основу специального теоретического

представления о каком-то явлении или объекте. Управление, посредством которого реализуется цель, стоящая перед системой, выступает общим критерием выделения структурных элементов целенаправленной системы, обуславливающим их интеграцию, обеспечивающим коммуникативные свойства системы и её иерархическое строение [91]. *Системный подход* к познанию и преобразованию любого объекта — направление методологии специально-научного познания и социальной практики, в основе такого подхода лежит исследование объекта как системы [27]. Он предполагает анализ среды, в которой предстоит функционировать проектируемой системе, определение функций системы и необходимой для её работы информации.

Результатом применения системного подхода в образовании и в педагогике стали понятия образовательной и педагогической систем, управление которыми осуществляется на различных уровнях. Коммуникативные свойства этих систем проявляются в двух формах: 1) управление как внешнее взаимодействие субъектов образовательного процесса; 2) управление субъекта собственной активностью.

*Деятельностный подход* исходит из положения о том, что психологические способности человека есть результат последовательных преобразований внешней предметной деятельности во внутреннюю психическую. Учёные считают, что деятельностный подход, в разработку которого внесли вклад, в первую очередь, Л. С. Выготский, С. Л. Рубинштейн, А. Н. Леонтьев, по сути своей системный. Это связано с тем, что его основой является понятие *деятельности* — процесса активного взаимодействия субъекта с объектом, во время которого субъект удовлетворяет какие-либо свои потребности, достигает цели [63]. Деятельность имеет собственную структуру, включающую взаимосвязанные элементы: мотивы (возникают на основе потребности), цели (конечный результат, на который преднамеренно направлена деятельность), действия (подчиняются целям) и операции (зависят от условий достижения конкретной цели). Все структурные компоненты деятельности тесно взаимосвязаны, о чём свидетельствует замечательное высказывание А. Н. Леонтьева: выделение цели — это «осознание ближайшего результата, достижение которого осуществляет данную деятельность, способную удовлетворить потребность, опредмеченную в её мотиве» [51: с. 76]. Цель не всегда совпадает с мотивом, но важно, чтобы цель стала мотивом деятельности, тогда у человека возникает стремление как можно лучше выполнить свою задачу, оно становится потребностью. В процессе деятельности перед человеком обычно стоит не одна цель, а система подчинённых друг другу целей.

Важнейшей единицей человеческой деятельности является *действие* — произвольная преднамеренная опосредованная активность, направленная на достижение осознаваемой цели;

совокупность операций, подчинённых цели (А. Н. Леонтьев, С. Л. Рубинштейн). В каждом действии выделяются части: 1) ориентировочная — принятие решения; 2) исполнительная — реализация действия; 3) контрольная — контроль и коррекция действия. Произвольность действия заключается в его функции произвольного контроля, т. е. вначале оно выполняется в ходе совместной деятельности (например, учителя и ученика), а затем, вследствие интериоризации образцов, схем выполнения действия обучающийся сам начинает его контролировать. Преднамеренность действия состоит в том, что субъект принимает решение о том, что образ будущего результата действия отвечает мотиву его деятельности; тогда этот образ действия обретает для него личностный смысл и выступает как цель действия. При наличии намерения у субъекта возникает целевая установка — готовность к достижению этого результата.

Согласно А. Н. Леонтьеву, действие может превратиться в операцию, когда оно автоматизируется, перестаёт осознаваться и оказывается в структуре деятельности условием выполнения другого действия.

Проблема эффективного формирования различных видов учебных действий исследовалась и продолжает исследоваться учёными. Гальпериным П. Я. и Талызиной Н. Ф. разработана теория поэтапного (планового) формирования умственных действий и понятий, которая позволяет целенаправленно управлять ходом умственного развития ребёнка [37, 77]. Эта теория эффективно используется в процессе обучения математике и рассматривается на конкретных примерах во второй главе. Таким образом, деятельность, со своей структурой, в которой все элементы взаимосвязаны, как целенаправленный процесс, является системой.

*Учебная деятельность* ученика характеризуется направленностью на достижение целей учения *в процессе обучения*, и как вид деятельности имеет аналогичную структуру, включая: учебные мотивы, учебные цели, учебные задачи, учебные действия (ориентировка, преобразование материала, контроль и оценка) [85]. Учебная деятельность осуществляется в рамках педагогической системы, которая включает: 1) субъект педагогического воздействия; 2) объект педагогического воздействия, становящийся субъектом в процессе этого воздействия; 3) предмет их совместной деятельности; 4) цели обучения; 5) средства педагогической коммуникации [49]. Процесс обучения существует только в совместной деятельности учителя и ученика, т. е. реализуется в единстве преподавания и учения [48]. Он осуществляется в согласованном взаимодействии целей, содержания, форм, методов, средств обучения — всех компонентов методической системы обучения [60]. В процессе учебной деятельности ученик осуществляет познавательную деятельность, нацеленную на понимание учебной информации, которая является отражением адаптированных научных

знаний, поэтому говорят об учебно-познавательной деятельности (УПД) обучающегося (рис. 1).



Рис. 1. Структура учебной деятельности

Все компоненты учебной деятельности тесно взаимосвязаны.

Например, деятельность обучающего направлена на организацию положительной учебной мотивации обучающихся через использование всех компонентов методической системы обучения; на достижение цели через организацию учителем решения учебных задач учащимися, посредством выполнения ими определённых учебных действий, т. е. на организацию достижения результата деятельности. Деятельность обучающегося направлена, через собственную мотивацию, на достижение целей посредством решения учебных задач с помощью определённых учебных действий. Выполнение этих действий обеспечивает усвоение содержания

образования, рассматриваемое в соответствии с культурологическим подходом, и достижение результата УПД. Умение учиться предполагает полноценное освоение всех компонентов учебной деятельности [85].

В настоящее время в соответствии с общей целью образовательной системы (формирование разносторонне развитой личности, обладающей высоким уровнем личностного, социального, общекультурного, интеллектуального, коммуникативного развития, способной к самостоятельному решению новых, еще не известных проблем) преобладающей формой управления этой системой должно быть не внешнее взаимодействие субъектов образовательного процесса, а управление субъекта собственной активностью. Это возможно только в условиях реализации деятельностного подхода в обучении, когда развитие личности ученика происходит в результате такого его учения, когда, в процессе *активной* УПД он ставит определённые учебные цели и, используя соответствующие учебные действия, решает учебные задачи, осваивая предметную учебную информацию, сам управляет собственной деятельностью, формируясь как субъект учения. Управление предполагает проектирование образовательной системы на разных уровнях, функционирование которой направлено на достижение соответствующих целей.

Таким образом, системно-деятельностный подход, базирующийся на теоретических положениях Л. С. Выготского, С. Л. Рубинштейна, А. Н. Леонтьева, Д. Б. Эльконина, П. Я. Гальперина, В. В. Давыдова, А. Г. Асмолова, В. В. Рубцова, наиболее полно описывает структуру учебной деятельности учащихся. Использование этого подхода предполагает проектирование образовательной системы на различных уровнях её функционирования в соответствии с целями, реализуемыми на каждом из уровней. Результат использования системно-деятельностного подхода в обучении — становление обучающегося субъектом собственной учебной деятельности. Субъект учения — ученик, который: 1) не только активно усваивает (или даже «присваивает») новые знания и умения, но и соотносит их с содержанием собственного опыта, накопленного как в процессе предшествующего обучения, так и в жизненной практике; 2) регулирует процесс своей познавательной деятельности, контролирует и корректирует её результаты на основе рефлексии причин собственных успехов, ошибок, сомнений; 3) регуляция и рефлексия направлены как на рационально-логические операциональные, так и на личностно-смысловые аспекты этой деятельности [33].

Итак, системно-деятельностный подход является основой Стандарта и «обеспечивает: формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию; проектирование и конструирование социальной среды развития обучающихся в системе образования; активную УПД обучающихся; построение образовательного

процесса с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся» [81: с. 5].

В соответствии с распоряжением Правительства РФ, Стандарт вводится в действие постепенно, начиная с 2011/2012 уч. г. (табл. 1) [72]. Несмотря на то, что обязательное введение Стандарта для пятых классов начинается в 2015/2016 уч. г., его реализация полным ходом идёт во многих школах России. «Введение ФГОС по мере готовности» означает, что его внедрение может начинаться раньше, например, обучение по ФГОС в десятых классах могло быть начато уже в 2013/2014 уч. г., а не в 2019/20 уч. г., что соответствует дате обязательного введения ФГОС (табл. 1). Поэтому учителю, в частности, учителю математики, необходимо обладать знаниями и готовностью начать реализацию ФГОС в любом учебном году в любом классе.

Таблица 1

Поэтапное введение ФГОС<sup>1</sup>

Учебный год	Классы, переходящие на ФГОС										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2010/11	**										
2011/12	*	<b>2</b>									
2012/13	*	*	<b>3</b>		**						
2013/14	*	*	*	<b>4</b>		**				**	
2014/15	*	*	*	*	<b>5</b>		**				<b>11</b>
2015/16	*	*	*	*	*	<b>6</b>		**			
2016/17	*	*	*	*	*	*	<b>7</b>		<b>9</b>		
2017/18	*	*	*	*	*	*	*	<b>8</b>		<b>10</b>	
2018/19	*	*	*	*	*	*	*	*	<b>9</b>		<b>11</b>
2019/20	*	*	*	*	*	*	*	*	*	<b>10</b>	
2020/21	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	<b>11</b>
2021/22	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*

<sup>1</sup>Условные обозначения: \* — обязательное введение ФГОС; \*\* — введение ФГОС по мере готовности; 2–11 — продолжение обучения по ФГОС, введённого по мере готовности.

### § 3. Требования к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования

Для учителя-предметника особенно важна первая группа требований, сформулированных в Стандарте, которая включает результаты освоения ООП по предмету, достигаемые в процессе обучения каждой учебной дисциплине. В Стандарте сформулированы требования к трём видам результатов: личностным, предметным и метапредметным [81].

Требования к *личностным результатам* связаны с готовностью и способностью обучающихся к саморазвитию и личностному самоопределению, к целенаправленной УПД по всем её компонентам (рис. 1). Эти требования включают сформированность качеств личности, описанных в «Портрете выпускника основной школы» (приложение 2, [81: сс. 5–6]).

Требования к *предметным результатам* включают освоенные обучающимися специфические для изученной предметной области определённые теоретико-методологические знания, умения и виды деятельности для получения учебной информации, её преобразования и применения знаний в учебных, учебно-проектных и социально-проектных ситуациях.

Математика характеризуется как наука «о наиболее общих и фундаментальных структурах реального мира, дающая важнейший аппарат и источник принципиальных идей для всех естественных наук и современных технологий» [85: с. 35]. Её основные особенности: 1) математика позволяет успешно решать практические задачи; 2) математика — испытанное столетиями средство интеллектуального развития в условиях массового обучения (дедуктивный метод, решение системы задач и др.); 3) математика обладает высоким воспитательным и коммуникативным потенциалом; 4) математика — необходимый элемент предпрофессиональной подготовки.

Весь информационный массив предметной области «Математика и информатика» представлен следующими разделами: математика; алгебра; геометрия; информатика. Содержание раздела «Алгебра» и части функциональной линии, традиционно изучающейся в курсе «Алгебра 7–9», представлено в предметных результатах Стандарта и рассматривается в рамках данного пособия в гл. 3.

Требования к *метапредметным результатам* включают «освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (УУД), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике; самостоятельность планирования и осуществления учебной деятельности; организацию учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками; построение



индивидуальной образовательной траектории» [81: с. 7]. УУД — это система действий учащегося, обеспечивающая не только умение учиться самостоятельно, но и становление личностных характеристик выпускника. Возникновение понятия «УУД» связано с изменением важнейшей задачи современного образования: от цели усвоения знаний, умений и навыков к цели развития и саморазвития личности учащегося при их освоении [85]. Ещё в 1982 г. была разработана «Программа развития общеучебных умений и навыков школьников (I–X классы)»: интеллектуальных, информационных, коммуникативных, организационных [55]. Несмотря на то, что некоторые школы начали внедрять указанную программу, работа в этом направлении постепенно прекратилась. Одной из причин явилось отсутствие законодательного акта, обязывающего все школы реализовывать её.

В настоящее время, согласно Стандарту, одной из важнейших задач учителя является освоение и внедрение в процесс обучения, в частности математике, УУД. Базовым положением служит тезис о том, что развитие личности в системе образования обеспечивается, прежде всего, формированием УУД, которые выступают в качестве основы образовательного и воспитательного процесса. При этом знания, умения и навыки рассматриваются как производные от соответствующих видов целенаправленных действий: навыки формируются, применяются и сохраняются в тесной связи с активными действиями самих учащихся. В соответствии с методологией УУД, рассматриваются четыре их вида: личностные, познавательные, коммуникативные, регулятивные.

*Личностные* универсальные учебные действия (УУД) обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, ориентацию в социальных ролях и межличностных отношениях (рис. 2). Смыслообразование происходит на нескольких уровнях и включает установление учащимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом, между результатом учения и тем, что побуждает деятельность, ради чего она осуществляется, определение личностного смысла учения.

Действие нравственно-этического оценивания усваиваемого содержания на основе социальных и личностных ценностей обеспечивает личностный моральный выбор и поступок (рис. 2) [84].

Самоопределение — определение человеком своего места в обществе и жизни в целом, выбор ценностных ориентиров, определение своего «способа жизни» и места в обществе. Самоопределение (личностное, жизненное, профессиональное) является ключевой задачей развития в подростковом и юношеском возрасте. В процессе самоопределения человек решает две задачи — построение индивидуальных жизненных смыслов и построение жизненных планов во временной перспективе.

В процессе обучения математике формирование личностных УУД происходит посредством воспитательного воздействия на



**Рис. 2.** Перечень и краткое содержание личностных УУД

учащихся и организации рефлексии. Организация выбора учеником целей и уровня освоения содержания математики, развитие у обучающихся интереса к усвоению математики и к развитию собственных интеллектуальных способностей в процессе этого усвоения; развитие инициативы, самостоятельности будут опосредованно способствовать формированию личностных УУД.

*Познавательные УУД* представлены тремя группами: общеучебные, логические, постановка и решение проблем [84]. В силу того, что эти группы действий самым тесным образом связаны с процессом обучения математике, что иллюстрируется в следующих главах пособия, они занумерованы (для удобства использования) и помещены в таблицу (приложение 3). К *познавательным общеучебным УУД* относятся действия, связанные с переработкой учебной информации. Учебная информация становится знанием человека, если только она «присвоена» им, прибавлена к наличному умственному опыту, переработана с помощью познавательных действий. М. А. Холодная рассматривает четыре способа кодирования информации (формы представления): 1) словесно-речевой (в виде знаков); 2) визуальный (в виде зрительных образов); 3) предметно-практический (в виде предметных действий); 4) сенсорно-эмоциональный (в виде сенсорно-эмоциональных впечатлений) [87]. Развитие интеллекта осуществляется по мере овладения этими формами, которые могут частично переходить одна в другую, при этом работа интеллекта большинства людей характеризуется преобладанием того или иного способа кодирования информации.

Приведём различные способы кодирования информации на примере понятия «обыкновенная дробь» (рис. 3).

В словесном определении этого понятия представлен первый способ; сочетание первого, второго и, частично, четвертого способов представлено на рис. 3; третий способ — это перечень операций,

**Обыкновенная дробь:**

1) число

2) записано в виде  $\frac{a}{b}$  с помощью дробной черты;

$b$  — знаменатель дроби — показывает, на сколько **равных** частей разделена единица,  $a$  — числитель дроби — показывает, сколько таких частей взято.

Примеры:  $\frac{5}{8}$ ;  $\frac{24}{58}$ ;  $\frac{7}{10}$ ;  $\frac{29}{100}$ 

$a$  → числитель  
 $\frac{a}{b}$  → дробная черта  
 $b$  → знаменатель

**Читается:** «пять восьмых»,  
 «двадцать четыре пятьдесят восьмых»,  
 «семь десятых»,  
 «двадцать девять сотых»

**Рис. 3.** Схема определения понятия «обыкновенная дробь»

которые нужно выполнить, чтобы получить рассматриваемый объект (алгоритм записи обыкновенной дроби). Сенсорно-эмоциональный способ кодирования информации будет иметь место в том случае, если учащиеся узнают сведения из истории математики о происхождении термина «дробь», о возникновении дробных чисел и развитии теории рациональных чисел.

В процессе кодирования происходит преобразование учебной информации, результатом которого в курсе математики являются определённые учебные модели (первый столбец табл. 2) [30], которые в когнитивной психологии имеют специальные названия: логические, реляционные, семантические и продукционные (второй столбец табл. 2) [79].

В процессе конструирования учебных моделей используются соответствующие им познавательные общеучебные действия, основанные на определённом способе преобразования учебной информации (последний столбец табл. 2) [29]. Наиболее часто используемый способ преобразования информации — *структурирование* — процесс установления взаимного расположения частей, составляющих целое, определения внутреннего строения запоминаемой информации. Процесс структурирования может перерасти в *систематизацию*, если связи между компонентами учебного материала, выделенные в результате структурирования, *упорядочиваются*. Частным случаем систематизации является *классификация*, если упорядоченные связи между этими компонентами удовлетворяют определённым требованиям (§ 5). Следующий важнейший для обучения математике способ преобразования учебной информации — *алгоритмизация*, предполагает выполнение таких этапов: разработку предписания, представление его в виде специальной учебной продукционной модели и реализацию. Продукционная модель

Таблица 2

**Модели представления информации школьного курса математики  
и познавательные учебные действия**

Типы моделей представления учебной информации		Познавательные УД для преобразования учебной информации школьного курса математики определённым способом
в обучении математике (учебные модели)	в психологии	
Схемы определения понятий; схемы поиска решения задачи (доказательства теоремы); знаковая модель записи доказательства теоремы, решения задачи	Логические модели	<i>Структурирование, до- страивание</i> Составление схемы определения понятия; составление схемы поиска решения задачи (доказательства теоремы); выполнение записи доказательства теоремы (решения задачи)
Наборы объектов для подведения под понятие; таблицы, информационные схемы	Реляционные (сообщающие) модели	<i>Достраивание, струк- турирование</i> Составление набора объектов для подведения под понятие; составление информационной схемы
Классификационные и систематизационные схемы	Семантические модели	<i>Структурирование</i> Составление классификационной, систематизационной схемы
Предписания для решения математических задач определённого класса	Продукционные модели	<i>Алгоритмизация</i> Составление предписания для решения задач определённого класса

позволяет представить информацию в виде предложений типа «Если (условие), то (действие)». К ним относятся предписания (от алгоритмических до предписаний-планов) для решения классов математических задач. Построение учебной модели осуществляется с помощью *логических познавательных действий* — общих способов умственной деятельности, характерных для математики. Способы, которыми осуществляется эта деятельность, могут быть выражены в перечне интеллектуальных действий — приёмов. В психологии приём умственной деятельности рассматривается