

МАТЕМАТИКА

2017

ЕГЭ

Под редакцией И. В. Яценко

профильный
уровень

ЗАДАЧА 10

Д. Д. Гуцин,
А. В. Малышев

**ЗАДАЧИ
ПРИКЛАДНОГО
СОДЕРЖАНИЯ**

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

ФГОС

ЕГЭ 2017
МАТЕМАТИКА

ЗАДАЧА 10
профильный уровень

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Г98

Г98 **Гущин Д. Д., Мальшев А. В.**
ЕГЭ 2017. Математика. Задачи прикладного содержания. Задача 10 (профильный уровень). Рабочая тетрадь / Под ред. И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2017. — 80 с.

ISBN 978-5-4439-1080-2

Рабочая тетрадь по математике серии «ЕГЭ 2017. Математика» ориентирована на подготовку учащихся старшей школы к успешной сдаче единого государственного экзамена по математике в 2017 году по базовому и профильному уровням. В рабочей тетради представлены задачи по одной позиции контрольных измерительных материалов ЕГЭ-2017.

На различных этапах обучения пособие поможет обеспечить уровневый подход к организации повторения, осуществить контроль и самоконтроль знаний по основным темам, связанным с решением текстовых задач с прикладным содержанием. Рабочая тетрадь ориентирована на один учебный год, однако при необходимости позволит в кратчайшие сроки восполнить пробелы в знаниях выпускника.

Тетрадь предназначена для учащихся старшей школы, учителей математики, родителей.

Издание соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту (ФГОС).

ББК 22.1я72

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации Московский центр непрерывного математического образования включен в перечень организаций, осуществляющих издание учебных пособий, допущенных к использованию в образовательном процессе.

ISBN 978-5-4439-1080-2

© Гущин Д. Д., Мальшев А. В., 2017.
© МЦНМО, 2017.

Диагностическая работа

Ответами на задания диагностической работы должны быть целые числа или конечные десятичные дроби. Единицы измерений в ответы писать не нужно.

1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ),$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

2. Камнемётательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Траектория полёта камня в системе координат, связанной с машиной, описывается формулой

$$y = ax^2 + bx,$$

где $a = -\frac{1}{100} \text{ м}^{-1}$, $b = 1$ — постоянные параметры, x (м) — смещение камня по горизонтали, y (м) — высота камня над землёй. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

3. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана—Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры:

$$P = \sigma ST^4,$$

где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, температура T — в градусах Кельвина, а мощность P — в ваттах. Известно, что некоторая звезда имеет площадь поверхности $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

Ответы:

1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ответы:

4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

7

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Диагностическая работа

4. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону

$$f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}},$$

где c — скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ выразите в м/с.

5. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l (в километрах) с постоянным ускорением a (в км/ч²), вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{2la}.$$

Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

6. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону

$$m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T},$$

где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начала распада, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее $m_0 = 40$ мг изотопа азота-13, период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа азота-13 будет не меньше 10 мг?

7. Для обогрева помещения, температура в котором $T_n = 20^\circ\text{C}$, через радиатор пропускают горячую воду температурой $T_b = 60^\circ\text{C}$. Через радиатор проходит $m = 0,3$ кг/с воды. Проходя по радиатору расстояние $x = 84$ м, вода охлаждается до температуры T ($^\circ\text{C}$), причём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n},$$

Диагностическая работа

где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода?

8. При бросании мяча под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли его время в полёте, выраженное в секундах, равно

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время в полёте будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30 \text{ м/с}$? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

9. На рельсах стоит платформа. Скейтбордист прыгает на неё со скоростью $v = 3 \text{ м/с}$ под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью

$$u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha,$$

где $m = 80 \text{ кг}$ — масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400 \text{ кг}$ — масса платформы. Под каким наибольшим углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу до скорости не менее чем $0,25 \text{ м/с}$?

10. Катер должен пересечь реку шириной $L = 100 \text{ м}$ так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Скорость течения реки $u = 0,5 \text{ м/с}$. Время в пути, измеряемое в секундах, равно

$$t = \frac{L}{u} \text{ctg } \alpha,$$

где α — острый угол между осью катера и линией берега (см. рис. на с. 59). Под каким минимальным углом α к берегу нужно направить катер, чтобы время в пути было не больше 200 с? Ответ дайте в градусах.

Ответы:

8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

10

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

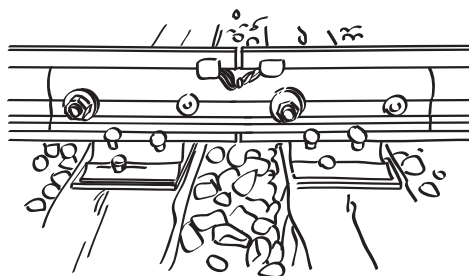
Задачи, приводящие к линейным уравнениям или неравенствам.

Решение задачи 1 диагностической работы

1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}),$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.



Решение. Задача сводится к решению уравнения

$$l(t^{\circ}) - l_0 = 3 \text{ (мм)}$$

при заданных значениях длины $l_0 = 10$ м и коэффициента теплового расширения $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$:

$$\begin{aligned} l(t^{\circ}) - l_0 = 3 \cdot 10^{-3} &\Leftrightarrow l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}) - l_0 = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow l_0 \alpha t^{\circ} = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow 10 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} t^{\circ} = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow t^{\circ} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-4}} \Leftrightarrow t^{\circ} = 25 \text{ C}^{\circ}. \end{aligned}$$

Ответ: 25.

Тренировочная работа 1

Т1.1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}),$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Т1.2. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}),$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Т1.3. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}),$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 9 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Т1.4. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 15$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ}),$$

где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 4,5 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответы:

Т1.1

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.2

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.3

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Т1.4

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Образец написания:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	,
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Содержание

От редактора серии	3
Введение	4
Диагностическая работа	9
Задачи, приводящие к линейным уравнениям или неравенствам. Решение задачи 1 диагностической работы	12
Тренировочная работа 1	13
Задачи, приводящие к квадратным уравнениям или неравенствам. Решение задачи 2 диагностической работы	16
Тренировочная работа 2	19
Задачи, приводящие к степенным уравнениям или неравенствам. Решение задачи 3 диагностической работы	25
Тренировочная работа 3	27
Задачи, приводящие к рациональным уравнениям или неравенствам. Решение задачи 4 диагностической работы	33
Тренировочная работа 4	35
Задачи, приводящие к иррациональным уравнениям или неравенствам. Решение задачи 5 диагностической работы	39
Тренировочная работа 5	41
Задачи, приводящие к показательным уравнениям или неравенствам. Решение задачи 6 диагностической работы	44
Тренировочная работа 6	46
Задачи, приводящие к логарифмическим уравнениям или неравенствам. Решение задачи 7 диагностической работы	49
Тренировочная работа 7	52
Задачи, приводящие к тригонометрическим уравнениям или неравенствам. Решения задач 8—10 диагностической работы	56
Тренировочная работа 8	60
Диагностическая работа 1	65
Диагностическая работа 2	68
Диагностическая работа 3	71
Ответы	74