В.И. Назаров

Теория автоматического регулирования теплоэнергетических процессов

Практикум

В.И. Назаров

Теория автоматического регулирования теплоэнергетических процессов

Практикум

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь
в качестве учебного пособия
для студентов учреждений
высшего образования по специальностям
«Паротурбинные установки атомных
электрических станций»,
«Тепловые электрические станции»,
«Промышленная теплоэнергетика»

Минск
«Вышэйшая школа»
2015

УДК 621.1:681.58(075.8)
ББК 31.3-05я73
Н13

Рецензенты: кафедра «Теоретические основы электротехники» Гомельского государственного университета имени П.О. Сухого (заведующий кафедрой кандидат технических наук, доцент *А.В. Козлов*); профессор кафедры «Практическая подготовка студентов» Белорусского государственного аграрного технического университета доктор технических наук *В.И. Русан*

Назаров, В. И.

Н13 Теория автоматического регулирования теплоэнергетических процессов. Практикум : учеб. пособие / В. И. Назаров. — Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 215 с. : ил.

ISBN 978-985-06-2605-9.

Представлены теоретический материал и задачи по основам теории автоматического регулирования теплоэнергетических процессов. Задачи охватывают математическое описание объектов и систем регулирования, расчет устойчивости, анализ качества переходных процессов, оптимизацию параметров настройки типовых линейных регуляторов.

Предназначено для студентов учреждений высшего образования по специальностям «Паротурбинные установки атомных электрических станций», «Тепловые электрические станции», «Промышленная теплоэнергетика».

УДК 621.1:681.58(075.8)
ББК 31.3-05я73

ISBN 978-985-06-2605-9

ПРЕДИСЛОВИЕ

Трудоемкие процессы, связанные с производством и распределением тепловой и электрической энергии на современных тепловых и атомных электростанциях (ТЭС и АЭС соответственно), предопределяют важность их автоматизации. Теплоэнергетика, отличающаяся высокими параметрами рабочей среды, требованиями к точности их регулирования, является той областью науки и техники, где постоянно находят применение методы теории автоматического регулирования. В учебном пособии приведены задачи и теоретические материалы, которые охватывают математическое описание объектов и систем регулирования, расчет устойчивости, анализ качества переходных процессов, оптимизацию параметров настройки типовых линейных регуляторов. Материал изложен в соответствии со структурой учебной программы курса «Теория автоматического регулирования».

Практикум предназначен для студентов специальностей «Паротурбинные установки атомных электрических станций», «Тепловые электрические станции», «Промышленная теплоэнергетика», а также для изучающих курсы «Теория автоматического регулирования», «Автоматизированные системы управления на ТЭС», «Автоматизация водоподготовки и водно-химических режимов».

Автор

Глава 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

1.1. Комплексные числа

Комплексным числом z называется выражение вида

$$z = x + jy,$$

где x и y – вещественные числа; j – некоторый символ. Под символом j понимается $\sqrt{-1}$. Из этого следует, что $j^2 = -1$, $j^3 = -j$, $j^4 = 1$. В общем случае $j^{4m} = 1$, $j^{4m+1} = j$, $j^{4m+2} = -1$, $j^{4m+3} = -j$, где $m = 0, 1, 2...$ Число x называется вещественной частью комплексного числа и обозначается $x = Re z$; число y – мнимая часть комплексного числа и обозначается $y = Im z$. Чисто мнимое число – это комплексное число, для которого $Re z = 0$.

Сложение, деление и умножение комплексных чисел осуществляется по формулам:

$$(x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2) = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2);$$

$$(x_1 + jy_1)(x_2 + jy_2) = (x_1x_2 - y_1y_2) + j(x_1y_2 + x_2y_2);$$

$$\frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + j\frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2}.$$

Вычисления с комплексными числами можно производить, применяя обычные правила алгебры, если в расчетах принимать $j^2 = -1$. Таким образом, для комплексных чисел нет необходимости создавать специальную алгебру.

Два комплексных числа $z_1 = x_1 + jy_1$ и $z_2 = x_2 + jy_2$ считаются равными, если $x_1 = x_2$; $y_1 = y_2$. Комплексные числа $z_1 = x + jy$ и $z_2 = x - jy$ называются *сопряженными*.

Комплексное число $z_1 = x_1 + jy_1$ можно изобразить как точку $M(x_1; y_1)$ на плоскости с координатами x и y (рис. 1.1). Число $z_1 = x_1 + jy_1$ называется *аффиксом* точки $M_1(x_1; y_1)$.

На рис. 1.1 в качестве примера изображена точка $M_2(x_1; -y_1)$, соответствующая комплексному числу $z_2 = x_1 + jy_1$, которое сопряжено с комплексным числом $z_1 = x_1 + jy_1$. На данной плоскости можно изобразить бесконечное множество комплексных чисел. Плоскость, точки которой изображают комплексные числа, называют *комплексной плоскостью*.

Комплексное число z_1, можно также изобразить вектором, начало которого находится в начале координат, а конец – в точке M_1. При сложении комплексных чисел их векторы складываются по правилам параллелограмма.

Комплексные числа кроме приведенной выше алгебраической формы удобно записывать также в тригонометрической форме:

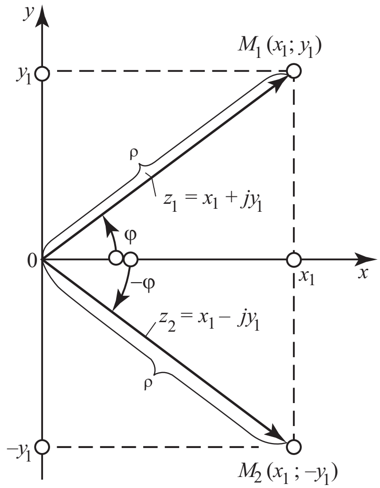

Рис. 1.1. Представление комплексного числа на плоскости

$$z = x + jy = \rho(\cos\varphi + j\sin\varphi). \tag{1.1}$$

Выражение (1.1) для комплексного числа с учетом формулы Эйлера имеет вид

$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi, \tag{1.2}$$

также можно записать в показательной форме:

$$z = \rho e^{j\varphi},$$

где $\rho = |\,z\,| = \sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль комплексного числа; $\varphi = \pm\,\mathrm{arctg}\ \varphi = \pm\mathrm{arctg}\dfrac{y}{x}$, при $x > 0$, и $\varphi = \pi \pm \mathrm{arctg}\ \dfrac{y}{x}$, при $x < 0$, – аргумент комплексного числа; $\varphi = \pi / 2$ при $x = 0$, если $y > 0$, и $\varphi = -\pi / 2$ при $x = 0$, если $y < 0$. Геометрический смысл ρ и φ понятен на рис. 1.1.

Пример 1.1.

$$z = 2 + 2j = 2\sqrt{2}\,e^{j\left(\frac{\pi}{4} + n\pi\right)};$$

$$z = j = e^{j\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right)},$$

где e – экспонента.

В теории автоматического управления комплексные числа широко используются при частотных методах анализа систем, что будет показано в последующих параграфах.

1.2. Преобразование Фурье

В теории автоматического управления для однозначного преобразования функции времени в функцию частоты и наоборот используют следующие формулы:

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\,e^{-j\omega t}dt; \tag{1.3}$$

$$\varphi(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)\,e^{-j\omega t}d\omega. \tag{1.4}$$

Выражения (1.3) и (1.4) соответственно называются *прямым* и *обратным преобразованиями Фурье*.

С учетом формулы Эйлера выражение (1.3) запишется в виде

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\left(\cos\,\omega t-j\,\sin\,\omega t\right)dt$$

или

$$F(j\omega)=F_1(\omega)-jF_2(\omega),$$

где $F_1(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\cos\omega t\,dt;\quad F_2(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\sin\omega t\,dt.$

Если функция $\varphi(t)$ определена только при $t>0$, т.е. $\varphi(t)=0$ при $t<0$, то вводятся другие преобразования Фурье:

- косинус-преобразование Фурье для $\varphi(t)$ при $t>0$

$$F_1(\omega)=\int_{0}^{\infty}\varphi(t)\cos\omega t\,dt;$$

- синус-преобразование Фурье для $\varphi(t)$ при $t>0$

$$F_2(\omega)=\int_{0}^{\infty}\varphi(t)\sin\omega t\,dt.$$

Обратные преобразования имеют вид

$$\varphi(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty F_1(\omega)\cos\omega t\,d\omega;$$

$$\varphi(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty F_2(\varphi)\sin\omega t\,d\omega.$$

Преобразование Фурье широко используется в теории автоматического управления, когда необходимо получить частотные характеристики системы по ее передаточной функции. Если передаточная функция системы не имеет полюсов справа от мнимой оси или на ней самой и $\varphi(t)$ равна нулю при $t<0$, то достаточно заменить p в выражении для передаточной функции $W(p)$ (где p – символ преобразования Лапласа) на $j\omega$, чтобы получить комплексную частотную характеристику системы.

Если же $\varphi(t)$ не равна нулю при $t<0$, то

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(t)\,e^{-j\omega t}dt=\int_0^\infty\varphi(t)\,e^{-j\omega t}dt+\int_0^\infty\varphi(-t)\,e^{j\omega t}dt.$$

Пример 1.2. Найдите преобразование Фурье следующей функции:

$$\varphi(t)=\begin{cases}0 \text{ при } t<0;\\ \sin\alpha t \text{ при } t>0.\end{cases}$$

Имеем

$$F(j\omega)=\int_0^\infty\sin\alpha t\,e^{-j\omega t}dt=\frac{\alpha}{j^2-\omega^2},$$

поскольку $\varphi(t)=0$ при $t=0$.

1.3. Алгебра матриц

Матрицу рассматривают в качестве некоторого математического символа, над которым можно производить действия, аналогичные действиям над обычными числами. Совершенно так же, как с помощью двух вещественных чисел приходят к построению чисел новой природы, а именно комплексных чисел вида $a+jb$, так и с помощью $m\cdot n$ чисел, расставленных в виде определенной таблицы, приходят к понятию нового числа – матрицы и соответственно алгебры матриц. В отличие от обычной алгебры алгебра матриц имеет одну особенность, которая заключается в некоммутативности умножения, т.е. результат умножения зависит от порядка сомножителей.

Матрица вида

$$\begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{Vmatrix},$$

состоящая из $m \cdot n$ чисел, расположенных в m строк и n столбцов, называется *прямоугольной матрицей* с размерами $m \cdot n$ или $m \cdot n$-матрицей. Числа, составляющие матрицу, называются ее *элементами*. Если $m = n$, то матрица называется *квадратной*, а число m – ее порядком.

Для квадратной матрицы выражение

$$\Delta = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{Vmatrix}$$

называется *определителем* (*детерминантом*), который рассчитывается по формуле

$$\Delta = a_{i1}Д_{i1} + a_{i2}Д_{i2} + \dots a_{1l}Д_{il} \dots + a_{in}Д_{il}, \qquad (1.5)$$

где $Д_{il}$ – алгебраическое дополнение (или адъюнкт) элемента a_{il} вычисляемое следующим образом:

$$Д_{il} = (-1)^{i+l}\,\Delta_{il}.$$

Определитель Δ_{il} получается из определителя Δ путем вычеркивания i-й строки и l-го столбца. В выражении (1.5) определитель раскрыт по i-й строке, но он может быть раскрыт и по любому l-му столбцу в соответствии с формулой

$$\Delta = a_{1l}Д_{1l} + a_{2l}Д_{2l} + \dots + a_{nl}Д_{nl}. \qquad (1.6)$$

С помощью выражений (1.5) и (1.6) вычисление любого определителя можно свести к вычислению определителей второго порядка, которые раскрываются по формуле

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc.$$

Пример 1.3. Найдите определитель матрицы

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}.$$

Согласно формуле (1.6) можно записать

$$\Delta = 1\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 8 \end{vmatrix} = 15,$$

тогда (при $l = 3$) $\Delta = 15$.

1.4. Случайные величины и функции

Случайная величина – это величина, которая в результате опыта принимает одно и только одно заранее неизвестное значение из множества возможных, поэтому, чтобы охарактеризовать случайную величину X, необходимо задать как множество ее возможных значений x, так и их вероятности. Она представляет собой более сложное понятие, чем случайное событие.

Пусть возможные значения $x_1, x_2, \dots x_n$ случайной величины X дискретны, тогда нужно задать n вероятностей вида $p_i = p(x_i)$, где p_i – вероятность случайного события, заключающегося в появлении значения x_i случайной величины X. События $X = x_i$ для разных i несовместны и по определению случайной величины образуют полную группу, поэтому возможно следующее определение:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1.$$

Если же случайная величина X непрерывна, т.е. может принимать любые значения в некотором интервале (такие случайные величины и будут рассматриваться в дальнейшем), то для задания ее вероятностной характеристики применяется функция распределения $F(x)$ – вероятность случайного события $X < x$, заключающегося в том, что значение X оказалось меньше некоторого фиксированного значения x:

$$F(x) = p(X < x).$$

Функция $F(x)$ (или интегральный закон распределения) позволяет легко найти вероятность попадания X в интервал $a \le X \le b$:

$$p(a \leqslant X \leqslant b) = F(b) - F(a).$$

Функция $F(x)$ есть монотонная неубывающая функция от x, причем $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$.

Функция

$$P(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

называется *плотностью вероятности* или *дифференциальным законом распределения* случайной величины X.

Величина $P(x)dx$ представляет собой вероятность для случайной величины X и находиться в бесконечно малом интервале $x \le X \le x + dx$. Вероятность величины X находится в интервале $a \le X \le b$ и определяется выражением

$$p(a \leqslant X \leqslant b) = F(b) - F(a) = \int_a^b P(x)\,dx. \qquad (1.7)$$

Из выражения (1.7) следует, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)\,dx = 1.$$

Важными характеристиками случайной величины, хотя и не вполне исчерпывающими, являются ее моменты. Моментом порядка k называется некоторое число, определяемое выражением

$$\alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k P(x)\,dx.$$

Момент первого порядка α_1 называется математическим ожиданием или средним значением случайной величины X и обозначается m_x:

$$\alpha_1 = m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xP(x)\,dx.$$

Он характеризует среднее арифметическое значение $X_{\text{ср.ар}}$ случайной величины X в тех случаях, когда при достаточно большом числе испытаний $X_{\text{ср.ар}}$ мало отличается от m_x.

Центральным моментом k-го порядка μ_k называется момент k-го порядка разности $(X - m_x)$:

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - m_x\right)^k P(x)\,dx.$$

Особое значение имеет центральный момент второго порядка, который называется дисперсией и обозначается D_x:

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - m_x\right)^2 P(x)\,dx.$$

Дисперсия характеризует разброс значений случайной величины X вокруг ее среднего значения.

Величина

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

называется среднеквадратичным отклонением. Ее следует отличать от среднеквадратичного значения $X_{\text{ср.кв}}$, которое определяется по формуле

$$\left(X_{\text{ср.кв}}\right)^2 = \alpha_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 P(x)\,dx.$$

Если $m_x = 0$, то $\sigma_x = X_{\text{ср. кв}}$.

Наиболее распространенным законом распределения для случайных величин является нормальный, или гауссов закон, для которого

$$P(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(x - m_x\right)^2}{2\sigma_x}}.$$

Вероятность попадания случайной величины X, распределенной по нормальному закону, в интервал $a \le X \le b$ выражается формулой

$$p(a \leqslant X \leqslant b) = \Phi\left(\frac{b - m_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{a - m_x}{\sigma_x}\right),$$

где $\Phi(x)$ – табулированная функция, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Случайная функция $X(t)$ (вероятностный или стохастический процесс) – это функция, которая в каждый момент является случайной величиной. Тот конкретный вид, который принимает функция в результате опыта, называется реализацией случайной функции. Если зафиксировать время, например в момент t_1, то случайная функция $X(t)$ обращается в случайную величину $X(t_1)$, называемую сечением случайной функции. Закон распределения $F(x_1,\ t_1)$ сечения $X(t_1)$ случайной функции называется одномерным законом распределения случайной функции $X(t)$. Закон распределения системы двух ее сечений $X(t_1)$, $X(t_2)$, представляющий собой функцию четырех аргументов $F(x_1,\ t_1, x_2,\ t_2)$, называется двумерным законом распределения случайной функции $X(t)$. Для одномерного закона распределения плотность вероятности обозначается $P(x,\ t)$; для двумерного – $P(x_1,\ t_1, x_2,\ t_2)$.

Математическое ожидание есть неслучайная функция $m_x\,(t)$, которая при каждом t представляет собой математическое ожидание соответствующего сечения случайной функции $X(t)$.

Корреляционная функция – это неслучайная функция для аргументов $K_x(t,\ t')$, которая при каждой паре значений $(t,\ t')$ равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайной функции $X(t)$. При $t = t'$ корреляционная функция превращается в дисперсию случайной функции:

$$K_x\left(t,\ t'\right)=\left[\sigma_x\,(t)\right]^2.$$

Если закон распределения системы любого числа n сечений случайной функции $X(t)$ представляет собой n-мерный нормальный закон, то случайная функция называется нормальной; характеристики $m_x\,(t)$ и $K_x(t,\ t')$ являются для нее исчерпывающими и определяют закон распределения любого числа сечений.

Функция

$$r_x\left(t,t'\right)=\frac{K_x\left(t,t'\right)}{\sigma_x\,(t)\,\sigma_x\,(t')}=\frac{K_x\left(t,t'\right)}{\sqrt{D_x\,(t)\;D_x}\,(t')}$$

называется нормированной корреляционной функцией случайной функции $X(t)$; функция

$$R_{xy}\left(t,t'\right)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\int\left[x(t)-m_x\,(t)\right]\left[y(t')-m_y\,(t')\right]P\left(x,y,\ t,\ t'\right)dx\,dy \quad –$$

взаимной корреляционной функцией двух случайных функций $X(t)$ и $Y(t)$.

Нормированной взаимной корреляционной функцией двух случайных функций $X(t)$ и $Y(t)$ называется функция

$$r_{xy}(t,t') = \frac{R_{xy}(t,t')}{\sigma_x(t)\,\sigma_y(t')} = \frac{R_{xy}(t,t')}{\sqrt{D_x(t)\,D_y(t')}}.$$

Если $R_{xy}(t, t') = 0$, то случайные функции $X(t)$ и $Y(t)$ некоррелированные.

Если

$$Z(t) = X(t) + Y(t),$$

то

$$m_z(t) = m_x(t) + m_y(t);$$

$$K_z(t,t') = K_x(t,t') + K_y(t,t') + R_{xy}(t,t') + R_{yx}(t,t').$$

Если математическое ожидание случайной функции $X(t)$ $m_x(t) = m_x = \text{const}$, а корреляционная функция зависит только от разности между своими аргументами $\tau = t' - t$, т.е. $K_x(t, t') = K_x(\tau)$, то такой случайный процесс называется стационарным. Существует подкласс стационарных случайных процессов, называемых эргодическими, для которого среднее по множеству (т.е. математическое ожидание m_x) с вероятностью, равной единице, равно среднему по времени:

$$\hat{X} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\,dt.$$

Среднее по времени квадрата функции $x(t)$

$$\hat{X}^2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t)\,dt$$

равно дисперсии D_x, причем дисперсия стационарной случайной функции вычисляется по формуле

$$D_x = K_x(t,t') = K_x(0) = \text{const}.$$

Аналогичное равенство имеет место и для средних от произведения

$$K_x(\tau) = \int\int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 P(x_1, x_2, \tau)\,dx_1\,dx_2 = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)\,x(t+\tau)\,dt. \quad (1.8)$$

Фурье-изображение корреляционной функции $K_x(\tau)$ стационарного случайного процесса называется спектральной плотностью случайного процесса $X(t)$. Она рассчитывается по формуле

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau)\, e^{-j\omega\tau}\, d\tau. \qquad (1.9)$$

Фурье-изображение функции $R_{xy}(\tau)$ называется взаимной спектральной плотностью стационарных случайных процессов $X(t)$ и $Y(t)$ и определяется по формуле

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau}\, d\tau.$$

Случайный сигнал, у которого $S(\omega) = S_0 = \text{const}$, – это «белый шум». Такому Фурье-изображению отвечает следующее выражение:

$$K_x(\tau) = S_0 \delta(\tau),$$

где $\delta(\tau)$ – дельта-функция, или функция Дирака, определяемая выражениями

$$\left.\begin{array}{l} \delta(\tau) = 0 \ \text{ при } \ \tau \neq 0; \\ \delta(\tau) = \infty \ \text{ при } \ \tau = 0; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau)\, d\tau = 1. \end{array}\right\}$$

Если на вход стационарной линейной автоматической системы управления поступает стационарная случайная функция $X(t)$, то спустя некоторое время, достаточное для затухания переходных процессов, случайная функция $Y(t)$ на выходе системы также будет стационарной. Спектральные плотности входного и выходного сигналов связаны соотношением

$$S_y(\omega) = S_x(\omega) \left| W(j\omega) \right|^2,$$

где $W(j\omega)$ – комплексная частотная характеристика системы (КЧХ).

Пример 1.4. Определите корреляционную функцию $K_x(r)$ и спектральную плотность $S_x(\omega)$ для сигнала, изменяющегося по закону $x(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$.

Поскольку $x(t)$ является эргодическим процессом, то по формуле (1.8) вычислим корреляционную функцию:

$$K_x(\tau)=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}x(t)x(t+\tau)d\tau=$$

$$=\frac{1}{T_0}\int_{0}^{T_0}\mathrm{A}^2\sin(\omega_0 t+\varphi)\sin(\omega_0 t+\omega_0\tau+\varphi)d\tau=$$

$$=\frac{\mathrm{A}^2}{2}\cos\omega_0\tau,\text{ где } T_0=2\pi\omega_0.$$

Спектральную плотность вычисляем по формуле (1.9)

$$S_x(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mathrm{A}^2}{2}\cos\omega_0\tau e^{-j\omega\tau}d\tau=\frac{\pi\mathrm{A}^2}{2}\left[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)\right],$$

где $\delta(\omega-\omega_0)$ и $\delta(\omega-\omega_0)$ – дельта-функция.

1.5. Основы операционного исчисления

Исследование переходных процессов в автоматических системах управления обычно связано с решением различного рода дифференциальных уравнений, которое значительно упрощается, если для этих целей использовать операционное исчисление.

Основные этапы решения дифференциальных уравнений движения систем автоматического управления обычно сводятся к следующему:

- функция $\varphi(t)$ вещественной переменной t преобразуется в функцию $\varphi(p)$ комплексной переменной p;
- находится решение для функции $\varphi(p)$;
- найденное решение для $\varphi(p)$ преобразуется в $\varphi(t)$.

В основе операционных методов лежат прямое и обратное преобразования Лапласа. Пусть имеется некоторая функция $\varphi(t)$ независимой переменной t, удовлетворяющая условиям:

- функция $\varphi(t)$ непрерывна вместе со своей производной во всех точках $-\infty \le t \le \infty$ за исключением тех значений t, в которых $\varphi(t)$ и ее производная имеют разрывы первого рода;
- имеется ограниченное число точек разрыва первого рода на каждом конечном интервале изменения t;
- для функции $\varphi(t)$ можно указать такие независимые от t постоянные a и b, что при любом $t > 0$ выполняется неравенство:

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

Назаров Владимир Иванович

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ. ПРАКТИКУМ

Учебное пособие

Редактор *И.В. Тургель*
Художественный редактор *Т.В. Шабунько*
Технический редактор *Н.А. Лебедевич*
Корректоры *Т.В. Кульнис, И.О. Голденкова*
Компьютерная верстка *О.А. Самсонова*

Подписано в печать 24.11.2015. Формат 84×108/32. Бумага офсетная. Гарнитура «Newton». Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,34. Уч.-изд. л. 11,2. Тираж 600 экз. Заказ 2324.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Вышэйшая школа”».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/3 от 08.07.2013.
Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.
e-mail: market@vshph.com http://vshph.com

Открытое акционерное общество «Типография “Победа”».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 2/38 от 29.01.2014.
Ул. Тавлая, 11, 222310, Молодечно.