МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В. ЛОМОНОСОВА

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

**Ю.Н. ЧЕРЕМНЫХ, В.А. ЧАХОЯН,
А.Ю. ЧЕЛНОКОВ, Ф.С. КАРТАЕВ,
О.В. КАПУСТИНА**

МИКРОЭКОНОМИКА

ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ УРОВЕНЬ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Под общей редакцией В.А. Чахоян

Рекомендовано Учебно-методическим объединением вузов России
по образованию в области экономики и экономической теории
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению 38.03.01 (080100) «Экономика»
(квалификация (степень) «бакалавр»)

Электронно-
Библиотечная
Система
znanium.com

МОСКВА
ИНФРА-М
2015

УДК 330.101.542(075.8)
ББК 65.012.1я73
Ч46

Авторы:
д-р экон. наук, проф. ***Ю.Н. Черемных***, канд. экон. наук, доц. ***В.А. Чахоян*** – раздел 1–10, часть задач; кандидаты экон. наук ***А.Ю. Челноков***, ***Ф.С. Картаев***, ***О.В. Капустина*** – часть задач

Рецензенты:
д-р экон. наук, проф., зав. лабораторией УЭМИ РАН ***Ю.Н. Гаврилец***;
д-р экон. наук, проф. РЭУ им. Г.В. Плеханова ***Т.М. Тихомирова***

Черемных Ю.Н., Чахоян В.А., Челноков А.Ю., Картаев Ф.С., Капустина О.В.

Ч46 Микроэкономика. Промежуточный уровень: Учеб. пособие / Под общ. ред. В.А. Чахоян. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. – 176 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа http://www.znanium.com]. — (Высшее образование: Бакалавриат). — www.dx.doi.org/10.12737/5270.

ISBN 978-5-16-005377-6 (print)
ISBN 978-5-16-100232-2 (online)

Пособие содержит теоретические положения по основным разделам изучаемого курса, чтобы студенты могли самостоятельно выполнить задания, помогающие освоить основные понятия, подходы, зависимости по рассматриваемым вопросам. Данное учебное пособие должно помочь студенту бакалавриата в организации самостоятельной работы при изучении курса «Микроэкономика-2».

ББК 65.012.1я73

Материалы, отмеченные знаком, доступны в электронно-библиотечной системе znanium (www.znanium.com)

ISBN 978-5-16-005377-6 (print)
ISBN 978-5-16-100232-2 (online)

Оригинал-макет подготовлен в НИЦ ИНФРА-М

Подписано в печать 25.07.2015.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Newton.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 11,0. Уч.-изд. л. 11,62 + 2,97 ЭБС.
Тираж 500 экз. (I – 100 экз.) Заказ №

ТК 454750-10972-250515

ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1
Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29
E-mail: books@infra-m.ru http://www.infra-m.ru

Раздел 1

ТЕОРИЯ ПОВЕДЕНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЯ НА РЫНКЕ

Основные определения и утверждения

1.1. Функции спроса по Маршаллу, косвенная функция полезности. Функции спроса по Хиксу. Функция расходов. Тождество Роя и лемма Шепарда

Обозначим через $\hat{x}_1$ величину спроса на 1-й товар, а через $\hat{x}_2$ — величину спроса на 2-й товар. Они определяются как решение задачи оптимизации потребительского выбора (1.1), (1.2):

$$U(x_1, x_2) \to \max, \tag{1.1}$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = M, \tag{1.2}$$

где p_1, p_2 — цены 1-го и 2-го товаров, соответственно; M — доход потребителя; x_1 и x_2 — количества 1-го и 2-го товаров.

Функции спроса по Маршаллу D_1 и D_2 для 1-го и 2-го товаров описывают множество возможных решений задачи оптимизации потребительского выбора (1.1), (1.2) при различных значениях цен p_1 и p_2 и дохода потребителя M, т.е.

$$\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M), \quad \hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M).$$

Функции спроса $D_1(p_1, p_2, M)$ и $D_2\,(p_1, p_2, M)$ однородны нулевой степени по всем переменным, т.е. для любого числа $\gamma > 0$

$$D_i\,(p_1, p_2, M) = D_i(\gamma \cdot p_1, \gamma \cdot p_2, \gamma \cdot M) = \hat{x}_i, \quad i = 1, 2. \tag{1.3}$$

Косвенной (неявной) **функцией полезности** называется функция

$$U\left(\hat{x}_1, \hat{x}_2\right) = U\left[D_1(p_1, p_2, M), D_2(p_1, p_2, M)\right] = v(p_1, p_2, M), \tag{1.4}$$

где $v(p_1, p_2, M)$ — максимум функции полезности в задаче (1.1), (1.2).

Свойства косвенной функции полезности можно найти в [10, с. 26–27].

При анализе поведения потребителя наряду с задачей оптимизации потребительского выбора (1.1), (1.2) возникает задача другого рода: заданы желаемый уровень полезности U и цены товаров, как достичь этого уровня полезности с наименьшими затратами?

Аналитическая форма задачи минимизации расходов при достижении заданного уровня полезности имеет вид

$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \to \min; \qquad (1.5)$$

$$U(x_1, x_2) = \bar{U}. \qquad (1.6)$$

Функции спроса по Хиксу (функции компенсированного спроса) H_1 и H_2 для 1-го и 2-го товаров описывают множество возможных решений задачи оптимизации потребительского выбора (1.5), (1.6) при различных значениях цен p_1 и p_2 и уровня полезности потребителя $\bar{U}$, т.е. $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, \bar{U})$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, \bar{U})$.

Функции спроса $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, \bar{U})$ и $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, \bar{U})$ однородны нулевой степени по переменным p_1 и p_2, т.е. для любого числа $\gamma > 0$

$$H_i(p_1, p_2, \bar{U}) = H_i(\gamma \cdot p_1, \gamma \cdot p_2, \bar{U}) = \breve{x}_i, \quad i = 1, 2. \qquad (1.7)$$

Функцией расходов называется функция

$$m(p_1, p_2, \bar{U}) = p_1 H_1(p_1, p_2, \bar{U}) + p_2 H_2(p_1, p_2, \bar{U}). \qquad (1.8)$$

Свойства функции расходов можно найти в [13, с. 34–35].

Утверждение 1.1.1. Тождество Роя

$$\frac{\partial v(p_1, p_2, M)}{\partial p_i} = -\hat{x}_i \frac{\partial v(p_1, p_2, M)}{\partial M} \quad (i = 1, 2). \qquad (1.9)$$

Утверждение 1.1.2. Лемма Шепарда

$$\frac{\partial m(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_1} = \breve{x}_1, \quad \frac{\partial m(p_1, p_2, \bar{U})}{\partial p_2} = \breve{x}_2. \qquad (1.10)$$

1.2. Анализ спроса: множество (линия) «доход – потребление», линия «цена – потребление», линии Энгеля, линии спроса. Классификация товаров

Множество решений $\{(x_1, x_2)\}$ задачи оптимизации потребительского выбора (1.1), (1.2) при неизменных значениях цен $\bar{p} = (\bar{p}_1, \bar{p}_2)$ и изменении только дохода потребителя M называется множеством **«доход – потребление»**.

В частном случае это множество может быть линией.

Множество решений $\{(x_1, x_2)\}$ задачи оптимизации потребительского выбора (1.1), (1.2) при изменении цены 1-го товара p_1 и неизменных значениях цены 2-го товара $\bar{p}_2$ и дохода M называется **линией «цена 1-го товара – потребление»**.

Аналогично определяется **линия «цена 2-го товара – потребление»**.

Линия Энгеля описывает зависимость величины спроса на товар от дохода.

Если в функции спроса по Маршаллу для i-го товара $D_i\,(p_1, p_2, M)$, $(i = 1, 2)$ зафиксировать цены на некотором уровне, то **линия Энгеля** для этого товара будет описываться уравнением:

$$\hat{x}_i = D_i(\bar{p}_1, \bar{p}_2, M), \quad i = 1, 2.$$

Линия спроса описывает зависимость величины спроса на i-й товар от цены этого товара.

Различают линии спроса двух видов: по Маршаллу и по Хиксу.

Если в функции спроса по Маршаллу для i-го товара $D_i\,(p_1, p_2, M)$, $(i = 1, 2)$ зафиксировать цену другого товара и доход на некотором уровне, то получим **линию спроса по Маршаллу** для i-го товара. Для 1-го товара она будет описываться уравнением $\hat{x}_1 = D_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{M})$, а для 2-го товара – уравнением $\hat{x}_2 = D_2(\bar{p}_1, p_2, \bar{M})$.

Если в функции спроса по Хиксу для i-го товара $\breve{x}_i = H_i(p_1, p_2, U)$, $(i = 1, 2)$ зафиксировать цену другого товара и полезность на некотором уровне, то получим **линию спроса по Хиксу**, или линию компенсированного спроса для i-го товара. Для 1-го товара она описывается уравнением $\breve{x}_1 = H_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{U})$, а для 2-го товара – уравнением $\breve{x}_2 = H_2(\bar{p}_1, p_2, \bar{U})$.

Если для i-го товара выполняется закон спроса, т.е. $\frac{\partial D_i}{\partial p_i} < 0$ $(i = 1, 2)$, то такой товар называется **обыкновенным**.

Если для i-го товара не выполняется закон спроса, т.е. $\frac{\partial D_i}{\partial p_i} > 0$ $(i = 1, 2)$, то такой товар называется **товаром Гиффена**.

Если величина спроса (по Маршаллу) на i-й товар уменьшается с ростом цены j-го товара и наоборот, т.е. $\frac{\partial D_i}{\partial p_j} < 0$ $(i, j = 1, 2$ и $i \neq j)$, то i-й товар **дополняет j-й товар** в потреблении и является **общим дополнителем j-го товара**.

Если величина спроса (по Маршаллу) на i-й товар увеличивается с ростом цены j-го товара и уменьшается при понижении цены j-го товара, т.е. $\frac{\partial D_i}{\partial p_j} > 0$ $(i, j = 1, 2$ и $i \neq j)$, то i-й товар **замещает j-й товар** в потреблении и является **общим заменителем j-го товара**.

Если величина спроса (по Хиксу) на i-й товар уменьшается с ростом цены j-го товара и наоборот, т.е. $\frac{\partial H_i}{\partial p_j} < 0$ $(i, j = 1, 2$ и $i \neq j)$, то i-й товар **дополняет j-й товар** в потреблении и является **чистым дополнителем j-го товара**.

Если величина спроса (по Хиксу) на i-й товар увеличивается с ростом цены j-го товара и уменьшается при понижении цены j-го товара, т.е. $\frac{\partial H_i}{\partial p_j} > 0$ $(i, j = 1, 2$ и $i \neq j)$, то i-й товар **замещает j-й товар** в потреблении и является **чистым заменителем j-го товара**.

Если с ростом дохода потребителя величина спроса на i-й товар увеличивается, а с понижением дохода величина спроса уменьшается, т.е. $\frac{\partial D_i}{\partial M} > 0$ $(i = 1, 2)$, то такой товар называется **нормальным**.

При этом если $E_M(D_i) < 1$, то говорят, что i-й товар является товаром **первой необходимости**. Если $E_M(D_i) = 1$, то говорят, что i-й товар является товаром **второй необходимости**. И наконец, если $E_M(D_i) > 1$, то говорят, что i-й товар является **товаром роскоши**.

Если с ростом дохода потребителя величина спроса на i-й товар уменьшается, и наоборот, с падением дохода потребителя величина спроса на i-й товар увеличивается, т.е. $\frac{\partial D_i}{\partial M} < 0$ $(i = 1, 2)$, то такой товар называется **товаром низкого качества**.

1.3. Анализ благосостояния потребителя в статике: компенсационное и эквивалентное изменение дохода по Хиксу и по Слуцкому. Уравнения Слуцкого в частных производных и в эластичностях. Другие уравнения агрегации

Допустим, при доходе M и ценах на товары, равных p_1 и p_2, потребитель выбирает набор $x^0 = (x_{10}, x_{20})$. Если изменяется цена одного из товаров, положим, цена 1-го товара становится равной $\bar{p}_1$, то потребитель выбирает новый набор $x^1 = (x_{11}, x_{21})$. Оценить изменение благосостояния потребителя, вызванное изменением цены 1-го товара, можно, используя такие понятия, как компенсационное изменение дохода по Хиксу $(\Delta M_{\text{К}}^{H})$, компенсационное изменение дохода по Слуцкому $(\Delta M_{\text{К}}^{S})$ и эквивалентное изменение дохода по Хиксу $(\Delta M_{\text{Э}}^{H})$, эквивалентное изменение дохода по Слуцкому $(\Delta M_{\text{Э}}^{S})$.

Определим эти понятия, используя функцию расходов $m(p_1, p_2, U)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$:

$$\Delta M_{\text{К}}^{H} = m(\bar{p}_1, p_2, U(x^0)) - M = m(\bar{p}_1, p_2, v(p_1, p_2, M)) - M; \qquad (1.11)$$

$$\Delta M_{\text{К}}^{S} = \bar{p}_1 x_{10} + p_2 x_{20} - M = \bar{p}_1 x_{10} + p_2 x_{20} - p_1 x_{10} - p_2 x_{20} = (\bar{p}_1 - p_1) x_{10}; \qquad (1.12)$$

$$\Delta M_{\text{Э}}^{H} = m\left(p_1, p_2, U(x^1)\right) - M = m(p_1, p_2, v(\bar{p}_1, p_2, M) - M; \qquad (1.13)$$

$$\Delta M_{\text{Э}}^{S} = p_1 x_{11} + p_2 x_{21} - M = p_1 x_{11} + p_2 x_{21} - \bar{p}_1 x_{11} - p_2 x_{21} = (p_1 - \bar{p}_1) x_{11}. \qquad (1.14)$$

Первая версия уравнения Слуцкого:

$$\frac{\partial D_i}{\partial p_j} = \frac{\partial H_i}{\partial p_j} - D_j \frac{\partial D_i}{\partial M}, \quad i, j = 1, 2. \qquad (1.15)$$

Вторая версия уравнения Слуцкого:

$$\frac{\partial D_i}{\partial p_j} + D_j \frac{\partial D_i}{\partial M} = \frac{\partial D_j}{\partial p_i} + D_i \frac{\partial D_j}{\partial p_i}, \quad i, j = 1, 2. \qquad (1.16)$$

Уравнение Слуцкого **в эластичностях**:

$$E_{ij} = E_{ij}^{k} - \alpha_j E_{iM} \quad i, j = 1, 2, \qquad (1.17)$$

где $E_{ij} = E_{p_j}(D_i)$ – эластичность спроса (по Маршаллу) на i-й товар по цене j-го товара; $E_{ij}^{k} = E_{p_j}(H_i)$ – эластичность компенсированного спроса (по Хиксу) на i-й товар по цене j-го товара; $E_{iM} = E_M(D_i)$ – эластичность спроса (по Маршаллу) на i-й товар по доходу; $\alpha_j = \dfrac{p_j D_j}{M}$ – доля расходов на j-й товар в доходе потребителя M.

Уравнение агрегации **Энгеля**:

$$\alpha_1 E_{1M} + \alpha_2 E_{2M} = 1. \qquad (1.18)$$

Уравнения агрегации **Курно**:

$$\alpha_1 E_{11} + \alpha_2 E_{21} = -\alpha_1, \quad \alpha_1 E_{12} + \alpha_2 E_{22} = -\alpha_2. \qquad (1.19)$$

Уравнения агрегации **эластичностей компенсированного спроса**:

$$\alpha_1 E_{11}^{k} + \alpha_2 E_{21}^{k} = 0, \quad \alpha_1 E_{12}^{k} + \alpha_2 E_{22}^{k} = 0. \qquad (1.20)$$

Другие уравнения агрегации:

$$E_{11} + E_{12} + E_{1M} = 0, \quad E_{21} + E_{22} + E_{2M} = 0. \qquad (1.21)$$

1.4. Анализ благосостояния потребителя во времени: индексы реального дохода и индексы цен. Слабая аксиома выявленных предпочтений. Связь между теорией выявленных предпочтений и индексами цен

Для оценки изменения благосостояния потребителя во времени нам необходимо рассмотреть два периода. Допустим, начальный (базовый) период $t = 0$, а текущий период $t = 1$. Обозначим доход, цены и потребительский набор в базовом периоде $t = 0$ через M_0, $p^0 = (p_{10}, p_{20})$ и $X^0 = (x_{10}, x_{20})$, соответственно. Доход, цены и потребительский набор в текущем периоде $t = 1$ – через M_1, $p^1 = (p_{11}, p_{21})$ и $X^1 = (x_{11}, x_{21})$. Тогда в принятых обозначениях:

- индекс **номинального дохода**

$$M_{01} = \frac{M_1}{M_0}, \tag{1.22}$$

- индекс ***цен Ласпейреса*** (базисно взвешенный)

$$P_{01}(X^0) = \frac{p_{11}x_{10} + p_{21}x_{20}}{p_{10}x_{10} + p_{20}x_{20}}, \tag{1.23}$$

- индекс ***цен Пааше*** (текуще взвешенный)

$$P_{01}(X^1) = \frac{p_{11}x_{11} + p_{21}x_{21}}{p_{10}x_{11} + p_{20}x_{21}}, \tag{1.24}$$

- индекс ***реального дохода Ласпейреса*** (базисно взвешенный)

$$I_{01}(p^0) = \frac{x_{11}p_{10} + x_{21}p_{20}}{x_{10}p_{10} + x_{20}p_{20}}, \tag{1.25}$$

- индекс ***реального дохода Пааше*** (текуще взвешенный)

$$I_{01}(p^1) = \frac{x_{11}p_{11} + x_{21}p_{21}}{x_{10}p_{11} + x_{20}p_{21}}. \tag{1.26}$$

Сформулируем **слабую аксиому выявленных предпочтений (САВП)**.

САВП. *Если потребитель **прямо выявленно** предпочитает набор A набору B, он не может в то же время прямо выявленно предпочитать набор B набору A.*

Если имеет место САВП, это означает, что поведение потребителя рационально, его вкусы не меняются и он покупает набор A, когда может купить набор B, и как бы ни менялись цены товаров и доход потребителя, он не станет покупать набор B, если ему по-прежнему доступен набор A.

Если при ценах P^0 потребитель прямо предпочитает набор A набору B, а при ценах P^1 он покупает набор F или D, то это не противоречит САВП, так как наборы F и D не были доступны потребителю при ценах P^0 (рис. 1, *а*).

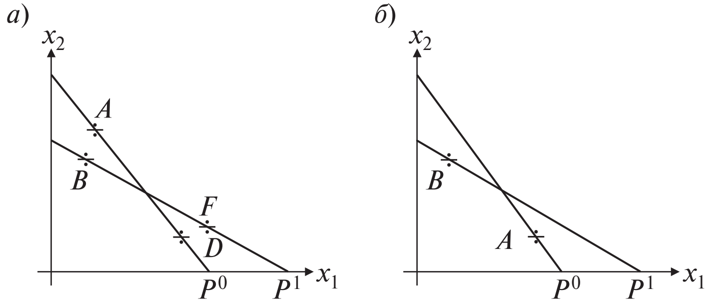

Рис. 1

Допустим, при ценах P^0 потребитель предпочитает набор A набору B ($A \succ B$), а при ценах P^1 потребитель выбирает набор B, следовательно, $B \succ F$ и $B \succ D$. В силу транзитивности предпочтений потребителя набор A ***косвенно выявленно*** предпочитается набору F или D (рис. 1, *а*).

Если при ценах P^0 потребитель прямо предпочитает набор A набору B, а при ценах P^1 он покупает набор В, т.е. выявленно предпочитает набор B набору A, в то время как ему доступен набор A, то имеет место нарушение САВП (рис. 1, *б*).

Формализация концепции выявленных предпочтений позволяет получить следующие выводы:

1) если $I_{01}(p^0) < 1$, то можно утверждать о снижении благосостояния потребителя;

2) если $I_{01}(p^0) > 1$, то это само по себе не говорит о повышении благосостояния потребителя;

3) если $I_{01}(p^1) > 1$, то можно утверждать, что благосостояние потребителя повысилось;

4) если $I_{01}(p^1) < 1$, то нельзя однозначно утверждать о снижении благосостояния потребителя.

1.1

1.1.1. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U\left(x_1, x_2\right) = \left(x_1 - 3\right)^{2/3} \cdot x_2^{1/3}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m\,(p_1, p_2, U)$.

3. Найдите оптимальный набор потребителя при $p_1 = 2$, $p_2 = 1$, $M = 48$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решения пункта 3.

5. Покажите, что косвенная функция полезности $v\,(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m\,(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

6. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

7. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.2. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U\left(x_1, x_2\right) = x_1^{1/2} + x_2$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1 x_1 + p_2 x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v\,(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m\,(p_1, p_2, U)$.

3. Найдите оптимальный набор потребителя при $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $M = 18$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решения пункта 3.

5. Покажите, что косвенная функция полезности $v\,(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m\,(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

6. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

7. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.3. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^{1/3} \cdot x_2^{1/4}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v\,(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m\,(p_1, p_2, U)$.

3. Найдите оптимальный набор потребителя при $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $M = 18$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решения пункта 3.

5. Покажите, что косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

6. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

7. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.4. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m\,(p_1, p_2, U)$.

3. Найдите оптимальный набор потребителя при $p_1 = 10$, $p_2 = 15$, $M = 150$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решения пункта 3;

5. Покажите, что косвенная функция полезности $v\,(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m\,(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

6. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

7. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.5. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$ $(0 < \alpha_1 < 1;$ $0 < \alpha_2 < 1;$ $\alpha_1 + \alpha_2 = 1)$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства: $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v\,(p_1, p_2, M)$;

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m(p_1, p_2, U)$.

3. Покажите, что косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

4. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

5. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.6. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = a_1x_1 + a_2x_2$ $(a_1 > 0,\ a_2 > 0)$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m(p_1, p_2, U)$.

3. Покажите, что косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

1.1.7. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = \min\left(\dfrac{x_1}{5}, \dfrac{x_2}{3}\right)$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m(p_1, p_2, U)$;

3. Найдите оптимальный набор потребителя при $p_1 = 6$, $p_2 = 5$, $M = 180$ и при $p_1 = 5$, $p_2 = 8$, $M = 196$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решений из пункта 3 (на одном графике).

5. Покажите, что косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

6. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

7. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.8. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = 5x_1 + 3x_2$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m(p_1, p_2, U)$.

3. Найдите оптимальный набор потребителя при $p_1 = 4$, $p_2 = 3$, $M = 132$ и при $p_1 = 3$, $p_2 = 4$, $M = 132$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решений из пункта 3.

1.1.9. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = \ln x_1 + x_2$. Доход потребителя равен 8, цены 1-го и 2-го товаров равны соответственно 2 и 4.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу на каждый товар и функцию косвенной полезности и найдите оптимальный набор потребителя.

2. Выведите функции спроса по Хиксу на каждый товар и функцию расходов и найдите оптимальный набор полезности, равной $\bar{U} = \ln 2 + 1$, при заданных ценах.

3. Приведите геометрическую интерпретацию решений из пунктов 1 и 2.

4. Покажите, что косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m(p_1, p_2, M)$ взаимно обратные функции.

5. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

6. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.10. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = x_1 + 3x_2 + 4$. Доход потребителя равен 12, цены 1-го и 2-го товаров равны соответственно 2 и 3.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу $\hat{x}_1 = D_1(p_1, p_2, M)$, $\hat{x}_2 = D_2(p_1, p_2, M)$ и косвенную функцию полезности $v(p_1, p_2, M)$.

2. Выведите функции спроса по Хиксу $\breve{x}_1 = H_1(p_1, p_2, U)$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, U)$ и функцию расходов $m(p_1, p_2, U)$.

3. Найдите оптимальные наборы потребителя: при заданных в условии ценах, а также при ценах $p_1 = 3$, $p_2 = 2$ и $M = 12$.

4. Приведите геометрическую интерпретацию решений пункта 3.

1.1.11. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = x_1 + 2\ln x_2$. Доход потребителя равен 10, цены 1-го и 2-го товаров равны соответственно 1 и 2.

1. Выведите функции спроса по Маршаллу на каждый товар и функцию косвенной полезности и найдите оптимальный набор потребителя.

2. Выведите функции спроса по Хиксу на каждый товар и функцию расходов и найдите оптимальный набор полезности, равной $\bar{U} = 8$ при заданных ценах.

3. Приведите геометрическую интерпретацию решений из пунктов 1 и 2.

4. Покажите, что косвенная функция полезности $v(p_1, p_2, M)$ и функция расходов $m(p_1, p_2, U)$ взаимно обратные функции.

5. Используя лемму Шепарда, выведите функции спроса по Хиксу для обоих товаров.

6. Используя тождество Роя, выведите функции спроса по Маршаллу для обоих товаров.

1.1.12. Функция косвенной полезности потребителя имеет вид

$$v = \frac{M^{5/6}}{p_1^{1/2} p_2^{1/3}}.$$

1. Выведите функцию спроса по Маршаллу для 1-го товара.

2. Выведите функцию спроса по Хиксу для 2-го товара.

1.1.13. Функция косвенной полезности потребителя имеет вид

$$v = \frac{(M - 2p_1)^2}{4p_1 p_2}.$$

1. Выведите функции спроса по Маршаллу для 1-го и 2-го товаров.

2. Выведите функцию спроса по Хиксу для 1-го товара.

1.1.14. Функция расходов потребителя имеет вид $m = up_2 - \dfrac{p_2^2}{4p_1}$.

Выведите функции спроса по Маршаллу для 1-го и 2-го товаров.

1.1.15. Функция расходов потребителя имеет вид

$$m = (\alpha + \beta)u\left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{p_2}{\beta}\right)^{\beta}, \quad (0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1).$$

1. Выведите функции спроса по Маршаллу для 1-го и 2-го товаров.

2. Выведите функции спроса по Хиксу для 1-го и 2-го товаров.

1.2

1.2.1. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^{2/3} \cdot x_2^{1/3}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 2, p_2 = 1, M = 48$.

1. Выведите уравнение линии «доход — потребление» и уравнение линии Энгеля для 1-го товара, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнение линий «цена 1-го товара — потребление» и «цена 2-го товара — потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Является ли 1-й товар товаром низкого качества? обыкновенным товаром? товаром первой необходимости?

5. Является ли 2-й товар чистым дополнителем (комплементом) 1-го в потреблении или только общим дополнителем?

1.2.2. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 2,\ p_2 = 3,\ M = 18$.

1. Выведите уравнение линии «доход — потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара — потребление» и «цена 2-го товара — потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 1-й товар товаром роскоши или товаром низкого качества? товаром первой необходимости?

5. Определите, является ли 1-й товар чистым заменителем 2-го в потреблении или только общим заменителем?

1.2.3. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^{1/3} \cdot x_2^{1/4}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 2, p_2 = 3, M = 18$.

1. Выведите уравнение линии «доход — потребление» и уравнение линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара — потребление» и «цена 2-го товара — потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 2-й товар чистым заменителем по отношению к 1-му товару.

5. Определите, является ли 2-й товар общим дополнителем по отношению к 1-му товару.

6. Определите, является 2-й товар нормальным товаром или товаром роскоши.

1.2.4. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 10$, $p_2 = 15$, $M = 150$.

1. Выведите уравнение линии «доход – потребление» и уравнение линии Энгеля для 2-го товара, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнение линии «цена 1-го товара – потребление», постройте график этой линии.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 1-й товар товаром роскоши или товаром низкого качества? товаром первой необходимости?

5. Определите, является ли 1-й товар чистым заменителем 2-го в потреблении?

1.2.5. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2}$ $(0 < \alpha_1 < 1$, $0 < \alpha_2 < 1$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1)$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите уравнение линии «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 2-й товар чистым заменителем по отношению к 1-му товару?

5. Определите, является ли 2-й товар общим дополнителем по отношению к 1-му товару?

6. Определите, является ли 2-й товар нормальным товаром? товаром роскоши?

1.2.6. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = a_1x_1 + a_2x_2$ ($a_1 > 0,\ a_2 > 0$). Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Опишите множества (линии) «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих множеств или линий.

2. Опишите множества (линии) «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих множеств или линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 2-й товар чистым заменителем по отношению к 1-му товару?

1.2.7. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = \min\left(\frac{x_1}{5}, \frac{x_2}{4}\right)$. Известно, что $p_1 = 4,\ p_2 = 3,\ M = 160$.

1. Выведите уравнение линии «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 2-й товар чистым заменителем по отношению к 1-му товару?

5. Определите, является ли 2-й товар общим дополнителем по отношению к 1-му товару?

6. Определите, является ли 2-й товар обыкновенным? нормальным товаром? товаром роскоши?

1.2.8. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = 5x_1 + 3x_2$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 4$, $p_2 = 3$, $M = 132$.

1. Опишите множества (линии) «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих множеств или линий.

2. Опишите множества (линии) «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих множеств или линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 1-й товар чистым заменителем по отношению ко 2-му товару? совершенным заменителем 2-го товара?

1.2.9. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = \ln x_1 + x_2$. Доход потребителя равен 8, цены 1-го и 2-го товаров равны соответственно 2 и 4.

1. Выведите уравнение линии «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 1-й товар нормальным товаром? товаром роскоши или товаром первой необходимости?

5. Определите, является ли 1-й товар чистым заменителем 2-го в потреблении или общим заменителем?

1.2.10. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = x_1 + 3x_2 + 4$. Доход потребителя равен 12, цены 1-го и 2-го товаров равны соответственно 2 и 3.

1. Опишите множества (линии) «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих множеств или линий.

2. Опишите множества (линии) «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих множеств или линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

1.2.11. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U = x_1 + 2\ln x_2$. Доход потребителя равен 10, цены 1-го и 2-го товаров равны соответственно 1 и 2.

1. Выведите уравнение линии «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 1-й товар товаром роскоши или товаром низкого качества? товаром первой необходимости?

5. Определите, является ли 1-й товар чистым заменителем 2-го товара в потреблении?

1.2.12. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = \min\left(\frac{x_1}{a_1}, \frac{x_2}{a_2}\right)$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства: $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

1. Выведите уравнение линии «доход – потребление» и уравнения линии Энгеля для 1-го и 2-го товаров, постройте графики этих линий.

2. Выведите уравнения линий «цена 1-го товара – потребление» и «цена 2-го товара – потребление», постройте графики этих линий.

3. Выведите уравнения линий спроса по Маршаллу и по Хиксу, постройте их графики.

4. Определите, является ли 2-й товар чистым заменителем по отношению к 1-му товару?

5. Определите, является ли 2-й товар чистым дополнителем по отношению к 1-му товару?

6. Определите, является ли 2-й товар обыкновенным? нормальным товаром?

1.3

1.3.1. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = (x_1 - 3)^{2/3} \cdot x_2^{1/3}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 2,\ p_2 = 3,\ M = 132$.

Допустим, цена 1-го товара повысилась и стала равной 4.

1. Определите компенсационное и эквивалентное изменения дохода потребителя по Хиксу.

2. Определите компенсационное изменение дохода по Слуцкому.

Используя уравнения Слуцкого, оцените:

3) изменение компенсированного спроса на 1-й товар при изменении его цены в точке первоначального оптимума;

4) эффекты дохода и замены по Хиксу для 1-го товара при изменении его цены в точке первоначального оптимума;

5) эластичность компенсированного спроса на 2-й товар по цене 1-го в точке первоначального оптимума.

Используя уравнения агрегации, оцените:

6) эластичность компенсированного спроса на 1-й товар по его цене в точке первоначального оптимума;

7) эластичность спроса на 1-й товар по доходу в точке первоначального оптимума, используя уравнение агрегации Энгеля.

1.3.2. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид: $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства: $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 2,\ p_2 = 3,\ M = 18$.

Допустим, цена 2-го товара повысилась и стала равной 6.

1. Определите компенсационное и эквивалентное изменения дохода потребителя по Хиксу.

2. Определите компенсационное и эквивалентное изменения дохода по Слуцкому.

Используя уравнения Слуцкого, оцените:

3) изменение компенсированного спроса на 1-й товар при изменении цены 2-го товара в точке первоначального оптимума;

4) эффекты дохода и замены для 1-го товара по Хиксу при изменении цены 2-го товара в точке первоначального оптимума;

5) эластичность компенсированного спроса на 2-й товар по цене 1-го товара в точке первоначального оптимума.

Используя уравнения агрегации, оцените:

6) эластичность компенсированного спроса на 1-й товар по его цене в точке первоначального оптимума;

7) эластичность спроса на 2-й товар по цене 1-го в точке первоначального оптимума, используя уравнение агрегации Курно.

1.3.3. Решите задачу оптимизации потребительского выбора. Функция полезности потребителя имеет вид $U(x_1, x_2) = 3(x_1 - 2)^{1/3} \cdot x_2^{1/4}$. Бюджетное ограничение имеет форму равенства $p_1x_1 + p_2x_2 = M$. Известно, что $p_1 = 2,\ p_2 = 3,\ M = 18$.

Допустим, цена 1-го товара понизилась и стала равной 5/6.

1. Определите компенсационное и эквивалентное изменения дохода потребителя по Хиксу.

2. Определите компенсационное и эквивалентное изменения дохода по Слуцкому.

Используя уравнения Слуцкого, оцените:

3) изменение компенсированного спроса на 2-й товар при изменении его цены в точке первоначального оптимума;