Высшая математика

Задачник

Для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям

Высшая математика

Задачник

Допущено
Министерством образования
Республики Беларусь
в качестве учебного пособия
для студентов учреждений высшего образования
по экономическим специальностям

Минск
«Вышэйшая школа»
2012

УДК 51(076.1)(075.8)
ББК 22.1я73
В93

Авторы: *Е. А. Ровба, А. С. Ляликов, Е. А. Сетько, К. А. Смотрицкий*

Рецензенты: кафедра высшей математики Белорусского государственного экономического университета; заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета доктор физико-математических наук, профессор *В. Г. Кротов*

Высшая математика: задачник : учеб. пособие / Е. А. Ровба [и др.]. – Минск : Выш. шк., 2012. – 319 с. : ил.
В93 ISBN 978-985-06-2150-4.

В пособие включено большое количество разнообразных задач по всем разделам общего курса высшей математики. Приведены примеры решения типовых задач. Рассматриваются приложения изучаемого материала в экономике.

Для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям. Может быть полезно магистрантам и преподавателям, читающим одноименный курс.

УДК 51(076.1)(075.8)
ББК 22.1я73

ISBN 978-985-06-2150-4

Оглавление

Предисловие

Данный задачник является практической частью единого учебного комплекса по дисциплине «Высшая математика» для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям. Комплекс включает также теоретическую часть, материалом которой необходимо овладеть для успешного решения приводимых здесь задач. Весь комплекс подготовлен одним и тем же коллективом авторов на основе многолетнего опыта чтения лекций и проведения семинарских занятий по высшей математике.

Содержание задачника соответствует теоретической части комплекса. В нем приведены задачи по следующим темам: линейная алгебра, аналитическая геометрия, предел последовательности и функции, дифференциальное исчисление функций одной переменной, теория интегрирования, дифференцирование функций двух переменных, дифференциальные уравнения, ряды.

Квалифицированный специалист экономического профиля при решении своих профессиональных задач может столкнуться с необходимостью построения математических моделей. В целях развития этого полезного практического навыка в книге приводятся задачи с экономическим содержанием, решение которых требует применения математического аппарата.

Общая структура пособия позаимствована из теоретической части: здесь вы найдете те же главы и параграфы. Большинство задач снабжено ответами, указаниями или решениями. Ответы и указания приведены в конце книги. Каждый блок задач, объединенных общей идеей, содержит решения типовых примеров.

В задачнике имеется довольно много отсылок к теоретической части комплекса. В таких случаях при оформлении ссылки на нумерованный объект теоретической части применяется индекс «т» (первая буква слова «теория») в верхнем индексе. Например, во фразе «Согласно формуле (1.1)$^{\text{т}}$» подразумевается формула (1.1) теоретической части.

Как показывает опыт авторов, приведенных в данном учебном пособии задач с избытком хватит для закрепления материала соответствующих разделов курса. Преподаватель же сможет не только разнообразить выбор задач в пределах каждого раздела и подобрать задания для итоговых занятий и контрольных работ, но и организовать факультативные занятия с наиболее успевающими студентами.

Авторы выражают искреннюю признательность рецензентам — коллективу кафедры высшей математики Белорусского государственного экономического университета (особо заведующему кафедрой доктору физико-математических наук, профессору М.П. Дымкову) и заведующему кафедрой теории функций Белорусского государственного университета доктору физико-математических наук, профессору В.Г. Кротову, замечания и рекомендации которых способствовали улучшению учебного пособия.

Все отзывы и предложения просьба направлять по адресу: издательство «Вышэйшая школа», пр. Победителей, 11, 220048, Минск.

Авторы

Глава 1

Линейная алгебра

1.1. Матрицы и определители

1. Найти значение матричного выражения:

1) $2A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -4 \\ 7 & 3 \end{pmatrix};$

2) $2A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -5 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -2 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix};$

3) $-2A - 4B, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 4 \\ -5 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -5 \\ 4 & 4 & -1 \end{pmatrix};$

4) $2A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & -3 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix};$

5) $-3A - 5B, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ 7 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix};$

6) $-2A + 4B, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ 7 & -2 & -2 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ -2 & -4 & 1 \\ -2 & 1 & 7 \end{pmatrix};$

7) $-2A-5B,\quad A=\begin{pmatrix}2&3&7\\1&0&0\\-2&3&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2&0&4\\7&-1&-3\\-2&3&4\end{pmatrix};$

8) $-3A+3B,\quad A=\begin{pmatrix}2&0&1\\-2&4&1\\-2&-3&-4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-7&6&1\\4&-3&-4\\1&-3&-2\end{pmatrix};$

9) $-2A+4B,\quad A=\begin{pmatrix}-4&-3\\1&-1\\1&-4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&3\\1&-1\\-5&-1\end{pmatrix};$

10) $-3A+4B,\quad A=\begin{pmatrix}5&-6&-5\\-2&-2&1\\4&-2&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-7&-3&7\\-5&0&2\\7&-4&1\end{pmatrix};$

11) $-3A-5B,\quad A=\begin{pmatrix}-1&-6\\-5&-3\\-5&-2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&-3\\1&0\\7&-2\end{pmatrix};$

12) $-3A-4B,\quad A=\begin{pmatrix}-4&0&7\\-5&-2&4\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-4&-3&-2\\1&-3&-3\end{pmatrix};$

13) $-3A+4B,\quad A=\begin{pmatrix}-1&6&4\\-2&-2&4\\7&2&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1&-3&-5\\-5&-4&-2\\-5&2&-5\end{pmatrix};$

14) $-2A-5B,\quad A=\begin{pmatrix}-4&-3&1\\-2&-1&-3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-7&6&4\\1&3&1\end{pmatrix};$

15) $2A-5B,\quad A=\begin{pmatrix}5&0&-2\\4&-1&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-7&6&4\\-5&4&-3\end{pmatrix};$

16) $-3A+4B,\quad A=\begin{pmatrix}-7&6&-5\\-2&0&2\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}5&-3&4\\7&0&-1\end{pmatrix};$

17) $-3A-4B,\quad A=\begin{pmatrix}2&0&1\\-5&-2&-4\\1&4&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-7&6&-5\\7&4&3\\-2&-1&4\end{pmatrix};$

18) $-2A+3B, \quad A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -5 & -1 & -4 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

19) $5A-5B, \quad A=\begin{pmatrix} -4 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} -7 & -3 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix};$

20) $-2A-4B, \quad A=\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix};$

21) $A-\lambda E, \quad A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$

Р е ш е н и е п. 1. По определению операций суммы матриц и произведения матрицы на число

$$2A-4B = 2\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} - 4\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -4 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 8 & -4 \\ -10 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 20 & -12 \\ 16 & -16 \\ 28 & 12 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -8-20 & 0+12 \\ 8-16 & -4+16 \\ -10-28 & 6-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28 & 12 \\ -8 & 12 \\ -38 & -6 \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведение матриц AB:

1) $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix};$

2) $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -2 & 2 & -3 \\ -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & -1 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix};$

3) $A=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 5 & -1 & -3 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & -5 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix};$

4) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -2 & -5 \\ 1 & -2 & -2 & 2 \\ 2 & 5 & 4 & -4 \end{pmatrix};$

5) $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 & 1 \\ -2 & 2 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & -2 & -4 \end{pmatrix};$

6) $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 4 & -2 \\ -4 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & -4 & 0 & 5 \end{pmatrix};$

7) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -4 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -5 & 5 \\ 1 & -2 & -5 & 0 \\ 3 & -2 & -2 & -4 \end{pmatrix};$

8) $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -4 & 0 \\ 2 & -4 \end{pmatrix};$

9) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix};$

10) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -4 \\ -2 & 2 & 1 \\ -3 & -4 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -5 & -4 \\ -4 & 5 & -3 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix};$

11) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 5 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -4 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix};$

12) $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix};$

13) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 & 4 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 5 & 5 \end{pmatrix};$

14) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 4 \\ 1 & 5 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix};$

15) $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \\ -3 & 5 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & 5 & 4 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix};$

16) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -5 & -4 \\ 1 & 0 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix};$

17) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -5 \\ 1 & 5 & 2 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix};$

18) $A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 1 \\ -2 & 4 & -4 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 3 \\ 1 & 5 & -3 \\ 4 & -4 & 2 \end{pmatrix};$

19) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 5 & 4 & -4 \\ 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix};$

20) $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -5 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$

Решение п. 1. По определению произведения матриц

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 1(-1) & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 1(-2) \\ -2 \cdot 0 - 1 \cdot 3 - 2(-1) & -2 \cdot 3 - 1 \cdot 5 - 2(-2) \\ 0 \cdot 0 + 3 \cdot 3 - 5(-1) & 0 \cdot 3 + 3 \cdot 5 - 5(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 19 \\ -1 & -7 \\ 14 & 25 \end{pmatrix}.$$

3. Найти произведение матриц AB:

1) $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 3 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3\\-2\\-5\\-2\end{pmatrix}$; ***2)*** $A=\begin{pmatrix}-3 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & 0 & 4\\-4 & -5 & -2\end{pmatrix}$;

3) $A=\begin{pmatrix}2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-4 & 5 & 2\\5 & -5 & -2\end{pmatrix}$; ***4)*** $A=\begin{pmatrix}-3 & -5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\-4 & 3 & 0\end{pmatrix}$;

5) $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & -4\\-2 & 4 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4\\5\\3\end{pmatrix}$; ***6)*** $A=\begin{pmatrix}-3 & 4 & 3 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3\\1\\-5\\0\end{pmatrix}$;

7) $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & -4 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2\\-3\\-5\\0\end{pmatrix}$; ***8)*** $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & -4\\5 & -5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1\\1\\-5\end{pmatrix}$;

9) $A=\begin{pmatrix}-3 & -5 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1\\5\\4\\5\end{pmatrix}$; ***10)*** $A=\begin{pmatrix}0 & 3 & 3\\-2 & 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4\\-4\\3\end{pmatrix}$;

11) $A=\begin{pmatrix}2\\4\\1\\-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & 5 & -5 & -2\end{pmatrix}$; ***12)*** $A=\begin{pmatrix}0\\-5\\3\\-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}4 & -2 & 4 & -2\end{pmatrix}$.

Р е ш е н и е п. 1. В данном случае имеем произведение вектора-строки на вектор-столбец:

$$AB = \begin{pmatrix}2 & 3 & 3 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\-2\\-5\\-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\cdot 3 + 3(-2) + 3(-5) + (-2)(-2)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-11\end{pmatrix}.$$

4. Найти и сравнить произведения AB и BA:

1) $A=\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; ***2)*** $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$;

3) $A=\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -9 \end{pmatrix}$; ***4)*** $A=\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -8 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$;

5) $A=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; ***6)*** $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -9 \end{pmatrix}$;

7) $A=\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -9 \end{pmatrix}$; ***8)*** $A=\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$;

9) $A=\begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}$; ***10)*** $A=\begin{pmatrix} -6 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$;

11) $A=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$; ***12)*** $A=\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$;

13) $A=\begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$;

14) $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & 4 & -1 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;

15) $A=\begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$;

16) $A=\begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

17) $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & -1 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Найти произведение трех матриц:

1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; ***2)*** $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$;

3) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$; ***4)*** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$;

5) $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$; ***6)*** $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

7) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$; ***8)*** $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$;

9) $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; ***10)*** $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$;

11) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$;

12) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$;

13) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 0 & -3 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & -3 \\ 3 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$;

14) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 \\ -2 & 1 & 2 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

15) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$;

16) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$;

17) $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$;

18) $\begin{pmatrix} -4 & -5 & 1 \\ -2 & -3 & 0 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$;

19) $\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & -3 \\ 0 & -3 & 0 \\ -4 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Р е ш е н и е п. 1. Пользуясь свойством ассоциативности умножения матриц, начнем с поиска произведения первой и второй матриц:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3(-3) + 0 \cdot 4 & 3 \cdot 0 + 0(-2) \\ 0(-3) + (-1)4 & 0 \cdot 0 + (-1)(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Домножим результат на третью матрицу справа:

$$\begin{pmatrix} -9 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9(-1) + 0(-1) & -9(-3) + 0(-1) \\ -4(-1) + 2(-1) & -4(-3) + 2(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 27 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

6. Найти значение матричного многочлена $f(A)$:

1) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$;

2) $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$;

3) $f(x) = x^3 + 4x^2 - 4x + 9, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$;

4) $f(x) = 4x^2 - 3x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;

5) $f(x) = -2x^2 - 3x + 8, \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$;

6) $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -5 \end{pmatrix};$

7) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix};$

8) $f(x) = x^2 + 3x - 5, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix};$

9) $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 3x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix};$

10) $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x + 5, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix};$

11) $f(x) = x^2 + 4x - 6, \quad A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 0 \\ -2 & 4 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix};$

12) $f(x) = -x^3 + x^2 - x - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix};$

13) $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix};$

14) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 3, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix};$

15) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 6, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix};$

16) $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

Учебное издание

Ровба Евгений Алексеевич
Ляликов Александр Сергеевич
Сетько Елена Александровна
Смотрицкий Константин Анатольевич

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА
ЗАДАЧНИК

Учебное пособие

Редактор *Е.В. Малышева*
Художественный редактор *Т.В. Шабунько*
Корректор *В.И. Аверкина*
Техническое редактирование
и компьютерная верстка *А.С. Ляликова*

Подписано в печать 12.11.2012. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Гарнитура «Modern». Офсетная печать. Усл. печ. л. 18,6.
Уч.-изд. л. 18,64. Тираж 800 экз. Заказ 375.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Вышэйшая школа”».
ЛИ № 02330/0494062 от 03.02.2009. Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.
e-mail: market@vshph.com http://vshph.com

Открытое акционерное общество «Полиграфкомбинат им. Я.Коласа».
ЛП № 02330/0150496 от 11.03.2009. Ул. Корженевского, 20, 220024, Минск.