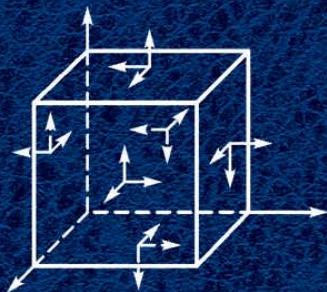


М.Д. Подскребко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ



ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВУЗОВ

М.Д. Подскребко

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Утверждено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебника для студентов учреждений,
обеспечивающих получение высшего образования
по техническим специальностям



Минск
«Вышэйшая школа»
2007

УДК 621.7.014(075.8)

ББК 30.121я73

П 44

Рецензенты: доктор технических наук, профессор кафедры инженерной графики и механики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники *В.М. Сурин*; заведующий кафедрой сопротивления материалов машиностроительного профиля Белорусского национального технического университета доктор физико-математических наук, профессор *Ю.В. Василевич*; кафедра сопротивления материалов, строительной механики и металлических конструкций Полоцкого государственного университета (кандидат технических наук, доцент *Л.В. Первицкий*)

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства.

Подскребко, М. Д.

П 44 **Сопротивление материалов : учебник / М. Д. Подскребко. — Минск : Выш. шк., 2007. — с. : ил.
ISBN 978-985-06-1293-9.**

В учебнике, охватывающем все основные темы курса «Сопротивление материалов», подробно рассматриваются основы напряженного и деформированного состояний, механические характеристики материалов и композитов, критерии прочности, сдвиг, кручение, изгиб, колебания упругих систем, вероятностные методы оценки прочности и надежности элементов конструкций и т. д.

Каждая тема содержит большое количество примеров с подробным решением. В приложении приводятся все необходимые для расчетов справочные материалы.

Для студентов инженерных специальностей вузов. Будет полезен преподавателям вузов и колледжей, инженерам-механикам и всем желающим повысить свои знания в области расчетов элементов конструкций на прочность.

УДК 621.7.014(075.8)

ББК 30.121я73

ISBN 978-985-06-1293-9

© Подскребко М.Д., 2007

© Издательство «Высшая школа», 2007

Предисловие

Учебник написан в соответствии с программой по сопротивлению материалов для инженерных специальностей высших технических учебных заведений. Представленный материал подходит для любого варианта рабочей программы. Глава «Сдвиг» излагается с учетом новейших рекомендаций в области сварки; добавлены темы: расчет гибких нитей и биметаллических проводов; механические характеристики композитов; концентрация напряжений; вариационные методы расчета конструкций; малоцикловая усталость; энергетический метод (метод Ритца) для определения критической силы; вероятностные методы оценки прочности и надежности элементов инженерных конструкций. Дополнительные вопросы должны способствовать развитию инженерного мышления и расширению кругозора студента.

Учитывая существующую тенденцию сокращения аудиторных часов и передачу отдельных тем на самостоятельное изучение, в каждой теме приводятся большое количество примеров с подробным решением и необходимые для расчетов справочные материалы.

Автор ставил своей целью дать в доступной форме необходимые знания в области механики деформируемого твердого тела и показать их применение к решению практических задач, подготовить будущего инженера к самостоятельному изучению специальной литературы по частным вопросам, которые могут встретиться в практической работе.

Выражаю искреннюю благодарность рецензентам: доктору технических наук, профессору В.М. Сурину, доктору физико-математических наук, профессору Ю.В. Василевичу и кандидату технических наук, доценту Л.В. Первицкому, сделавшим ряд ценных замечаний и предложений, которые способствовали улучшению содержания учебника. Также выражаю благодарность В.С. Алисионов за помощь при подготовке рукописи к печати.

Автор

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Основные понятия

Все окружающие человека предметы, как и большинство продуктов его труда, представляют различного рода *конструкции*. Под конструкцией будем понимать *любое материальное образование, способное воспринимать механические нагрузки без разрушения*. Создавая всякую конструкцию (стул, трактор, мост, здание и т. д.), мы прежде всего ставим задачу, чтобы она обладала достаточной надежностью при минимальной материалоемкости.

Под действием внешних нагрузок, как известно, твердое тело изменяет свою форму и размеры – деформируется. Благодаря деформации тело создает внутренние силы, противодействующие внешним нагрузкам. Стержень под действием нагрузки удлиняется. В результате удлинения создается противоположно направленная сила упругости (противодействия), которая и уравнивает приложенную нагрузку.

Рассмотрим **механизм возникновения сил упругости**. Все металлы в отличие от неметаллических материалов имеют поликристаллическую структуру, состоящую из мелких хаотически расположенных кристаллов (зерен). В объеме кристаллов атомы располагаются в определенном порядке, образуя геометрически правильную кристаллическую решетку, различную у разных металлов. Между атомами кристаллической решетки существуют силы взаимодействия. При отсутствии внешних нагрузок атомы колеблются относительно равновесных положений в узлах решетки. Под действием внешних сил атомы смещаются из положения равновесия и силы взаимодействия между ними изменяются.

Сила взаимодействия между двумя соседними атомами складывается из сил притяжения (кривая 1) и сил отталкивания между атомами (кривая 2). Равнодействующая сила (кривая 3) изменяется в зависимости от расстояния между атомами и равняется нулю на некотором расстоянии a_0 , которое определяет равновесное положение атомов в узлах кристаллической решетки (рис. 1.1).

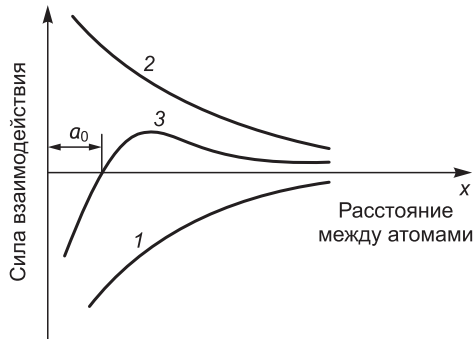


Рис. 1.1

Суммарные силы взаимодействия атомов в кристаллической решетке, складываясь по разным направлениям для множества хаотически расположенных кристаллов, образуют **внутреннюю силу упругости**, уравновешивающую действие внешних растягивающих или сжимающих сил. После удаления внешних сил атомы возвращаются на свои места, при этом тело полностью восстанавливает первоначальные размеры. Таким образом, наличие перемещений в материалах и конструкциях при деформации под действием нагрузок представляет собой важнейшее свойство, без которого ни материал, ни конструкция не могли бы работать. На практике величины перемещений изменяются в широких пределах: от долей микрона до величин, легко наблюдаемых невооруженным глазом. Конечным результатом деформации может быть разрушение элементов конструкции или недопустимое искажение их формы. Избежать этого можно только выбором соответствующего материала и правильным расчетом поперечных размеров элементов конструкции. Таким образом, для создания совершенных конструкций машин и инженерных сооружений необходимы современные методы расчета на прочность и глубокие знания природы и свойств материала.

Вопросами практических расчетов всевозможных сооружений занимается наука «Сопротивление материалов». Она является основой технического образования инженера любой специальности. В качестве самостоятельной дисциплины сопротивление материалов окончательно сформировалось в первой половине XIX в. * Первое систематическое изложение этой на-

* Начало ее развития связано с именами Галилео Галилея и Роберта Гука.

уки было предложено французским ученым и инженером А. Навье в 1825 г. под названием «Курс лекций по сопротивлению материалов». В России аналогичный курс был выпущен Н.Ф. Ястржемским в 1837 г. под названием «Курс практической механики». Огромный вклад в развитие данной науки внесли Л. Эйлер, О. Коши, С. Пуассон, А.Н. Крылов, В.Л. Кирпичев, С.П. Тимошенко, Сен-Венан и др.

Основные положения сопротивления материалов опираются на законы и теоремы общей механики и прежде всего на законы статики. В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, в которых главное значение имеют свойства материала. Поэтому теоретический курс обязательно опирается на экспериментальные исследования механических свойств материалов.

1.2. Основные критерии работоспособности элементов конструкций

Любая конструкция состоит из деталей. Требования, предъявляемые к детали, без выполнения которых ее нормальная работа невозможна, называются **основными критериями работоспособности**. К ним относятся: *прочность, жесткость, устойчивость, износостойкость, виброустойчивость, теплостойкость* и др. Для конкретной детали значение критерия определяется условиями ее работы. Так, для стержней болтов главным критерием является прочность; для валов коробок передач, редукторов – жесткость; для стоек, колонн – устойчивость; для ходовых винтов – износостойкость и т. д. Следовательно, работоспособность деталей машин и элементов инженерных сооружений обеспечивается выбором материала и расчетом их размеров по соответствующим критериям работоспособности. Для деталей общего машиностроения основными критериями работоспособности являются прочность, жесткость и устойчивость.

Прочностью называется способность деталей и элементов инженерных сооружений воспринимать внешние нагрузки без разрушения. В расчетах оценка прочности производится путем сравнения наибольших расчетных напряжений σ_{\max} , рабочих нагрузок F_p с их допускаемыми значениями $[\sigma]$, $[F]$:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]; \quad F_p \leq [F]. \quad (1.1)$$

Условимся все допускаемые величины записывать в квадратных скобках.

Жесткостью называется способность деталей и элементов инженерных сооружений сопротивляться изменению первоначальных размеров и формы, вызываемых действием внешних нагрузок. В расчетах оценка жесткости производится путем сопоставления расчетных деформаций (прогибов y , углов поворота Θ , углов закручивания φ°) с допускаемыми:

$$y \leq [y]; \Theta \leq [\Theta]; \varphi^\circ \leq [\varphi^\circ]. \quad (1.2)$$

Допускаемые значения устанавливаются на основе практики эксплуатации однотипных изделий.

Устойчивость характеризует способность конструкции сохранять под нагрузкой первоначальную форму равновесия. При расчетах на устойчивость действующая нагрузка не должна превышать величины допускаемой критической нагрузки:

$$F \leq [F_{кр}], \quad (1.3)$$

где $[F_{кр}] = F_{кр}/n_y$, $F_{кр}$ - критическая нагрузка, принимаемая для конструкции предельной; n_y - коэффициент безопасности по устойчивости.

Необходимо отметить, что прочность и жесткость - понятия различные. Прочность определяется напряжением, вызывающим разрушение материала, жесткость - способностью тела изменять форму и размеры. Поэтому утверждать, что если тело прочнее, то оно и жестче, нельзя. Часто наблюдается обратная картина. Например, капроновая нить по своей прочности при одинаковых размерах превосходит алюминиевую проволоку, но по жесткости значительно ей уступает; прочность каната при различной длине одинакова, жесткость же с увеличением длины уменьшается; если прочность коленчатого вала будет обеспечена, а жесткость его будет недостаточной, то это приведет к быстрому разрушению двигателя или сделает его работу невозможной. Таким образом, обеспечение достаточной прочности деталей конструкции не гарантирует качества изделия, важно еще, чтобы была обеспечена требуемая жесткость каждой детали. На практике под термином «расчет на прочность» понимается гарантия от разрушения, а под термином «расчет на жесткость» - ограничение деформации.

Расчет элементов инженерных конструкций на прочность, жесткость и устойчивость составляет содержание курса «Сопротивление материалов».

Таким образом, сопротивление материалов – это наука, занимающаяся разработкой методов расчета деталей и элементов инженерных конструкций на прочность, жесткость и устойчивость.

1.3. Расчетная модель

Сопротивление материалов – прикладная дисциплина, существенно отличающаяся от других математических дисциплин. Сущность этих отличий удобно показать на элементарной практической задаче. Пусть требуется определить площадь фигуры, изображенной на рис. 1.1а. Так как внешне фигура напоминает круг, то можно, измерив ее в разных направлениях, найти средний диаметр, по которому затем вычислить площадь. В этом случае на точность результата кроме погрешностей измерения будет влиять погрешность, связанная с выбором геометрической формы фигуры. Мы могли выбрать другую геометрическую форму, например эллипс или многоугольник, тогда получили бы другое, но близкое значение площади. Значит, при решении практических задач ответ зависит от того, какой метод, какая геометрическая модель будут взяты за основу. Поэтому в сопротивлении материалов расчет любого реального объекта начинается с выбора расчетной модели или с выбора расчетной схемы, для чего нужно произвести схематизацию объекта, т. е. установить, что для исследуемого объекта является существенным, основным, и какие факторы являются несущественными, не влияющими заметно на работу конструкции. Например, при расчете каната грузоподъемной машины существенными будут вес груза и ускорение, с которым он поднимается; несущественными – сопротивление воздуха, изменение температуры и т. д.

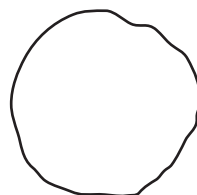


Рис. 1.1а

Реальный объект, освобожденный от несущественных факторов, называется **расчетной моделью** или **расчетной схемой**.

Расчетная модель (рис. 1.2) включает модель материала, модель формы и модель нагружения.

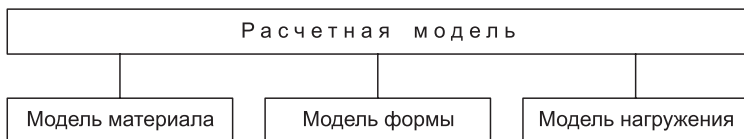


Рис. 1.2

Она должна, с одной стороны, как можно ближе отражать действительную работу объекта, а с другой – быть доступной для практического расчета.

В сопротивлении материалов в отличие от физики производится схематизация свойств материала. Материал рассматривается как сплошная среда, заполняющая весь объем тела без пустот и разрывов. Среда принимается идеально линейно-упругой, однородной и изотропной, имеющей с реальным материалом одинаковые свойства. Под однородностью понимается независимость свойств среды от размеров выделенной частицы. Изотропность – одинаковость свойств по всем направлениям. Понятие сплошной среды позволяет при решении задач использовать аппарат дифференциального и интегрального исчислений.

Детали машин и элементы инженерных конструкций имеют разнообразную форму. Поэтому при расчете их геометрическую форму приводят к простейшей схеме *бруса, оболочки и пластины*, т. е. производится *схематизация геометрии реального объекта*.

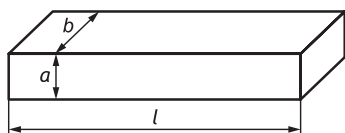


Рис. 1.3

Брусом называется тело, у которого один размер (длина) много больше двух других (рис. 1.3).

В зависимости от формы геометрической оси брусья делятся на прямые и кривые.

Брус с прямолинейной осью называется **стержнем**. Брус, работающий на изгиб, называется **балкой***. Брусья могут иметь разные поперечные сечения: в виде квадрата, круга, прямоугольника, двутавра, швеллера и т. д.

Под **оболочкой** понимается тело, ограниченное криволинейной поверхностью, у которого один размер (толщина) меньше

* Слово «балка» на староанглийском языке означает деревянный брус, часто даже целый ствол дерева. В настоящее время балки преимущественно делают из стали и железобетона.

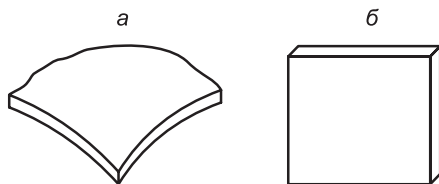


Рис. 1.4

двух других (рис. 1.4, а). Плоская оболочка называется **пластиной** (рис. 1.4, б).

Внешние нагрузки, действующие на тело, делятся на *поверхностные* и *объемные*.

Поверхностные силы распределяются по поверхности или линии. Они характеризуются интенсивностью и имеют размерность силы на площадь или силы на длину. Если размеры площади, на которую действуют поверхностные силы, малы по сравнению с размерами тела, то поверхностные силы заменяют одной силой, которую называют **сосредоточенной** и считают приложенной к точке.

Объемные силы приложены к каждой частице тела. Это силы тяжести, силы инерции.

При построении модели нагружения необходимо учитывать кроме величины и характер изменения внешних сил во времени, определяемый условиями работы конструкции.

При решении практических задач расчета деталей машин и элементов инженерных сооружений на прочность в сопротивлении материалов наряду с необходимыми упрощениями, связанными с выбором расчетной схемы, используются еще несколько общих предпосылок, или принципов. Под **принципом** понимается *основополагающее и недоказуемое в общем виде утверждение или положение, лежащее в основе подхода к решению и анализу задачи*. Такими принципами являются: принцип суперпозиции, или принцип независимости действия сил; принцип начальных размеров и принцип Сен-Венана¹.

Принцип независимости действия сил указывает, что общий результат (эффект) от действия нескольких сил равен сумме результатов (эффектов) от действия каждой силы, взятой в отдельности. При этом общий результат действия сил не зависит от порядка их приложения. В соответствии с данным принципом напряжения и перемещения, возникающие в теле от действия

нескольких сил, можно определять как их сумму от действия каждой отдельной силы. *Принцип независимости действия сил применим только для линейных систем; если система нелинейная, то к ней применять этот принцип нельзя.*

Принцип начальных размеров следует из того очевидного положения, что при нагружении твердого тела его геометрические размеры и форма изменяются незначительно. Согласно этому принципу, при составлении уравнений равновесия деформированного тела можно пренебречь его деформацией и рассматривать тело как жесткое, недеформированное, имеющее те же размеры, какие оно имело до нагружения. Принцип начальных размеров не применим к мгновенно изменяемым системам, которые в некотором положении допускают перемещение элементов, не сопровождающиеся деформациями.

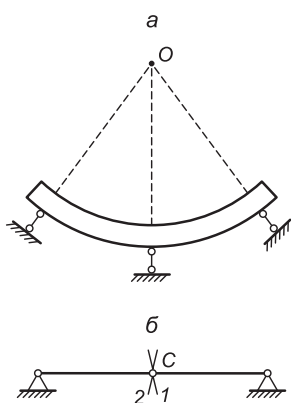


Рис. 1.5

Мгновенно изменяемая система получается тогда, когда направления всех связей пересекаются в одной точке (рис. 1.5, а) или когда стержневая система имеет три шарнира, расположенных на одной прямой (рис. 1.5, б).

Плоский блок (см. рис. 1.5, а) обладает мгновенной подвижностью, так как допускает в первый момент приложения нагрузки небольшой поворот относительно точки O . Стержневая система (см. рис. 1.5, б) имеет в точке C общую касательную к окружностям 1 и 2, по которым перемещаются концы стержней. Таким образом, шарнир в точке C допускает бесконечно малое перемещение общей точки C без изменения длины соединенных элементов. В системе, изображенной на рис. 1.6, стержни расположены так, что общая касательная в шарнире C отсутствует. Поэтому бесконечно малое перемещение общей точки C невозможно.

При действии нагрузок мгновенно изменяемые системы не находятся в равновесии. Уравнения равновесия для них не удовлетворяются. Опорные реакции и усилия в элементах таких систем имеют бесконечно большие значения или становятся неопределимыми. Например, система стержней, изображен-

При действии нагрузок мгновенно изменяемые системы не находятся в равновесии. Уравнения равновесия для них не удовлетворяются. Опорные реакции и усилия в элементах таких систем имеют бесконечно большие значения или становятся неопределимыми. Например, система стержней, изображен-

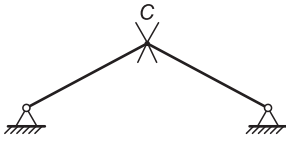


Рис. 1.6

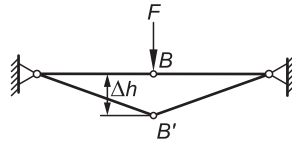


Рис. 1.7

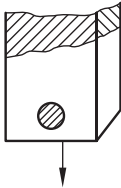


Рис. 1.8

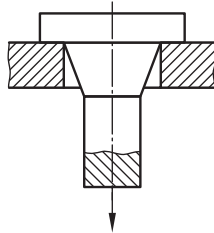


Рис. 1.9

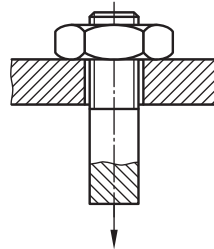


Рис. 1.10

ная на рис. 1.7, при любой малой силе F в начальном состоянии, когда три шарнира располагаются на одной прямой, не находится в равновесии, а обладает мгновенной подвижностью, в результате чего шарнир B переместится на некоторую величину Δh .

Мгновенно изменяемые, а также близкие к ним системы не должны использоваться в качестве инженерных конструкций.

Принцип Сен-Венана утверждает, что особенности приложения внешних сил к телу проявляются в малом объеме тела вокруг нагруженного участка на расстояниях, не превышающих линейных размеров поперечного сечения тела. Теоретического доказательства принцип Сен-Венана не имеет, но его справедливость подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями. Согласно принципу Сен-Венана, для всех случаев нагружения, представленных на рис. 1.8, 1.9, 1.10, напряженное состояние будет различным только в заштрихованной части.

Напряженное состояние в заштрихованной части стержня будет во всех случаях одним и тем же – состоянием простого растяжения.

Принцип Сен-Венана имеет большое практическое значение, так как позволяет исключить область местных напряжений и значительно упростить решения прочностных задач.

1.4. Метод сечений. Определение внутренних силовых факторов через внешние силы

Целостность твердого тела обуславливается наличием сил взаимодействия между его частицами. При деформации тела данные силы изменяются. Разрушение означает преодоление внутренних связей между частями тела. При проведении расчетов на прочность необходимо знать внутренние силы, возникающие в элементе конструкции при нагружении, для чего их необходимо перевести в категорию внешних сил. Единственным методом решения этой задачи является **метод сечений**.

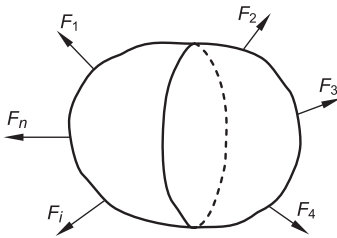


Рис. 1.11

Рассмотрим твердое тело, на которое действует произвольная система внешних сил F_1, F_2, \dots, F_n (рис. 1.11), удовлетворяющая условиям равновесия. Мысленно разрежем тело плоскостью на две части.

Отбросим одну часть, например правую, и рассмотрим равновесие оставшейся левой части. Чтобы она находилась в рав-

новесии, необходимо действие отброшенной части на оставшуюся заменить в сечении силами. Данные силы являются внутренними. В другом сечении они будут другими. По принципу действия и противодействия внутренние силы взаимны. Правая часть действует на левую так же, как левая на правую. Внутренние силы считаются поверхностными, т. е. принимается, что частицы, расположенные за сечением, во взаимодействии не участвуют.

Таким образом, метод сечений позволяет обнаруживать внутренние силы и рассматривать их как внешние по отношению к оставшейся части тела.

Используя правила статики, систему внутренних сил можно привести к любой точке сечения. В сопротивлении материалов принято систему внутренних сил приводить к центру тяжести сечения (рис. 1.12). Выберем декартову систему координат с началом в центре тяжести сечения. Ось x направим перпендикулярно к сечению, а оси y и z расположим в плоскости сечения. В результате приведения получим главный вектор \bar{F}_c и

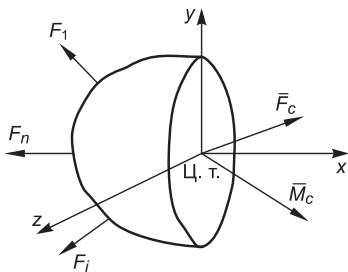


Рис. 1.12

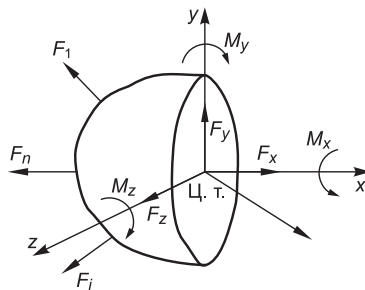


Рис. 1.13

главный момент \bar{M}_c . Разложив главный вектор и главный момент по осям координат, получим три силы и три момента $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ (рис. 1.13). Эти составляющие, представляющие скалярные проекции векторов, обозначаются специальными буквами и называются **внутренними силовыми факторами**. $F_x = N$ называется **продольной** или **нормальной силой**; $F_y = Q_y$ и $F_z = Q_z$ называются **поперечными силами**; $M_x = T$ называется **крутящим моментом**; M_y и M_z называются **изгибающими моментами** относительно осей y и z .

Так как оставшаяся часть находится в равновесии, то для нее в общем случае можно составить шесть уравнений равновесия:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} - N = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iy} - Q_y = 0; \quad \sum_{i=1}^n F_{iz} - Q_z = 0; \quad (1.4)$$

$$\sum_{i=1}^n m_x(F_i) - T = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_y(F_i) - M_y = 0; \quad \sum_{i=1}^n m_z(F_i) - M_z = 0.$$

Из уравнений (1.4) следует, что

$$N = \sum_{i=1}^n F_{ix}; \quad Q_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}; \quad Q_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}; \quad T = \sum_{i=1}^n m_x(F_i);$$

$$M_y = \sum_{i=1}^n m_y(F_i); \quad M_z = \sum_{i=1}^n m_z(F_i).$$

Таким образом, нормальная сила N в поперечном сечении равна алгебраической сумме проекций на ось x всех внешних сил, действующих на оставшуюся часть тела; поперечные силы

Q_y и Q_z в сечении соответственно равны алгебраической сумме проекций на оси y и z , расположенные в рассматриваемом сечении, всех внешних сил, действующих на оставшуюся часть тела; крутящий момент T в поперечном сечении равен алгебраической сумме моментов относительно оси x всех внешних сил, действующих на оставшуюся часть тела; изгибающие моменты M_y и M_z в сечении соответственно равны алгебраической сумме моментов относительно осей y и z рассматриваемого сечения всех внешних сил, действующих на оставшуюся часть тела. Естественно, результаты будут одинаковыми независимо от того, какая часть рассеченного тела рассматривается.

Знаки внутренних силовых факторов принято определять направлением данных факторов относительно поперечного сечения, к которому они приложены, что соответствует характеру деформаций и действующим в сечении элементарным силам.

Нормальная сила, направленная от сечения, вызывает в нем растяжение материала и считается *положительной*, а направленная к сечению – вызывает сжатие материала и считается *отрицательной*.

Поперечная сила считается *положительной*, если внешние силы стремятся вращать отсеченную часть бруса (рамы) относительно проведенного сечения по часовой стрелке; если внешние силы стремятся вращать отсеченную часть против часовой стрелки, то поперечная сила считается *отрицательной*.

Изгибающий момент в сечении от внешних сил, вызывающих сжатие верхних волокон балки или сжатие наружных волокон рамы, считается *положительным*, а изгибающий момент в сечении от внешних сил, вызывающих сжатие нижних волокон балки или внутренних волокон рамы, – *отрицательным*. Для стержней, расположенных внутри рамы, знаки изгибающим моментам не присваиваются, а эпюры строятся на сжатых волокнах стержней. Правило знаков для N , Q и M показано на рис. 1.14.

Из него следует, что положительная нормальная сила вызывает растяжение элемента; положительная поперечная сила

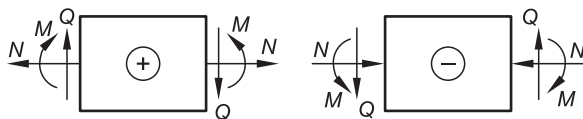


Рис. 1.14

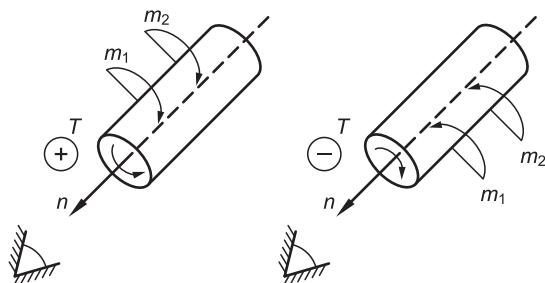


Рис. 1.15

стремится вращать элемент по часовой стрелке; положительный изгибающий момент вызывает сжатие верхних волокон элемента.

Крутящий момент в сечении считается *положительным*, когда скручивающие моменты от внешних сил, действующих на отсеченную часть бруса, направлены по часовой стрелке, если смотреть на сечение со стороны внешней нормали; если скручивающие моменты направлены против часовой стрелки, то крутящий момент в сечении считается *отрицательным* (рис. 1.15).

Если внешние силы, включая опорные реакции, известны, то уравнения (1.4) определяют все внутренние силовые факторы в сечении.

В соответствии с наименованием силовых факторов производится классификация видов нагружения. Нагружение называется **простым**, если в поперечных сечениях элемента конструкции возникает только один внутренний силовой фактор. Простыми видами нагружения являются: *растяжение* (сжатие) – в поперечных сечениях элемента возникает только нормальная (продольная) сила; *кручение* – в поперечных сечениях элемента возникает только крутящий момент; *чистый изгиб* – в поперечных сечениях элемента возникает только изгибающий момент; *сдвиг* – в поперечных сечениях элемента возникает только поперечная сила.

Нагружение называется **сложным** (комбинированным), если в поперечных сечениях элемента одновременно возникают несколько силовых факторов. Комбинированными видами нагружения будут: *поперечный изгиб* – в поперечных сечениях одновременно с изгибающим моментом возникает еще попереч-

ная сила; *изгиб с кручением* – в поперечных сечениях наряду с изгибающим моментом возникает крутящий момент и т. д.

Если в поперечных сечениях элемента одновременно действуют все внутренние силовые факторы, то считают, что имеет место **общий случай нагружения**.

Введение внутренних силовых факторов позволяет все разнообразие действующих внешних нагрузок и геометрических форм элементов конструкций привести к сравнительно небольшому количеству видов нагружения. Чтобы определить вид нагружения элемента конструкции или отдельного участка, необходимо, используя метод сечений, установить, какие внутренние силовые факторы возникают в его поперечных сечениях.

1.5. Эпюры внутренних силовых факторов

Внутренние силовые факторы при переходе от сечения к сечению, как правило, изменяют свою величину. Для проведения расчетов на прочность необходимо знать сечения, в которых внутренние силовые факторы достигают максимального значения. Такие сечения называются **опасными**. Отыскать опасные сечения, установить действующие максимальные значения внутренних сил и моментов помогает построение **эпюр**. Эпюрами называются графики, построенные по уравнениям (1.4) и показывающие как изменяются внутренние силовые факторы в сечениях по длине бруса (балки).

Построение эпюр начинается с определения опорных реакций, которые характеризуют взаимодействие рассматриваемого тела с другими телами и являются внешними силами. В задачах, связанных с расчетом на прочность, правильное определение величин и направлений реакций опор имеет первостепенное значение и должно подвергаться обязательной проверке. Величины опорных реакций находятся из условия равновесия конструкции как свободного тела. Составляющие (проекции) неизвестных реакций опор в общем случае удобно направлять по положительным направлениям осей координат. Если в результате решения составляющая окажется отрицательной, это значит, что сила в действительности направлена в другую сторону и ее направление необходимо заменить на обратное. При составлении уравнений равновесия стремятся, чтобы каждая неизвестная составляющая реакций определялась независимо от других из одного уравнения. Например, при определении опорных реакций балок со свободно опертыми концами целе-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	3
Глава 1. Основные понятия и определения.....	5
1.1. Основные понятия.....	5
1.2. Основные критерии работоспособности элементов конструкций.....	7
1.3. Расчетная модель.....	9
1.4. Метод сечений. Определение внутренних силовых факторов через внешние силы.....	14
1.5. Эпюры внутренних силовых факторов.....	18
1.6. Соотношение между нагрузкой, нормальной и поперечной силами, изгибающим моментом при растяжении стержней, изгибе балок и криволинейных брусьев.....	19
1.7. Напряжения.....	58
1.8. Перемещения и деформации.....	61
1.9. Связь перемещений и деформаций.....	65
1.10. Относительная линейная деформация в произвольном направлении.....	69
Глава 2. Теория напряженного состояния.....	74
2.1. Напряженное состояние в точке.....	74
2.2. Плоское и линейное напряженные состояния.....	78
2.3. Исследование напряженного состояния в точке.....	79
2.4. Касательные напряжения.....	85
2.5. Обзор различных видов напряженных состояний.....	87
2.6. Уравнение равновесия элемента тела в случае линейного неоднородного напряженного состояния.....	93
Глава 3. Основные законы и константы упругих свойств материала.....	99
3.1. Закон Гука при растяжении и сжатии.....	99
3.2. Коэффициент Пуассона.....	100
3.3. Обобщенный закон Гука.....	103
3.4. Закон Гука при сдвиге.....	106
3.5. Объемная деформация.....	108
3.6. Потенциальная энергия деформации.....	109
Глава 4. Механические характеристики материалов.....	119
4.1. Испытание материалов на растяжение.....	119
4.2. Испытание материалов на сжатие.....	131
4.3. Работа деформации.....	135
4.4. Оценка предела прочности материала по показателю твердости... ..	137
4.5. Понятие о наклепе.....	140
4.6. Влияние различных факторов на механические характеристики материала.....	141
4.7. Допускаемые напряжения.....	145
4.8. Композиционные материалы.....	148
4.9. Механические характеристики композитов.....	150
Глава 5. Критерии прочности, или критерии предельных напряженных состояний.....	153

5.1. Сущность теорий прочности.....	153
5.2. Классические критерии прочности.....	156
5.3. Критерий прочности Мора	160
Глава 6. Геометрические характеристики плоских сечений	166
6.1. Основные определения	166
6.2. Центр тяжести сложных сечений.....	170
6.3. Параллельный перенос осей	178
6.4. Поворот осей координат.....	180
6.5. Главные оси и главные моменты инерции.....	182
Глава 7. Растяжение и сжатие	198
7.1. Определение напряжений в поперечных сечениях стержня	198
7.2. Определение перемещений сечений стержня.....	200
7.3. Условие прочности и жесткости при растяжении и сжатии	202
7.4. Гибкие нити	213
7.5. Расчет биметаллических проводов.....	222
Глава 8. Кручение	231
8.1. Напряжения в поперечных сечениях прямого круглого бруса.....	231
8.2. Определение углов закручивания сечений бруса при кручении	235
8.3. Условия прочности и жесткости при кручении. Допускаемые напряжения	236
8.4. Напряжения при кручении прямых брусьев некруглого поперечного сечения	239
8.5. Расчет валов по заданной мощности и числу оборотов	242
Глава 9. Статически неопределимые системы при растяжении (сжатии) и кручении	249
9.1. Составление уравнений перемещения и расчет статически неопределимых систем	249
9.2. Начальные (монтажные) и температурные напряжения.....	259
Глава 10. Сдвиг	273
10.1. Практические расчеты на срез и смятие	273
10.2. Допускаемые напряжения для сварных, болтовых и заклепочных соединений.....	286
Глава 11. Изгиб	296
11.1. Виды изгибов.....	296
11.2. Напряжения в поперечных сечениях балки при частом изгибе.....	297
11.3. Напряжения в поперечных сечениях балки при поперечном изгибе	302
11.4. Касательные напряжения при поперечном изгибе.....	303
11.5. Расчет балок на прочность при изгибе.....	315
11.6. Балки переменного сечения.....	318
11.7. Рациональные формы поперечных сечений балок при изгибе.....	328
11.8. Концентрация напряжений	332
Глава 12. Перемещения при изгибе	342
12.1. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.....	342
12.2. Метод начальных параметров.....	349
12.3. Расчет на жесткость при изгибе.....	355
12.4. Влияние поперечных сил на изгиб балок.....	355

Глава 13. Перемещения в брус при произвольной нагрузке	361
13.1. Потенциальная энергия деформации бруса в общем случае нагружения	361
13.2. Теорема Кастилиано. Теорема Лагранжа	367
13.3. Интегралы Максвелла - Мора для определения перемещений	373
13.4. Способ Верещагина.....	382
13.5. Вариационные методы расчета конструкций.....	394
Глава 14. Сложное нагружение	404
14.1. Особенности расчета брусьев при сложном нагружении	404
14.2. Косой изгиб.....	404
14.3. Изгиб с кручением	424
14.4. Расчет цилиндрических винтовых пружин растяжения - сжатия	434
14.5. Внецентренное растяжение и сжатие брусьев большой жесткости	443
14.6. Изгиб с растяжением (сжатием).....	450
14.7. Изгиб плоских кривых брусьев	458
14.8. Перемещения в брусьях большой кривизны.....	467
Глава 15. Расчет статически неопределимых стержневых систем методом сил	474
15.1. Общие понятия о статически неопределимых стержневых системах.....	474
15.2. Определение степени статической неопределимости системы.....	476
15.3. Метод сил. Выбор основной системы	481
15.4. Теоремы о взаимности работ и перемещений	482
15.5. Канонические уравнения метода сил	484
15.6. Определение перемещений в статически неопределимых системах.....	490
15.7. Особенности расчета симметричных систем.....	490
15.8. Расчет статически неопределимых балок	495
15.9. Метод перемещений. Канонические уравнения метода перемещений	520
Глава 16. Расчет на прочность при циклически изменяющихся напряжениях	529
16.1. Понятие об усталостном разрушении	529
16.2. Типы циклов напряжений и их параметры.....	535
16.3. Кривая усталости. Предел выносливости при симметричном цикле	537
16.4. Факторы, влияющие на сопротивление усталости деталей	540
16.5. Диаграмма усталостной прочности, или диаграмма Хейга	545
16.6. Схематизация диаграммы усталостной прочности	547
16.7. Расчет на выносливость при линейном напряженном состоянии	548
16.8. Расчет на выносливость при чистом сдвиге.....	551
16.9. Расчет на выносливость при плоском напряженном состоянии... ..	552
16.10. Пути повышения сопротивления усталости конструкций.....	553
16.11. Понятие о малоцикловой усталости	562

Глава 17. Динамические нагружения	575
17.1. Динамические нагрузки, вызывающие движение тела с ускорением	575
17.2. Ударная нагрузка	578
17.3. Вычисление коэффициента η приведения массы	583
17.4. Анализ формулы динамического коэффициента	587
17.5. Условие прочности при ударе и некоторые рекомендации к проектированию элементов конструкций	592
Глава 18. Продольный и продольно-поперечный изгиб прямых стержней	598
18.1. Понятие об устойчивости равновесия упругих тел	598
18.2. Определение критической силы. Формула Эйлера	600
18.3. Влияние закрепления концов стержня на величину критической силы	605
18.4. Пределы применимости формулы Эйлера. Формула Ясинского ..	607
18.5. Расчет на устойчивость сжатых стержней по коэффициенту снижения допускаемых напряжений	611
18.6. Выбор рациональной формы поперечных сечений для сжатых стержней	613
18.7. Энергетический метод (метод Ритца) определения критической силы	621
18.8. Продольно-поперечный изгиб	626
Глава 19. Расчет тонкостенных оболочек вращения	636
19.1. Особенности расчетной схемы тонкостенной оболочки вращения	636
19.2. Определение напряжений в осесимметричной оболочке по безмоментной теории	636
19.3. Частные случаи расчета оболочек по безмоментной теории	641
19.4. Определение радиальной распределенной нагрузки, действующей на распорное кольцо в оболочках	645
Глава 20. Расчет толстостенных цилиндров	653
20.1. Определение напряжений в толстостенном цилиндре при действии внутреннего и наружного давления	653
20.2. Определение перемещений в толстостенном цилиндре при действии внутреннего и наружного давления	657
20.3. Анализ частных случаев нагружения толстостенных цилиндров $\sigma_x = 0$	659
20.4. Расчет посадок с гарантированным натягом	668
20.5. Определение напряжений в составных трубах	672
Глава 21. Механические колебания упругих линейных систем	681
21.1. Основные положения теории колебаний	681
21.2. Общее дифференциальное уравнение колебаний упругих линейных систем с одной степенью свободы	684
21.3. Свободные колебания линейных систем	685
21.4. Вынужденные колебания линейных систем	691
21.5. Учет собственного веса системы при колебаниях	700
21.6. Методы отстройки систем от резонанса	703
21.7. Условие прочности при колебаниях	704
21.8. Колебания систем с несколькими степенями свободы	711

Глава 22. Расчет конструкций по предельной нагрузке	716
22.1. Основные понятия	716
22.2. Схематизация диаграмм растяжения материалов	719
22.3. Растяжение и сжатие стержневых систем при наличии пластических деформаций	721
22.4. Упруго-пластическое кручение	726
22.5. Упруго-пластический изгиб	729
22.6. Остаточные напряжения	742
22.7. Заневоливание валов	750
Историческая справка	752
Приложения	760
Литература	791

Учебное издание

Подскребко Михаил Данилович
СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Учебник

Редактор *А.В. Новикова*
Художественный редактор *В.А. Ярошевич*
Технический редактор *Л.И. Счисленок*
Корректоры *Т.В. Кульнис, Е.В. Савицкая, В.И. Аверкина, Т.К. Хваль*
Компьютерная верстка *Н.В. Шабуня*

Подписано в печать 30.08.2007. Формат 84×108/32. Бумага офсетная.
Гарнитура «Нимбус». Офсетная печать. Усл. печ. л. 42,0. Уч.-изд. л. 35,72.
Тираж 2700 экз. Заказ 2312.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Вышэйшая школа”».
ЛИ № 02330/0131768 от 06.03.2006. 220048, Минск, проспект Победителей, 11.
<http://vshph.com>

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Белорусский Дом печати”».
220013, Минск, проспект Независимости, 79.