

**А.Н. Бобрышев
В.Т. Ерофеев
В.Н. Козомазов**

Полимерные композиционные материалы



А. Н. Бобрышев, В. Т. Ерофеев, В. Н. Козомазов

ПОЛИМЕРНЫЕ КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

*Рекомендовано Федеральным государственным образовательным
учреждением высшего профессионального образования
«Московский государственный строительный университет»
в качестве учебного пособия для студентов ВПО,
обучающихся по программе бакалавриата по направлению
270800 «Строительство»*



Издательство АСВ
Москва
2013

УДК 620.1(075.8)
ББК 30.36
Б72

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра строительных материалов Московского государственного
строительного университета
(заведующий – доктор технических наук, профессор *Д. В. Орешкин*);

ректор НОУ «Институт экономики и предпринимательства»
академик Российской академии архитектуры и строительных наук,
доктор технических наук, профессор *Ю.А. Соколова*;

профессор кафедры «Строительные материалы и технологии»
Московского государственного университета путей сообщения,
доктор технических наук, профессор *В. И. Кондращенко*

Бобрышев А. Н., Ерофеев В. Т., Козомазов В. Н.

Б72 Полимерные композиционные материалы: учеб. пособие.
– М.: Издательство АСВ, 2013. – 480 с.

ISBN 978-5-93093-980-4

В учебном пособии приведен анализ кластерных, решеточных и каркасных структур композитных материалов с учетом основных положений синергетики – новой научной дисциплины, связанной с изучением самоорганизующихся временных и пространственных образований в сложных неупорядоченных системах различной природы, а также гидродинамики, теплофизики и механики композитных материалов.

Настоящее издание предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по строительным специальностям, а также может быть использовано для расширения кругозора аспирантов, научных, инженерно-технических работников, специализирующихся в области полимерного материаловедения и технологий получения полимерных композитных материалов.

Регистрационный номер рецензии 1842 от 13.06.12

УДК 620.1(075.8)
ББК 30.36

ISBN 978-5-93093-980-4

© Издательство АСВ, 2013
© Бобрышев А.Н., Ерофеев В. Т.,
Козомазов В.Н., 2013

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время практически все отрасли современной техники не обходятся без применения конструкций и изделий на основе композитных (композиционных) материалов (КМ), которые способствуют повышению надежности, срока службы, снижению материалоемкости и улучшению других важнейших параметров изделий, агрегатов, приборов, тем самым обуславливая развитие научно-технического прогресса в строительстве, машиностроении, авиакосмической и других отраслях промышленности на базе фундаментальных наук в области химии, физики, физической химии и механики. Развитие композиционных материалов сопровождается появлением большого количества литературы, посвященной теории и практике их получения и применения.

Предметом данного издания является систематизация накопленного опыта в области структурообразования и изучения свойств композитов с дисперсными наполнителями и гранулированными наполнителями и изложение результатов собственных исследований авторов в области физики и синергетики дисперсно-неупорядоченных конденсированных композитных систем. В изложении материала использованы современные теории кластерных образований, перколяции (протекания), фрактальной геометрии, неравновесных систем, гидродинамики, топологической динамики и кинетики, теплофизики, механики композиционных материалов, а также элементы других теорий.

В учебном пособии показано, что кластерные образования – скопления частиц наполнителя энергетически более выгодны, чем равномерное их распределение в объеме. При анализе теории протекания аналитическим методом выделены величины порогов протекания для задач по касающимся и перекрывающимся сферам. С использованием представлений о 3d-кластере найдены численные значения критических индексов перколяции.

С использованием методов термодинамического анализа описано экстремальное изменение прочности композитов в зависимости от объемного содержания наполнителя.

В природе критические процессы протекают в режиме внутреннего времени (*inside time*). В классическом представлении кинетических процессов внутреннее время не предусматривается. Поэтому классические модели не могут описывать такие известные эволюционные сценарии, как овершут или ложный старт. Прямыми методами установить внутреннее время невозможно. Поэтому в рамках предлагаемого издания с целью адекватного описания кинетических процессов использован метод И. Пригожина – «овременивание» пространства. С учетом теории движения свободнодисперсных и связнодисперсных систем даны закономерности структурообразования каркасных систем на основе гранулированных наполнителей. Для различных структур приведены теоретические зависимости прочности, жесткости и проницаемости композитов.

Глава 1. ФРАКТАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

1.1. РАЗМЕРНОСТЬ СИСТЕМ

Важную роль в идентификации и характеристике фракталов играет параметр размерности изучаемых систем. Найдем простую зависимость, с помощью которой вычисляется размерность систем. Пусть имеется начальный объем (множество) V_0 , который делится на N элементов так, что объем одного элемента

$$V_i = V_0/N \quad (i = 1, \dots, N). \quad (1.1)$$

Примем начальный объем за единичный: $V_0 = 1$. Тогда представленное соотношение запишется в форме $V_i = 1/N$. При этом размер l_i единичного элемента

$$l_i = V_i^{1/3} = 1/N^{1/3}. \quad (1.2)$$

Равенство (1.2) можно записать иначе: $l_i^3 = 1/N$. Но степень три является размерностью объемной системы, т. е. $d = 3$. Необходимо отметить, что здесь размерность системы d совпадает с размерностью евклидова пространства d_3 . Индекс 3 указывает на размерность пространства: $d_3 = 3$. Запишем приведенную формулу в более общем виде:

$$l_i^d = 1/N, \quad N = (1/l_i)^d. \quad (1.3)$$

Отсюда получаем выражение для размерности d :

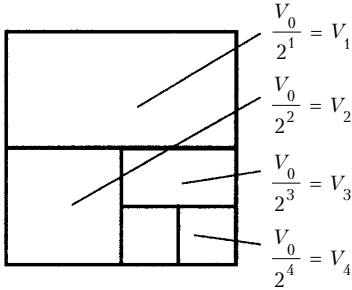
$$d = \ln N / \ln(1/l_i). \quad (1.4)$$

Определим размерность объемной системы, для которой известно, что $N = V_0/V_i$ и $l_i = 1/(V_0/V_i)^{1/3}$. По формуле (1.4) находим

$$d = \frac{\ln(V_0/V_i)}{\ln \frac{1}{1/(V_0/V_i)^{1/3}}} = 3.$$

В данном примере весь объем V_0 является одним множеством и полностью заполняется кубами объемом $V_i = l_i^3$.

Рассмотрим более сложную ситуацию. Пусть заданный объем V_0



Р и с. 1.1. Схема заполнения объема V_0

(множество) поделен на несколько подмножеств. Все подмножества являются континуальными средами. Подмножества заполняют объем V_0 по схеме, данной на рис. 1.1. Первое заполняет половину представительского объема: $V_1 = 0,5V_0$; второе — половину оставшегося объема: $V_2 = 0,5(V_0 - 0,5V_0) = 0,25V_0$; третье занимает объем $V_3 = 0,5(V_0 - 0,5V_0 - 0,25V_0) = 0,125V_0$.

В действительности подмножества могут принимать любые формы, переплетаясь между собой. Из рис. 1.1

видно, что объем, заполняемый n -м подмножеством, равен $V_n = V_0/2^n$ и является обобщенной формой записи объема любого из подмножеств рассматриваемой системы. Отсюда размер n -го подмножества $l_n = V_n^{1/3} = (V_0/2^n)^{1/3}$. Чтобы определить размерность такой системы по формуле (1.4), необходимо знать две величины: l_n и N , причем l_n известна из предыдущих вычислений. Неизвестной остается величина N , которая определяется из сравнительного анализа. С этой целью примем исследуемый объем (множество) за единичный так, чтобы $V_0 = V_0/2^0 = 1$, $l_0 = (V_0/2^0)^{1/3} = 1$. Сравнивая значения l_n и V_n для любого подмножества с единичными l_0 и V_0 , получим приведенные величины. В соответствии с равенствами (1.1) и (1.2) имеем

$$N_n = V_0 / V_n = (V_0 / 2^0) / (V_0 / 2^n) = 2^n,$$

$$l_n = l_n / l_0 = (V_0 / 2^n)^{1/3} / (V_0 / 2^0)^{1/3} = (1/2^n)^{1/3}. \quad (1.5)$$

Подставляя выражения (1.5) в (1.4), получим размерность исследуемого множества V_0 , заполненного n подмножествами:

$$d = \frac{\ln 2^n}{\ln [1/(1/2^n)]^{1/3}} = 3.$$

Из приведенных решений видно, что как в первом, так и во втором примерах применялись методы полного континуального (неразрывного) заполнения исследуемого объекта V_0 . Отсюда следует весьма важный вывод: в неизменной континуальной системе, представляющей собой как единое множество, так и ряд континуальных подмножеств, фракталы (т. е. системы с дробной размерностью) не образуются. Таким образом, одним из условий формирования фракталов является дискретность системы. Другое условие заключено в автомодельности (самоповторяемости). Поясним последнее на примере.

Рассмотрим дискретную систему, состоящую из полидисперсных сфер, представляющих ряд подмножеств. Полидисперсность реализуется по определенной закономерности, заключающейся в том, что в свободном пространстве трех плотно сомкнутых сфер текущего подмножества размещается касающаяся их сфера последующего подмножества. Такая модель проиллюстрирована на рис. 1.2.

Чтобы связать между собой величины диаметров l_0 и l_1 (основное множество и первое подмножество), рассмотрим прямоугольный треугольник ABC. Из треугольника находим $[(l_0 + l_1)/2]\cos 30^\circ = l_0/2$. Преобразуя данное равенство, получим $l_1 = 0,1547l_0$. При подобном рассмотрении можно получить аналогичную зависимость между первым и вторым подмножествами: $l_2 = 0,1547l_1 = 0,1547^2l_0$. Обобщая, для n -го подмножества имеем $l_n = 0,1547^n l_0$. Здесь автомодельным отношением является величина $z = 0,1547$. Если рис. 1.2 уменьшить в n раз, то вместо диаметра l_1 получим диаметр n -го подмножества l_n , что и определяет самоповторяемость такой системы сфер. Следовательно, в автомодельных системах реализуется отображение «сама на себя». Используя автомодельное отношение, получим

$$l_n = z^n l_0. \quad (1.6)$$

Для автомодельных систем число частей n -го подмножества N_n можно выразить через порядок этого подмножества в виде

$$N_n = p^n N_0, \text{ или } N_n = p N_{n-1}, \quad (1.7)$$

где N_0 — число элементов основного подмножества; p — часть элементов N_0 , приходящаяся на один порядок автомодельного отношения.

Примем единичные значения $l_0 = 1$, $N_0 = 1$ и найдем приведенные величины:

$$l_n = z^n l_0 = z^n, \quad N_n = p^n N_0 = p^n. \quad (1.8)$$

Подставляя выражения (1.8) в формулу (1.4), получим зависимость Хаусдорфа [157, 162, 163] для определения размерности систем:

$$D = \frac{\ln N_n}{\ln (1/l_n)} = \frac{\ln p^n}{\ln (1/z^n)} = \frac{\ln p}{\ln (1/z)}. \quad (1.9)$$

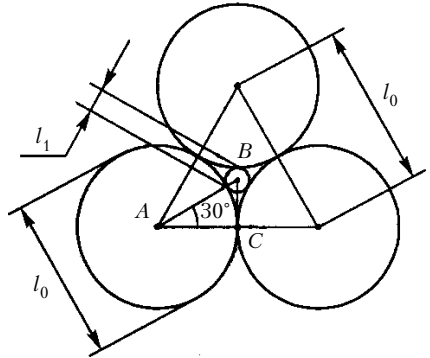


Рис. 1.2. Модель элемента дискретной системы, состоящей из полидисперсных сфер

Если $0 < D < 3$ и имеет дробную величину, то объект является фракталом. В том случае, когда система нефрактальна, Хаусдорфова размерность D совпадает с размерностью евклидова пространства: $D = d$. В целом согласно уравнениям (1.4) и (1.9) системы (как нефрактальные, так и фрактальные) можно характеризовать равнозначными обобщенными зависимостями:

$$l_n^D = 1 / N_n, \quad (1.10)$$

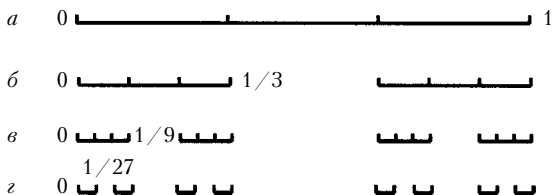
$$z^{nD} = 1 / p^n, \quad z^D = 1 / p.$$

Получив необходимые расчетные формулы (1.9) и (1.10), можно перейти к анализу геометрически правильных фрактальных систем. Прежде всего приведем в порядке возрастания сложности несколько наглядных примеров.

1.2. ГЕОМЕТРИЯ ФРАКТАЛОВ

Рассмотрим первый из фракталов — множество Кантора (канторовская пыль), образуемое из одномерной системы-линии (рис. 1.3) [94]. Пусть имеется отрезок прямой единичной длины. Разделим исходный отрезок на три равные части (рис. 1.3, *а*) и отбросим средний отрезок (рис. 1.3, *б*). Оставшиеся два отрезка длиной $1/3$ разделим вновь на три части (рис. 1.3, *б*) и также отбросим средние отрезки (рис. 1.3, *в*). Продолжая подобное деление, в пределе получим множество изолированных точек. Это множество не может иметь своей длины, и поэтому его размерность должна равняться нулю. Определим размерность этого множества по формуле (1.9): $D = \ln p / \ln(1/z)$. Как видно из рис. 1.3, каждому буквенному обозначению (*а*, *б*, *в*, *г*) отвечает определенное подмножество канторовского множества. Согласно формулам (1.8) для этих подмножеств (в порядке их возрастания) имеем:

- а) $l_0 = (1/3)^0, N_0 = 2^0$; б) $l_1 = (1/3)^1, N_1 = 2^1$;
- в) $l_2 = (1/3)^2, N_2 = 2^2$; г) $l_3 = (1/3)^3, N_3 = 2^3$;
- д) $l_n = (1/3)^n, N_n = 2^n$.



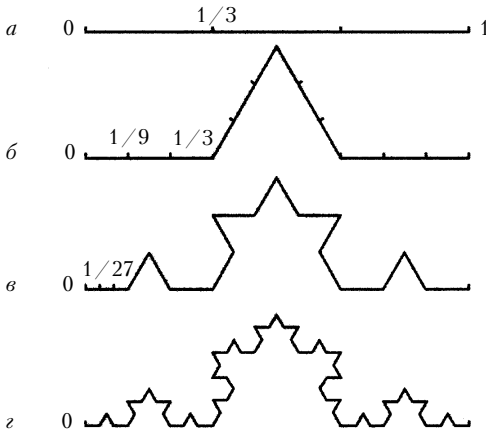
Р и с. 1.3. Геометрическая модель множества Кантора

Следовательно, для рассматриваемого случая автомодельное отношение $z = 1/3$, а число элементов, приходящихся на один порядок автомодельного отношения, $p = 2$. Подставляя z и p в формулу (1.9), получим $D = \ln 2 / \ln 3 = 0,63$. Таким образом, множество Кантора имеет дробную размерность, поэтому является фракталом и представляет собой нечто промежуточное между точкой и линией.

Необходимо отметить, что такой фрактал был получен методом понижения размерности исходной системы-линии, для которой $D = 1$. Исходная линия была сведена посредством последовательно исключения отрезков к системе точечных образований.

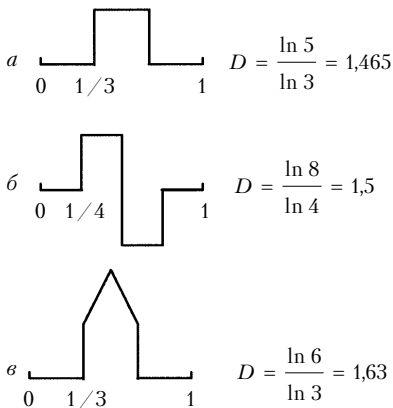
Рассмотрим следующий пример фрактала, который строится методом повышения начальной размерности. Проиллюстрируем этот фрактал одной из фигур Коха (рис. 1.4). Такие фигуры получаются преобразованием прямой линии в сложную ломаную. Пусть имеется отрезок прямой единичной длины. Разделим его на три равные части. Заменяем средний участок отрезка ломаной линией, составленной из двух отрезков, равных по длине третьей части начальной единичной прямой (рис. 1.4, а). С каждым из отрезков ломаной кривой произведем аналогичную операцию. Последовательно усложняя рисунок, можно получить в местах, близких к контуру, высокую плотность линий. Издали такие участки выглядят как затемненная поверхность. Поэтому зрительно наблюдается эффект трансформирования линии в поверхность. Определим размерность такого фрактала. Автомодельное отношение, как и в примере рис. 1.3, $z = 1/3$, а число элементов $p = 4$. Это следует из соотношений

- а) $l_0 = (1/3)^0, N_0 = 4^0$; б) $l_1 = (1/3)^1, N_1 = 4^1$;
- в) $l_2 = (1/3)^2, N_2 = 4^2$; г) $l_3 = (1/3)^3, N_3 = 4^3$;
- д) $l_n = (1/3)^n, N_n = 4^n$.



Р и с. 1.4. Пример триадной фигуры Коха

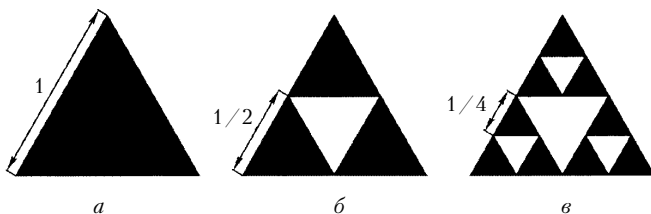
С учетом полученных численных данных размерность фрактала определится по формуле $D = \ln 4 / \ln 3 = 1,262$. Из значения размерности вытекает, что полученный фрактал еще не поверхность, поскольку $D < 2$, но и не линия, так как $D > 1$.



Р и с. 1.5. Фигуры Коха

На рис. 1.5 даны примеры других фигур Коха и указаны размерности соответствующих фракталов. Видно, что фигуры, изображенные на рис. 1.5, a , $б$ — простые, а фигура на рис. 1.5, $в$ составлена из фигур, приведенных на рис. 1.4, $б$ и 1.5, a . Подобным образом можно составить различные фигуры, дающие фракталы. Однако при таком синтезировании фракталов существует ограничение, заключающееся в том, что близко расположенные элементы рисунка не должны перекрывать друг друга, поскольку в таком случае размерность оказывается завышенной и не будет отражать реальной топологической ситуации.

Рассмотрим более сложный фрактал, получаемый методом понижения размерности исходной двумерной фигуры — поверхности, представляющей собой равносторонний треугольник с длиной стороны, равной единице (рис. 1.6).



Р и с. 1.6. Пример формирования фрактала — «салфетка Серпинского»

Разделим стороны треугольника пополам и соединим их середины. Полученные отрезки разбивают исходный треугольник на четыре равносторонних треугольника со стороной, равной $1/2$ (рис 1.6, $б$). Отбросим внутренний треугольник, а оставшиеся треугольники вновь поделим на четыре треугольника со стороной $1/4$ (рис. 1.6, $в$). Отбросим три внутренних треугольника и повторим операции преобразований аналогичным образом, распространяя их до бесконечности. В результате получим фрактал, носящий название «салфетка Сер-

пинского». Как и в предыдущих примерах, определим величины l и N по формулам (1.8) для разных подмножеств «салфетки Серпинского» по мере возрастания их порядка n :

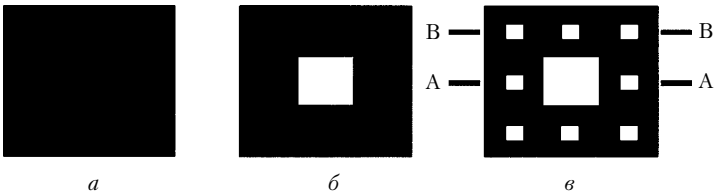
- а) $l_0 = (1/2)^0, N_0 = 3^0$; б) $l_1 = (1/2)^1, N_1 = 3^1$;
- в) $l_2 = (1/2)^2, N_2 = 3^2$; г) $l_3 = (1/2)^3, N_3 = 3^3$;
- д) $l_n = (1/2)^n, N_n = 3^n$.

Отсюда имеем: $z = 1/2, p = 3$. По формуле (1.9.) находим фрактальную размерность «салфетки Серпинского»: $D = \ln 3 / \ln 2 = 1,585$. Следовательно, в этом фрактале при бесконечном делении на части исходная площадь треугольника преобразуется в множество ломаных линий с размерностью, которая определяет состояние системы между линией и поверхностью.

Фрактал «ковер Серпинского» образуется в результате операций деления стороны исходного квадрата на три равные части и исключения центрального квадрата со стороной $1/3$ (рис. 1.7). В данном случае последовательность подмножеств определяется в следующем виде:

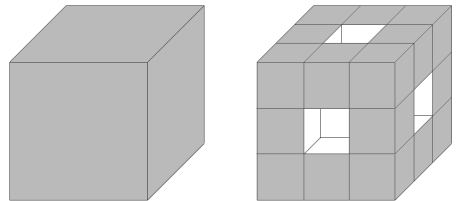
- а) $l_0 = (1/3)^0, N_0 = 8^0$; б) $l_1 = (1/3)^1, N_1 = 8^1$;
- в) $l_2 = (1/3)^2, N_2 = 8^2$; г) $l_3 = (1/3)^3, N_3 = 8^3$;
- д) $l_n = (1/3)^n, N_n = 8^n$.

Отсюда фрактальная размерность «ковра Серпинского» $D = \ln p / \ln(1/z) = \ln 8 / \ln 3 = 1,893$, где $p = 8, z = 1/3$.



Р и с. 1.7. Построение фрактала «ковер Серпинского»

Усложним рассматриваемую систему. Проанализируем фрактал, получаемый понижением размерности пространственной (трехмерной) фигуры — куба с единичной стороной (рис. 1.8).



Р и с. 1.8. Построение фрактала «губка Менгера» с каналной пористостью

Разобьем исходный куб на 27 равных малых кубов со стороной $1/3$. Отбросим центральный малый куб, а также по центральному малому кубу каждой грани. Таким образом, результирующая фигура будет содержать 20 малых кубов (рис. 1.8, б). Проведем подобную операцию на остающихся малых кубах до бесконечности. В соответствии с (1.8) получим следующий ряд:

$$\begin{aligned} \text{а) } l_0 &= (1/3)^0, N_0 = 20^0; \text{ б) } l_1 = (1/3)^1, N_1 = 20^1; \\ \text{в) } l_2 &= (1/3)^2, N_2 = 20^2; \text{ г) } l_3 = (1/3)^3, N_3 = 8^3; \\ \text{д) } l_n &= (1/3)^n, N_n = 20^n. \end{aligned}$$

Образованный фрактал («губка Менгера» с канальной пористостью) имеет размерность $D = \ln 20 / \ln 3 = 2,73$.

Фрактал «губка Менгера» с закрытой пористостью есть трехмерное отображение «ковра Серпинского». Для него размерность составляет $D = \ln 26 / \ln 3 = 2,96$.

Геометрически правильные фракталы практически не наблюдаются, поскольку природные явления протекают на фоне случайных событий, которые накладывают особый отпечаток на геометрию систем. В этой связи рассмотрим два пространственных фрактала, образованных из системы полидисперсных, случайно упакованных сфер, имеющих непосредственное отношение к структуре композитных дисперсно-наполненных материалов.

Дисперсно-неупорядоченные случайно упакованные системы являются типичными моделями композитных материалов. Чаще всего частицы дисперсной фазы имеют значительный разброс по размерам и плотную упаковку, которая характеризует конденсирование состояния композитной системы.

Пусть сферы диаметром $d_0 = 1$ заполняют начальный объем $V_0 = 1$ с плотностью упаковки $v_0 = 0,637$, которая соответствует случайной неупорядоченной упаковке сфер. По существу, величина v_0 является относительным содержанием сфер в объеме V_0 ,

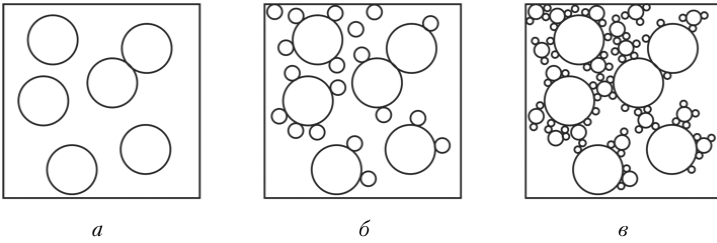
$v_0 = N_0 \pi d_0^3 / (6V_0)$, где N_0 — число сфер в объеме V_0 . Оставшийся объем (подмножество 1), составляющий в относительных единицах $(1 - 0,637)$, заполняют сферы диаметром $d_1 = 0,154d_0$ (случай, когда в свободном пространстве между тремя плотно сомкнутыми сферами d_0 размещается касающаяся их сфера d_1 (см. рис. 1.2)) с плотностью упаковки 0,637. Таким образом, сферы d_1 занимают относительный объем $v_1 = 0,231 = (1 - 0,637) \cdot 0,637$. Число сфер d_1

подмножества 1 $N_1 = 6v_1 / (\pi d_1^3)$. Общий занятый частицами объем становится равным $0,637 + 0,231 = 0,868$. Очевидно, что оставшийся объем (подмножество 2) $(1 - 0,868)$ заполняется сферами диаметром $d_2 = 0,1547d_1 = 0,547^2 d_0$ с плотностью упаковки 0,637, которые занимают объем $v_2 = 0,084 = (1 - 0,868) \cdot 0,637$. Количество заполня-

ющих сфер d_2 определяется выражением $N_2 = 6v_2 / (\pi d_2^3)$. При дальнейшем делении системы на подмножества прослеживается определенная закономерность, выражающаяся в автомодельности.

На рис. 1.9 показаны последовательные этапы заполнения начального объема V_0 сферами различных множеств. Выстроим значения d и N различных подмножеств в ряд в порядке возрастания очередности подмножества:

- а) $d_0 = d_0 0,1547^0$, $N_0 = 6v_0 / \pi d_0^3$; б) $d_1 = d_0 0,1547^1$, $N_1 = 6v_1 / \pi d_1^3$;
 в) $d_2 = d_0 0,1547^2$, $N_2 = 6v_2 / \pi d_2^3$; г) $d_n = d_0 0,1547^n$, $N_n = 6v_n / \pi d_n^3$.



Р и с. 1.9. Пример формирования фрактала из полидисперсных сфер

Из приведенных соотношений следует, что автомодельное отношение для сфер соседних подмножеств $z = d_n / d_{n-1} = 0,1547$. В свою очередь отношение количества заполняющих соседние подмножества сфер $p = N_n / N_{n-1} = v_n / (v_{n-1} z^3) \approx 100$ при условии, что $n \gg 1$.

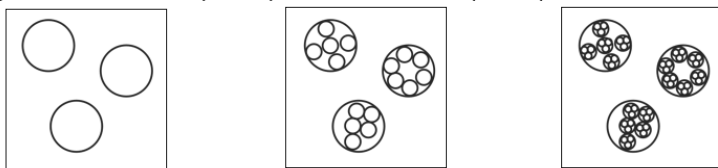
Определим для рассматриваемой системы размерность Хаусдорфа:

$$D = \frac{\ln p}{\ln (1/z)} = \frac{\ln 100}{\ln (1/0,1547)} \approx 2,47.$$

Дробность размерности свидетельствует о том, что рассматриваемая система полидисперсных сфер является фрактальным множеством. Поскольку $3 > d > 2$, то свойства такой фрактальной системы во многом определяются развитой поверхностью заполняющих сфер, хотя в целом система проявляет себя как пространственное образование. Поэтому исследуемый фрактал можно характеризовать как образование, являющееся промежуточным между поверхностью и объемом. Подобная фрактальность непосредственно отражается на свойствах многих композитных материалов, относящихся к классу дисперсно-неупорядоченных конденсированных систем, а ее учет может эффективно использоваться в разработке численных методов оценки и прогнозирования технологических и эксплуатационных характеристик материалов.

Ярким примером здесь могут служить пористые материалы из грубой керамики.

Рассмотрим фрактал, также сформированный из полидисперсных сфер, но имеющий иное строение, подобное строению матрешки. Предположим, что полые сферы диаметром $d_0 = 1$ заполняют начальный объем с плотностью упаковки $0,637$. Число таких сфер $N_0 = 6 \cdot 0,637 / (\pi d_0^3)$. Внутреннее пространство полых сфер заполняют сферы диаметром $d_1 = 0,1547d_0$ с плотностью упаковки $v_1 = 0,406 = 0,637^2$ (рис. 1.10).



Р и с. 1.10. Пример формирования фрактала из встроенных полидисперсных сфер

Число сфер d_1 составляет $N_1 = 6 \cdot 0,637^2 / (\pi d_1^3)$. Продолжая заполнять оставшийся объем, подобным образом получим значения d_n и N_n для n -го подмножества:

- а) $d_0 = d_0 \cdot 0,1547^0$, $N_0 = 6 \cdot 0,637^1 / (\pi d_0^3)$;
- б) $d_1 = d_0 \cdot 0,1547^1$, $N_1 = 6 \cdot 0,637^2 / (\pi d_1^3)$;
- в) $d_2 = d_0 \cdot 0,1547^2$, $N_2 = 6 \cdot 0,637^3 / (\pi d_2^3)$;
- г) $d_n = d_0 \cdot 0,1547^n$, $N_n = 6 \cdot 0,637^{n+1} / (\pi d_n^3)$.

Согласно полученным равенствам имеем $z = d_n / d_{n-1} = 0,1547$, $p = N_n / N_{n-1} = 0,637 / z^3 = 172$. Тогда размерность системы

$$D = \frac{\ln p}{\ln (1/z)} = \frac{\ln 172}{\ln (1/0,1547)} \approx 2,76.$$

Такая фрактальность проявляется в процессах зародышеобразования, например при возникновении кристаллитов в металлах и глобул в полимерах.

Предположим, что множество v_0 и подмножества $v_1 \div v_n$ фрактала, изображенного на рис. 1.9, не состоят из отдельных частиц, а имеют континуальную природу и, следовательно, являются сплошными средами (например, разноцветными красками). Согласно этому имеем

$$v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + \dots = V_0 = 1,$$

$$0,637 + 0,231 + 0,084 + 0,0306 + \dots = 1.$$

Отсюда получим размер множества и подмножеств в виде

$$l_0 = v_0^{1/3} = 0,86, \quad l_1 = v_1^{1/3} = 0,614,$$

$$l_2 = v_2^{1/3} = 0,438, \quad l_3 = v_3^{1/3} = 0,313.$$

Тогда автомодельное отношение $z = l_n/l_{n-1} = 0,712$. Согласно (1.1) количество подмножеств определим из выражений

$$N_0 = \frac{V_0}{v_0} = \frac{1}{v_0}, \quad N_1 = \frac{V_0}{v_1} = \frac{1}{v_1}, \quad N_2 = \frac{V_0}{v_2} = \frac{1}{v_2}, \quad \dots, \quad N_n = \frac{1}{v_n}.$$

Часть заполняющей континуальной среды, приходящаяся на один порядок подмножества, будет равна: $p = \frac{N_n}{N_{n-1}} = \frac{v_0}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} = \dots =$

$= \frac{v_{n-1}}{v_n} \approx 2,77$. В соответствии с рассчитанными значениями z и p получим размерность

$$D = \frac{\ln p}{\ln (1/z)} = \frac{\ln 2,77}{\ln (1/0,712)} = 3.$$

Таким образом, размерность такой системы равна размерности евклидова пространства, для которого $D = d = 3$. Это подтверждает тот факт, что в континуальных средах, пусть даже сложных и состоящих из различных подмножеств, фрактальность отсутствует.

1.3. ФИЗИКА ФРАКТАЛОВ

Примечателен тот факт, что физические фракталы, обладающие определенной структурной симметрией и порядком, возникают там, где, казалось бы, в полной мере проявляется хаос. Именно стохастичность, в итоге определяющая неупорядоченность, придает формам фрактальный характер. Как видно из приведенных в предыдущем разделе примеров, для форм фракталов характерна сильная разветвленность.

Рассматривая «салфетку Серпинского» (см. рис. 1.6) в перевернутом виде, можно представить картину, напоминающую перспективу горного ландшафта, который открывается сверху в разломе двух соседних вершин. Действительно, геометрия горного ландшафта фрактальна, и если посмотреть на горы в бинокль, то можно заметить, что картина «в среднем» практически не изменилась. Те места, которые не были видны, при увеличении через бинокль дают геометрию, подобную той, которая наблюдалась невооруженным глазом. Следует учесть, что формирование гор протекает в условиях явно неупорядоченных процес-

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. ФРАКТАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ	5
1.1. Размерность систем	5
1.2. Геометрия фракталов	8
1.3. Физика фракталов	15
1.4. Фрактальная размерность	20
<i>Контрольные вопросы</i>	24
Глава 2. КЛАСТЕРНЫЕ СТРУКТУРЫ	25
2.1. Кластеры и природа их образования	25
2.2. Энергетика кластеров	32
2.3. Предельные сферы и кластерообразование	33
2.4. Характеристики фрактальных кластеров	36
2.5. Вторичная бифуркация и предельно наполненные композиты	38
2.6. Структура граничного слоя	41
2.7. Плечное состояние матрицы	45
2.8. Кластеры в структуре композитов	49
2.9. Самоорганизующиеся структуры композитов	55
<i>Контрольные вопросы</i>	59
Глава 3. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПРОТЕКАНИЯ	60
3.1. Конденсированные дисперсно-наполненные системы	60
3.2. Протекание по касающимся сферам	61
3.3. Аналитическая оценка критического содержания сфер	63
3.4. Протекание по перекрывающимся сферам	68
3.5. Критический размер кластера	73
3.6. Фрактальная размерность бесконечного кластера	75
3.7. Склейгинговые соотношения	78
<i>Контрольные вопросы</i>	82
Глава 4. РЕШЕТОЧНЫЕ СТРУКТУРЫ	83
4.1. Образование первичного каркаса композитных материалов	83
4.2. Решеточное приближение	90
4.3. Модельные исследования	96
4.4. Топологически выделенные зоны наполнения	99
4.5. Топология решеточной структуры композитов	102
4.6. Метод приближенной оптимизации	109
4.7. А-функция и ее анализ	114
<i>Контрольные вопросы</i>	117

Глава 5. КАРКАСНЫЕ СТРУКТУРЫ	119
5.1. Структурные аспекты формирования каркасных композитов	119
5.2. Гидравлические аспекты получения каркасных композитов	124
5.3. Моделирование структурных напряжений в каркасных композитах ...	135
5.4. Моделирование напряженно-деформированного состояния каркасных композитов при нагружении	140
5.5. Работа каркасных композитов при нагружении	144
5.6. Теплофизические закономерности формирования композитов каркасной структуры	154
5.7. Количественная оценка влияния структурных параметров на проницаемость каркасных композитов в химических и биологических агрессивных средах	161
<i>Контрольные вопросы</i>	171
Глава 6. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ КОМПОЗИТОВ	172
6.1. Адгезионное взаимодействие в композитах	172
6.2. Энергетика адгезионного взаимодействия	175
6.3. Прочностные свойства композиционных материалов	177
6.4. Влияние содержания наполнителя на прочность композитов	181
6.5. Изменение прочности композитов при наполнении	193
6.6. Влияние размера частиц наполнителя на прочность композитов	198
6.7. Влияние поверхностно-активных веществ на прочность композитов ..	203
6.8. Саморазогрев композитов	211
<i>Контрольные вопросы</i>	217
Глава 7. ЗАВИСИМОСТЬ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТОВ ОТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ И ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ФАКТОРОВ	218
7.1. Экстремальные изменения прочности композитов	218
7.2. Фактор циклической тренировки	222
7.3. Плотность композитов	230
7.4. Масштабный фактор	239
7.5. Технологические субкластеры и трещинообразование	242
<i>Контрольные вопросы</i>	244
Глава 8. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СВОЙСТВ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ	246
8.1. Модуль деформации композиционных материалов	246
8.2. Пластическая деформация композитов	253
8.3. Влияние пористости на физико-механические свойства композитов ...	256
8.4. Прогнозирование прочности композитов в зависимости от содержания наполнителя	258
8.5. Параметр порядка структуры композитов	265
8.6. Когерентная структура композитов	268
8.7. Температурная зависимость упрочнения композитов	272
8.8. Концентрационная зависимость упрочнения композитов	274
<i>Контрольные вопросы</i>	278
Глава 9. ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ	280
9.1. Прочность твердых тел	280
9.2. Линейная модель разрушения	285
9.3. Теория Гриффитса	288
9.4. Теоретическая прочность материалов	297
9.5. Нелинейная модель разрушения	293
<i>Контрольные вопросы</i>	296

Глава 10. ТЕРМОДИНАМИКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ..	297
10.1. Упругое деформирование	297
10.2. Термодинамика упругого деформирования	303
10.3. Разрушение в условиях жесткого нагружения	306
10.4. Разрушение в условиях мягкого нагружения	309
<i>Контрольные вопросы</i>	315
Глава 11. ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ КОМПОЗИТОВ	317
11.1. Долговечность композитов	317
11.2. Механизм разрушения	320
11.3. Кинетика разрушения композитов с начальными дефектами	324
11.4. Температурно-временная зависимость прочности композитов	326
11.5. Ориентационный фактор в явлениях разрушения	330
11.6. Направление процессов в кинетике разрушения	334
11.7. Долговечность в области высоких температур	338
11.8. Использование вариационных принципов при определении закономерностей разрушения	339
11.9. Циклическая прочность композитов	342
11.10. Анализ разброса значений долговечности	346
11.11. Атермическое разрушение композитов	352
<i>Контрольные вопросы</i>	355
Глава 12. ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА И КИНЕТИКА	357
12.1. Топологический анализ	357
12.2. Классические критические закономерности	360
12.3. Новая кинетическая модель	362
12.4. Топологические особенности кинетических процессов	364
12.5. Топология фазовых превращений	371
12.6. Особенность кинетических процессов при топологическом рассмотрении	374
12.7. Модели эволюционных процессов с линейным отображением	376
12.8. Иерархичность и автомодельность кинетических процессов	386
<i>Контрольные вопросы</i>	389
Глава 13. КИНЕТИКА ИЗМЕНЕНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТОВ	390
13.1. Кинетика фазовых переходов в гетерогенных системах	390
13.2. Кинетика фазовых переходов в гомогенных системах	393
13.3. Кинетика изменение упругих и прочностных свойств композитов	394
13.4. Кинетика процесса усадки	399
13.5. Кинетика набухания композиционных материалов	401
13.6. Кинетические режимы набухания и растворения композиционных материалов	408
13.7. Влияние агрессивных сред на прочность и долговечность композитов	411
<i>Контрольные вопросы</i>	416
Глава 14 ДИНАМИКА И КИНЕТИКА РЕОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ..	417
14.1. Анализ реологии композитных систем с позиции концепции топологической динамики	417
14.2. Релаксация напряжений в композитах	422
14.3. Установившаяся ползучесть полимерных композитов	429
14.4. Установившаяся ползучесть композитов	439
<i>Контрольные вопросы</i>	444

Глава 15. МЕТОД И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ КИНЕТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ	445
15.1. Метод комплексной оценки кинетических асимптотических зависимостей	445
15.2. Алгоритм расчета параметров кинетических зависимостей	449
<i>Контрольные вопросы</i>	455
Заключение	456
Библиографический список	462

Учебное издание

Бобрышев Анатолий Николаевич

Ерофеев Владимир Трофимович

Козомазов Владимир Николаевич

ПОЛИМЕРНЫЕ КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ

*Печатается в авторской редакции
в соответствии с представленным оригинал-макетом*

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98. Подписано к печати 20.06.13.
Формат 60х90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. п.л 30. Заказ №

ООО «Издательство АСВ», 129337, Москва, Ярославское шоссе, 26,
отдел реализации – оф. 511, тел., факс: (499)183-56-83,
e-mail: iasv@mgsu.ru, <http://www.iasv.ru/>