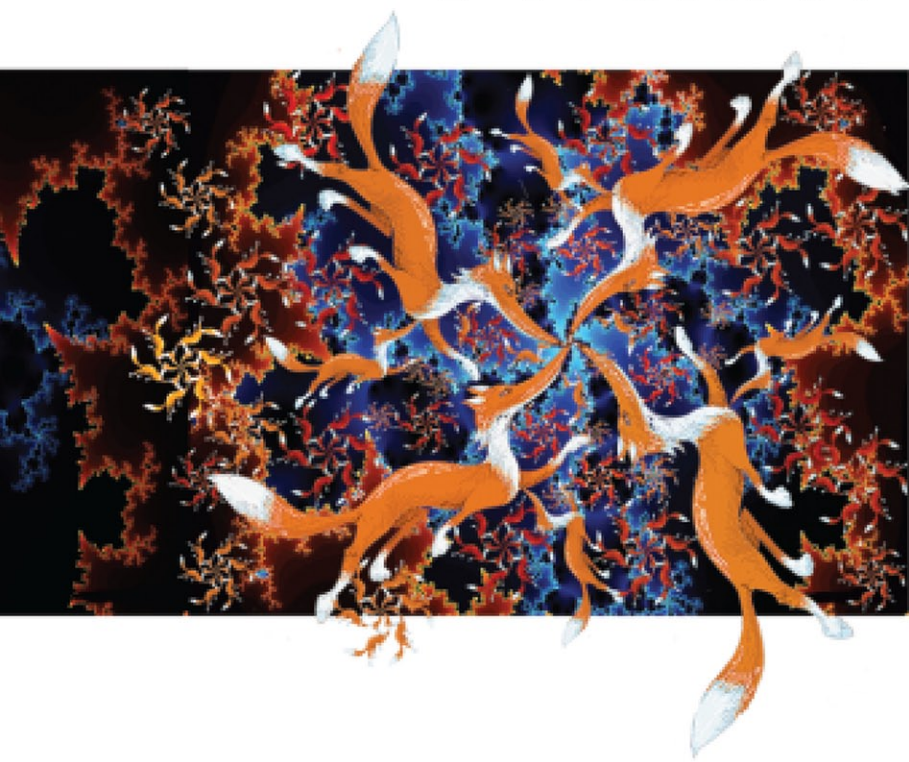


Сергей Деменок

ПРОСТО ФРАКТАЛ

3-е
издание



УДК 514:515.1+330
ББК 22.1
Д 30

Д 30 **Деменок С. Л. Просто Фрактал.** 3-е издание —
СПб.: ООО «Страта», 2016. — 244 с.

ISBN 978-5-906150-36-3

Фрактальную геометрию открыл Бенуа Мандельброт в конце 1970-х годов. Фракталы появились на обложках глянцевого журналов и сразу привлекли внимание не только учёных и инженеров, но также дизайнеров и модельеров. Фракталы оказались полезными не только как математический инструмент для расчёта и описания сложных, равных, «измятых» или изрезанных форм, но также для иллюстрации и интерпретации симбиоза на первый взгляд антагонистических идей и представлений. Мир не фрактален. Но фрактал блестяще иллюстрирует сложные сетевые структуры, которые не имеют фундаментальных элементов, не имеют «дна элементарности». Фрактал иллюстрирует единство формы, алгоритма и математического символа.

Настоящая книга призвана популяризировать основные положения фрактальной геометрии вплоть до самых новейших.

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельцев.

All rights reserved. No parts of this publication can be reproduced, sold or transmitted by any means without permission of the publisher.

© Деменок С. Л., 2016, текст
© Ковалёва Т. В., 2016, рисунки
© Ляпунов М. В., 2016, рисунки
© ООО «Страта», 2016

ISBN 978-5-906150-36-3

**Манифест фрактальной
интерпретации реальности 4**

**Глава I.
Путешествие к истокам. 7**

Чёрт в сапогах 9

Назвать — значит узнать 12

Фрактал — это... 17

Фракталы как искусство. 28

Фрактал как символ 38

Фрактал: мифы и мистификации 41

Для простоты — усложняй! 46

Дьявольский полимер. 51

Дьявольская лестница. 54

Божественная пропорция 57

Капризы случая 74

Просто сингулярность. 78

Просто единица 81

**Глава II.
Фракталы — суть дела. 83**

Чеширский симулякр 85

Улыбка без кота:
фрактальная размерность 88

Фрактальный повтор. 98

Метод вырезания трем	102
Алгебраический алгоритм	103
Метод FASS-линии.	104
Метод L-систем.	105
Метод систем итерированных функций Барнсли	106
Петля обратной связи	109
Элементарные петли обратной связи	118
Странная петля	128
Просто аттрактор	133

Глава III.

Мнимая лёгкость фрактальных форм143

Линкольнские чертята	145
Мнимые числа, фазовые портреты и вероятность	148
Классификация фракталов	161
Линейные фракталы	165
Пыль Кантора.	165
Линии, заполняющие плоскость	172
Кривая Пеано.	172
Кривая Гильберта	173
Лента Минковского.	174
Остров Госпера	175
Обезьянье дерево	176

Золотое дерево	177
Кривая дракона	178
Снежинка Коха	179
Кривая Гивена	180
Кривая Мандельброта–Гивена	182
Фрактальная кривая Леви	184
Фрактал Пифагора	185
Фрактал Аполлона	186
Фракталы Серпинского	187
Линейные фракталы и золотое сечение.	192
Нелинейные фракталы	194
Стохастические фракталы	213
Алеаторные фракталы	218
Приложение224
Литература232
Послесловие234

ГЛАВА I.

ПУТЕШЕСТВИЕ К ИСТОКАМ



- Чёрт в сапогах
- Назвать — значит узнать
- Фрактал — это...
- Фракталы как искусство
- Фрактал как символ
- Фрактал: мифы и мистификации
- Для простоты — усложняй!
- Дьявольский полимер
- Дьявольская лестница
- Божественная пропорция
- Капризы случая
- Просто сингулярность
- Просто единица



ЧЁРТ В САПОГАХ

Однажды я заснул, после того как перечитал своей трёхлетней дочери замечательную детскую английскую книжку «Tom Fox and the Apple Pie». И во сне ко мне явился лис. Сначала проступил его большой любопытный нос, потом недоверчивая ухмылка, потом — голова и торс. Материализовавшаяся часть лиса тут же облокотилась на невесть откуда возникшую шахматную доску и принялась трясти стаканчиком уличного напёрсточника — на доску высыпалась пригоршня цифр. Лис задумчиво расставлял их по клеткам, выстраивая некий порядок: 1, 2, 3, 5, 8, 13... На этой цифре он лукаво подмигнул и явился в полный рост. Лис был в сапогах. Всё так же ниоткуда возникли венское кресло, фолиант в кожаном переплёте, чернильница и гусиное перо. В кресле лис в сапогах устроился вальяжно. С показным удовольствием он открыл фолиант, на титульном листе которого я мог без труда прочитать название: «Слухи и сплетни, ходившие в Лиме в изящном 1826 году» перуанского писателя Ное Кальсадиляса^{*}. Только теперь я обратил внимание на круглое выпуклое зеркало, висевшее на стене комнаты. В зеркале XV века лис отражался причудливо. Он располнел и был более похож на кота, нежели чем на лиса. При этом вместо фолианта в кожаном переплёте в руках у кота в сапогах был тоненький хромированный планшет, вместо чернильницы — толстая таблетка памяти, а вместо гусиного пера — сканер-карандаш. Сидел зазеркальный кот в кожаном вращающемся кресле, положив ногу на ногу и демонстрируя сапоги a la Camouflage^{**}. Перед ним

* Увы, единственное упоминание об этой книге и её авторе содержится в романе лауреата Нобелевской премии по литературе 1982 г. Габриэля Гарсиа Маркеса «Генерал в своём лабиринте» (1989), так что искать сей труд в библиотеках не стоит.

** A la Camouflage — здесь, известный бренд резиновых сапог (фр. *camouflage* — «маскировка» — под камуфляж, т.е. пятнистой маскировочной окраски).

простиралась столешница из матового стекла, на которой по какой-то причине встретились английский зонтик и швейная машинка «Зингер». Зазеркальный кабинет своей стерильной белизной напоминал анатомический театр или белое пространство матрицы из одноимённого культового фильма. Каждым жестом кошачье отражение лиса точно повторяло свой прообраз. Настолько, что не оставалось сомнений: они читают и правят один и тот же текст. Причём после каждой правки вокруг происходили едва различимые и точно согласованные изменения. Например, когда в комнате исказился узор на персидском ковре, то синхронно с ним изменился узор Морриса на обоях в зазеркальном кабинете. На лице у лиса появлялись морщинки, на голенищах сапог — новые складки. Пластика перемен исключала разрывы реальности. Всё вокруг трансформировалось настолько согласованно, что во сне чувство реальности не ослабевало, но только усиливалось. Реальный лис в сапогах и отражённый кот в сапогах, заговорщически подмигнули друг другу, и первый пропел тему «Тонального канона» Баха. Не успел лис завершить, как зазеркальный кот подхватил её, взяв на несколько тонов выше. И едва он довёл тему до конца, как её же подхватил лис, взяв ещё несколькими тонами выше. Так продолжалось, пока от «Музыкального приношения» Баха не осталось ни единого звука, доступного слуху. Реальный лис при этом перелистывал свой фолиант — от конца к началу — и, дойдя до титульного листа, озадаченно почесал гусиным пером за ухом. На титульном листе теперь можно было прочесть новое название — «Слухи и сплетни о высшем замысле в памятном 2011 году» английского учёного Хопкайнда. Лис и кот принялись редактировать новейший текст без какого-либо перерыва. Однако один из них промурлыкал нечто вроде: «*noten est numen*», — а второй в той же тональности: «*почти постав*». Обе фразы могли быть наполнены разными смыслами и потому оставались бессмысленными. Тем временем происходящее во сне становилось всё «страньше и страньше». В процессе едва уловимых искажений реальная комната стала клинически белой, тогда как зазеркальная обрела декор в стиле модерн начала прошлого века. Да и кот с лисом будто менялись местами. Их захватила странная петля перемен. Они не только менялись местами, но превращались время от времени в того, кого и не назовёшь иначе, как «чёртом в сапогах». Единственное, что оставалось неизменным, были сапоги. И сапоги действительно заслуживали внимания.


По форме они напоминали «сапоги Карла Шварца». Их голенище собиралось частыми треугольными складками, площадь которых, как известно, ничем не ограничена, а размерность чуть превышала размерность гладкой поверхности, равной двум. Как ни странно, меня не покидала уверенность, что вся реальность сна сложена и согласована именно присутствием этого странного символа — фрактальных складок на голенище сапога. Во сне это представлялось и естественным, и логичным, очевидным на уровне здравого смысла. По чистой случайности мысль зацепилась за фрактальный сапог именно в тот момент, когда в комнату начали проникать посторонние звуки, которые, нарастая, оформились в дружное разноголосье птиц, предвещающих рассвет. Их пение пробуждает мягко и сохраняет не только флёр сна, но также его сюжет и смысл.

Проснувшись, я уже не мог ничего поделать с потребностью разобраться, откуда и как взялись фракталы. И это стало побудительным мотивом к написанию книги.

НАЗВАТЬ — ЗНАЧИТ УЗНАТЬ

Nomen est numen — эта мысль, столь естественная вплоть до позднего Средневековья, становится крамольной в эпоху господства естественнонаучного познания и сопутствующего ему развития индустриального общества. Однако всё переменялось. Самая радикальная революция из всех, произошедших в XX веке, случилась в тишине и осталась почти незамеченной. Её манифест производит впечатление парадокса: истины не существует. Точнее, не существует трансцендентной, объективной, абсолютной истины. Этот переворот мысли ведёт в самую гущу окружающей нас реальности, отличительным качеством которой стал символический обмен. В символическом мире означающее сливается с означаемым до такой степени, что назвать — действительно значит узнать. История появления фрактала иллюстрирует то, как эта идея проникает в самую сердцевину рационального мышления — в математику.

Ещё в начале XX века Анри Пуанкаре заметил:



«Удивляешься силе, которую может иметь одно слово. Вот объект, о котором ничего нельзя было сказать, пока он не был окрещён. Достаточно было дать ему имя, чтобы произошло чудо».

Так и случилось, когда в 1975 году по созвучиям и подобиям сотрудник научно-исследовательского центра «IBM» в Йорктауне французский математик польского происхождения Бенуа Мандельброт собрал Слово.

Из латинских слов *frangere* (ломать) и *fractus* (разрывной, дискретный, дробный) сложился фрактал. Слово получилось созвучным английским *fracture* (разрыв) и *fraction* (дробь). Более того, помимо значения «фрагментированный» (как, например, в словах «фракция» или «рефракция»), слово *fractus* имеет значение «неправильный по форме» — примером сочетания обоих значений может служить слово «фрагмент». Однако фрактал — не фрагмент.



Мандельброт без намерения, быть может, только по наитию встроил в последний слог

термина «фрактал» одну из самых важных ассоциаций (FRACTIONAL) — алгоритм.

Здесь уместно напомнить, что слово «алгоритм» — латинизированная форма имени Ал-Хорезми. Алгоритм есть правило, инструкция, рецепт, суть которых сводится к формуле — «делай то, затем это». Вы понимаете, почему компьютеры любят алгоритмы? Потому, что любят чёткие, скучные, повторяющиеся операции. Но именно благодаря этой способности компьютеров выполнять рутинные задачи без усталости и потери фокуса внимания стало возможным создание фрактальной геометрии. Мандельброт работал на фирме ИВМ и по роду службы имел дело с лучшими на то время компьютерами. Без вычислительной техники фрактальная геометрия не могла бы сформироваться и захватить внимание научного сообщества.

Подобно опытному бренд-менеджеру, Мандельброт искусно продвигал и пропагандировал фрактал как бренд с опорой на эмоциональную привлекательность и рациональную полезность. Полезность нового математического объекта он иллюстрирует в трёх монографиях: «Фрактальные объекты: форма, случайность и размерность» (1975), «Фракталы: форма, случайность и размерность» (1977) и «Фрактальная геометрия природы» (1982). Не забыл Мандельброт и про броский слоган:

«У геометрии природы — фрактальное лицо».



У новой геометрии появляется логотип — «фрактал Мандельброта», который появляется на глянцевых обложках журналов и становится украшением выставок компьютерного искусства в восьмидесятых годах XX века. Всё без чудес — естественно. Техника продвижения новой идеи в массы не отличается от продвижения новейших гаджетов. Рекламную компанию поддержали. Немецкие математики Хайнц-Отто Пайтген и Ханс Петер Рихтер выпускают роскошно иллюстрированную книгу «Красота фракталов». Майкл Барнсли из Джорджийского технологического института (США) публикует монографию

Фрагмент множества
Мандельброта на обложке
журнала *Scientific American*.
Август 1985 г.



«Фракталы повсюду» (1988), в предисловии к которой предостерегает:

«Фрактальная геометрия изменит ваше представление о мире. Дальше читать опасно. Вы рискуете утратить детское восприятие облаков, пены, галактик, листьев, цветов, скал, водных брызг и многого другого. Никогда вновь ваше впечатление о мире не станет прежним».

Что ещё нужно для завладения вниманием? Скандал. И он вернулся в дискуссиях на страницах журнала «Математический информатор» («Mathematical Intelligencer»). В очередь за славой изобретателей ещё вчера безымянной геометрии, а сегодня геометрии фрактальной, выстроилась целая очередь учёных-математиков. Одни из них, Р. Брукс и Дж. Мателски (с подачи Стивена Дж. Кранца в упомянутом выше журнале), утверждали, будто именно они если не изобретатели, то уж никак не меньше, чем соавторы или вдохновители теории фракталов. Ведь они, по их мнению, описали фракталы в своей работе, вышедшей за два года до труда Мандельброта. Загадкой оставалось лишь то, почему эти два учёных не придавали своему «открытию» никакого значения до тех пор, пока Мандельброт не опубликовал свой труд, а Кранц

не натолкнул их на некоторые моменты в их работе, из которых можно прийти к фрактальной теории. К гонке за лидерством подключился и Билл Б. Хаббард, утверждая, будто Мандельброт открыл теорию фракталов с подачи его, Хаббарда, аспиранта Кочмена, наблюдавшего множество Мандельброта на мониторе компьютера в 1976 году и якобы рассказавшего об этих исследованиях Мандельброту в 1978-м. Разумеется, проверить наличие чего бы то ни было на экране компьютера в 1976 году теперь попросту невозможно. Конфликт набирал обороты, и, наконец, Хаббард, Мателски и Брукс предприняли попытку отдать первенство в изобретении известному французскому математику Пьеру Фату (1878—1929), который описал одно из фрактальных множеств — «пыль Фату» — ещё в 1906 году.

Отбирать первенство у Мандельброта такими аргументами всё равно, что лишать Исаака Ньютона права называться автором закона всемирного тяготения лишь на том основании, что до него многие учёные наблюдали действие этого закона.



Учёные обнаружили фрактальные формы до Мандельброта. Георг Кантор («пыль Кантора»), швед Нильс Фабиан Хельге фон Кох («снежинка Коха»), итальянец Джузеппе Пеано («кривая Пеано») и поляк Вацлав Франциск Серпинский («ковёр Серпинского») видели в них нечто аномальное. Их называли «патологическими» формами или «монстрами». Они появлялись на границе тех математических представлений, которые сложились в начале XX века. Со времён Средних веков, на границе с хаосом люди держали химер — тварей с львиными головами, козлиными телами, драконьими хвостами, вдобавок плюющихся огнём. Они охраняли границы существовавших представлений. Появление математических монстров тоже как бы обозначило границы математической картины мира начала XX века. Появление фракталов продвинуло эти границы настолько, что «монстры» в новой интерпретации стали не только нормальными, но и высшей степени правильными и гармоничными формами.

Бенуа Мандельброт рассмотрел новый порядок и дал фракталам путёвку в жизнь. Посмотрите на облако. Оно имеет

форму, хотя и бесформенно. Бенуа Мандельброт охарактеризовал созданную им фрактальную геометрию как морфологию безрельефного, бесформенного, облачного, аморфного:

«облака — не сферы, горы — не конусы, береговые линии — не окружности, древесная кора — не гладкая, молния скользит не по прямой».

Майкл Барнсли в книге «Фракталы повсюду» пишет:

«Наблюдения Мандельброта о существовании «геометрии природы» подвигли нас мыслить другим научным способом о краях облаков, о линиях горизонта, образованных верхушками лесных деревьев, и о замысловатых конфигурациях движения крыльев летящей птицы».

Математика не только систематизирует формы, ритмы и гармонии, сколько создает их. Мандельброт не столько систематизировал причудливые формы «геометрических монстров», сколько создал технику их производства. Он создал фрактальную геометрию природы. Точнее, он создал новый язык. Словами Майкла Барнсли —

«Как только вы научитесь говорить на нём, вы сможете описать форму облака так же точно, как архитектор может описать дом».

Именно по этой причине изобретателем фрактала следует считать Мандельброта и никого другого. Хотя он и не дал строго математического определения фрактала, однако назвал его, чего ранее не сделал никто. И не следует игнорировать старую максиму «назвать — значит узнать».

ФРАКТАЛ — ЭТО...

Мандельброт предчувствовал значение введённого им понятия «фрактал» и потому не спешил с его формальным определением. Он писал:

«В 1975 году я придумал термин „фрактал“, чтобы дать название моей первой работе в этой области. Однако я не стал приводить математическое определение, чувствуя, что это понятие, как и хорошее вино, требует выдержки, прежде чем оно будет разлито по бутылкам».

Тем не менее, он обозначил контуры фрактальной геометрии, отличной от Евклидовой. Отличие не имело отношения к аксиоме о параллельности, как в геометриях Лобачевского или Римана. Отличие заключалось в отказе от принятого Евклидом по умолчанию требования гладкости. Мандельброт обратил внимание на то, что контуры окружающих предметов неровны, шершавы, изъязвлены множеством отверстий самой причудливой формы, пронизаны трещинами и порами, покрыты сетью морщин, царапин и кракелюр. Таким объектам присущи шероховатость, пористость или раздробленность, причём многие из них обладают указанными свойствами «в одинаковой степени в любом масштабе».

В природе нет недостатка в подобных формах: подсолнух и брокколи, морские раковины, папоротник, снежинки, горные расселины, береговые линии, фьорды, сталагмиты и сталактиты, молнии, ветви деревьев, русла рек, турбулентные вихри, сосудистая система человека, планировка городов и общественное устройство. Неправильные и фрагментарные формы — облака, горы, листья — демонстрируют повтор почти однотипных фрагментов при разных масштабах наблюдения. Вот на рисунке — кленовый лист, вот горный ландшафт, за ним фрагмент горной породы, далее — частицы грунта. Эти застывшие на рисунке формы на самом деле изменяются — облака движутся, пламя мерцает, лист увядает. И, если это движение фиксировать на киноплёнку, то каждый

последующий кадр будет похож на предыдущий, но при этом будет чуть-чуть от него отличаться. Этому «почти повторению по времени» сопутствует такое же «почти повторение по ансамблю»:

«Ни один лист на дереве не адекватен любому другому, но, тем не менее, на берёзе ежегодно появляются только берёзовые листья, а не листья липы, тополя, дуба».

Это сказал поэт и философ Яков Голосовкер. Удивительно, что математик Майкл Барнсли говорит почти теми же словами:

«Вы различаете листья на берёзе и листья на дубе благодаря тому, что вы можете различить некую идентифицирующую их структуру, несмотря на случайность формы каждого листа»

Фрактальная геометрия дала возможность сжатого математического описания естественных структур и процессов, недоступных для описания языком геометрии Евклида. В 1983 году Мандельброт писал:

«Учёные (я уверен) будут удивлены и восхищены, обнаружив, что немало форм, которые они были вынуждены называть зернистыми, подобными гидре, бородавчатыми, изъязвлёнными, ветвистыми, похожими на морские водоросли, странными, запутанными, извилистыми, волнистыми, клочковатыми, морщинистыми и тому подобными, отныне могут описываться строгим и точным количественным образом»

Красота и невзрачность естественных форм, однако, поддаётся простому и компактному описанию при том, что фрактальные формы часто имеют рваные контуры, они могут напоминать пыль, скопление кластеров, паутину и сеть. Ни одно свойство какой-либо части фрактала не является фундаментальным: все свойства одной части вытекают из свойств других



частей, и общая связанность взаимоотношений определяет структуру всего фрактала.

Во фрактальных структурах не существует «дна элементарности».



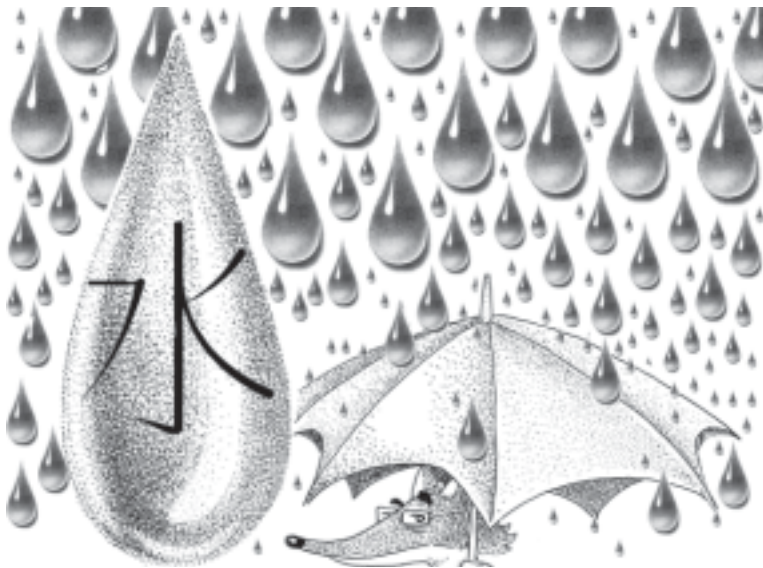
В самом общем случае фрактальная форма и дискретна и непрерывна в одно и то же время. В китайском словаре есть иероглиф «лин» —

水

ассоциация с каплей дождя, которая и отдельная, и самая мелкая, но и делимая на брызги. Фрактал обладает качеством дискретной непрерывности. В самом непрерывном повторе процедур построения фрактала встроена дискретность (шаг построения, новый шаг построения и т. д.).

Фрактальная дискретность, порождённая операциональной непрерывностью, порождает непрерывность.





Фракталы не просто описать — ещё труднее определить. Как отмечает Кеннет Фалконер в книге «Фрактальная геометрия» (2002):

«К определению “фрактала” следует относиться так же, как биолог относится к определению понятия «живого существа»... Большинство живых существ имеют характеристики по большей части из этого перечня, хотя существуют живые объекты, которые являются исключением для каждой из них. Подобным же образом, по-видимому, лучше всего рассматривать фрактал как множество, которое имеет перечень свойств, чем искать точное определение, которое почти наверняка исключит некоторые интересные случаи».

Прежде всего, фрактал состоит из фрагментов. Математики говорят, что «фрактал имеет тонкую структуру», то есть содержит фрагменты сколь угодно малых масштабов. Лаверье (Hans Lauwerier) в книге «Fractals: images of chaos» (1987) делает акцент на самоподобии фрагментов фрактала:



«Фрактал — это геометрическая фигура, в которой один и тот же фрагмент повторяется при каждом уменьшении масштаба».

Мандельброт не спешил с полным и формально строгим определением фрактала. Он дал несколько «пробных» определений с акцентом на нерегулярность и самоподобие. Известна шутка, что буква «Б» в имени «Бенуа Б. Мандельброт» означает «Бенуа Б. Мандельброт».

Термин «фрактал» Мандельброт использовал прежде всего для обозначения фигуры, содержащей уменьшенные версии самой себя. Он писал:

«Все фигуры, которые я исследовал и называл фракталами, в моем представлении обладали свойством быть нерегулярными, но самоподобными».

Люди внимательные и наблюдательные издавна замечали, что некоторые формы демонстрируют повторяющуюся структуру при рассмотрении их «вблизи или издалека». Приближаясь к таким объектам, мы замечаем, что изменяются

лишь незначительные детали, структура в целом изменяется несущественно. Это значит, что переходя на более мелкие, внутренние уровни фрактала, как бы рассматривая участки фрактальной структуры под микроскопом, мы вновь обнаруживаем геометрические формы похожие на те, которые были видны у структуры в целом.



Фрактал есть форма, фрагменты которой в известном приближении подобны, однако, при этом отличны один от другого.

Важно помнить, что фрактальное самоподобие не означает абсолютной идентичности. Самоподобие в строгом классическом смысле есть условие того, что часть представляет собой уменьшению копию целого. Нестрогое самоподобие есть условие того, что часть может представлять собой деформированную копию целого. Енс Федер (Jens Feder) в книге «Фракталы» (1988) со ссылкой на частную беседу с Мандельбротом, привёл определение фрактала с акцентом на нестрогое самоподобие:



«Фрактальной называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому».

Фрактальное подобие есть нестрогое подобие. Мандельброт это постоянно подчёркивал. Он писал:



«Фрактал не оставляет места для скуки, поскольку все время появляется что-то новое, но и не даёт нам заблудиться, так как нечто знакомое возвращается снова и снова»

Тонкая фрактальная изменчивость придаёт фракталу такую пластичность, которая позволяет инкорпорировать в алгоритм построения фрактала генератор случайных возмущений и не разрушить при этом предопределённость фрактальной формы. Это оказывается возможным при том условии, что случайность в алгоритме построения фрактала будет подчинена строжайшей дисциплине.

Случайность в алгоритме построения фрактала должна быть зажата «двойной клешней» строгих правил.



Примерами могут служить фракталы Майкла Барнсли, построенные с помощью систем интегрированных функций. Они, в большинстве случаев, построены при помощи вероятностной случайности. В книге «Фрактал: между мифом и ремеслом» (2011) впервые описано семейство алеаторных фракталов, построенных по алгоритмам, содержащим «чистую» случайность. Есть еще стохастические фракталы. Стохастические фракталы могут быть строго детерминированными, как функция Вейерштрассе. В процессе построения таких фракталов нет никакой случайности. И есть природные стохастические фракталы. Они, как правило, случайные. Это, например, броуновское движение. Траектория движения частиц изменяются случайным образом, а правила их построения между собой остаются неизменными. Есть более сложные конструкции — суперфракталы. В них правила построения (алгоритмы) изменяются спонтанно.

Структуры, в которых алгоритмы построения фрагментов могут изменяться спонтанно, называются суперфракталами.



Фрактальная форма раскрывает себя в динамике. Профессор Равиль Рашидович Нигматуллин в частной переписке со мной заметил:

«Важнейший аспект фрактальной геометрии Мандельброта: фрактальный мир проявляет себя чаще в динамике, а реже в статике (геометрии)».



Фрактал есть динамическая форма. Еще в 1990 году в статье «Язык фракталов» Юргенс, Пайтген и Заупе писали:

«Фракталы выражаются в первичных геометрических формах, но также, в равной мере, в алгоритмах, наборах математических процедур».



Построение фрактала есть материализация образа при многократном повторении одних и тех же математических операций по кругу (итерация). Фрактальные итерации, по преимуществу, рекурсивны. Это значит, что точка завершения предыдущего шага итерации становится точкой начала следующего. Из этого следует, что построение фрактальной формы не имеет завершения. Фрактал — это предельная форма. К ней можно стремиться, но завершить её невозможно. Фрактальная форма — словно стоп-кадр, выхвативший фрагмент из бесконечного фрактального построения. В математике такое «промежуточное» состояние называется «предфракталом». Только их мы и видим на многочисленных картинках фракталов.



Завершённого фрактала не видел никто и никогда.

Рекурсивный алгоритм есть динамическое основание любого фрактала, причина фрактального подобия. В природе рекурсивный процесс формируется там и тогда, где и когда появляется петля обратной связи. Петля обратной связи уже в момент своего формирования содержит в латентной форме структуру, которая проявляется благодаря повторению. В природе деревья ветвятся, листья растут, береговые линии изменяются. Устойчивый рекурсивный алгоритм в ходе многократных повторений «овеществляется» в той или иной фрактальной форме. Каждый фрактал имеет свой код формообразования и поведения. В книге «Фракталы, случай и финансы» Мандельброт дал определение фрактала с акцентом на неизменную «степень пористости» фрактального объекта:



«Фракталы — это объекты, которые мы называем неправильными, шероховатыми, пористыми или раздробленными, причём указанными свойствами фракталы обладают в одинаковой степени в любом масштабе».

Дело в том, что фрактальные кривые обладают многими замечательными свойствами, главным из которых является

зависимость длины от масштаба измерительной линейки. Измерение длины метровой линейкой не совпадает с измерениями длины сантиметровой. Первым, примерно в 1920 г., этот неожиданный эффект установил английский математик Ричардсон. Он обратил внимание, что длины границ государств зависят от того, какой мерной линейкой измерять длину. В 30-х гг. в Польше картографы измеряли длину реки Висла и получили ошеломляющий результат: при уточнении измерений длина реки увеличивалась! Этот факт оставался математическим курьёзом, пока Мандельброт не обнаружил, что для изломанных линий существует инвариант. Этим инвариантом является не длина линии, но её фрактальная размерность или размерность Хаусдорфа–Безиковича. Эта размерность соотносит степень заполненности пространства с объёмом и структурой самого пространства. Пусть F является фрагментом фрактала в трёхмерном пространстве, а $N(r)$ минимальное число кубов со стороной меньше или равной r , необходимое для того, чтобы полностью заключить в себе F во всем его объёме. Очевидно, что с уменьшением r величина $N(r)$ становится больше. В очень грубом приближении, $N(r)$ оказывается пропорциональна $1/r^d$ при $r \rightarrow 0$, где d — действительное число. Тогда d является размерностью Хаусдорфа–Безиковича или фрактальной размерностью.

Как известно, традиционные геометрические объекты имеют целочисленную размерность: линия одномерна, плоская поверхность двумерна, поверхность сферы трёхмерна. Фрактальные объекты характеризуются фрактальной, дробной размерностью Хаусдорфа–Безиковича. Если гладкая евклидова линия заполняет в точности одномерное пространство, то фрактальная линия выходит за его пределы, частично заполняя двумерное пространство. Её размерность — дробная величина, большая чем размерность линии, и меньшая, чем размерность двумерного пространства. Например, фрактальная линия берега имеет размерность между 1 и 2; фрактальная поверхность (горный рельеф, облако) — размерность между 2 и 3.

Мандельброт однажды определил фрактал как множество, фрактальная размерность которого строго больше, чем его топологическая размерность. Еще в 1977 году в книге «Фрактальная геометрия природы» Мандельброт он писал:

«Множество, для которого размерность Хаусдорфа–Безиковича d_H строго превышает топологическую размерность $d_T < d_H$ ».

Это утверждение Мандельброт иллюстрировал примером броуновского движения. Он считал броуновскую траекторию ломаной линией, топологическая размерность которой $d_T = 1$. Двухмерная траектория броуновского движения имеет фрактальную размерность $d_H = 2$, трёхмерная — $d_H = 3$. Топологическая размерность при этом остаётся равной 1. При таком определении топологической размерности броуновской траектории $d_T < d_H$. Впрочем, существует и противоположенное определение:

«Фракталы представляют собой множество точек, для которого размерность Хаусдорфа–Безиковича d_H не превышает топологическую размерность $d_H \leq d_T$ ».

Это определение дал Хайтун Сергей Давыдович в книге «От эргодической гипотезы к фрактальной картине мира» (2007). Он обратил внимание на то, что траектория броуновского движения всегда размыта. Следовательно, для задания положения точки на броуновской траектории необходимы две координаты для двухмерного и три координаты для трёхмерного броуновского движения. Если рассматриваемому фракталу ставить в соответствие топологическую размерность пространства, в котором фрактал содержится целиком, то соотношение между фрактальной и топологической размерностью в общем случае — $d_H \leq d_T$.

Фрактальная размерность по большей части есть дробное число, ограниченное «сверху» и «снизу» целыми числами — топологическими размерностями. Определить фрактал через отношение фрактальной размерности к топологической размерности можно только при условии согласованного выбора «верхней» или «нижней» топологической размерности.

Мы имеем дело с топологией смятых, скомканных, разрезанных и даже разорванных форм. Размер, площадь, объём таких форм не имеют абсолютных значений. И это ставит фрактальную геометрию в один ряд с топологией. Типовые топологические операции растяжения, сжатия, изгиба и скручивания

во фрактальной геометрии дополняют операции смятия, измельчения и кропания на части, которые Мандельброт обозначил термином «топологическая фрактализация». Фрактал представляет собой не только и не столько множество отдельных фрагментов, сколько непрерывное поле изменяющихся в процессе построения геометрических форм, связанных общей характеристикой — фрактальной размерностью.

Формализм, разработанный Мандельбротом, включает идею трансмасштабной и самоподобной структуры, алгоритм многократного повторения одних и тех же действий (операторов) и расчёт размерности на основе подхода Хаусдорфа-Безиковича.

Фрактал есть

форма,

процесс

и символ.



На этом основании определить фрактал можно так:

Фракталом называется форма, имеющая «тонкую структуру» фрагментов сколь угодно малых масштабов, которые в каком-то смысле подобны целому (1), процесс построения которой по рекурсивным алгоритмам не имеет завершения (2), и которая имеет универсальный код — фрактальную размерность (3).

ФРАКТАЛЫ КАК ИСКУССТВО

Мандельброт получил престижную премию Вольфа в 1993 году за

«изменение нашего взгляда на мир посредством концепции фрактальной геометрии».

Теперь фрактальные формы стали различимы в произведениях человеческой деятельности — в математике, архитектуре, физике, биржевой торговле и даже в музыке. Например, парижская башня, спроектированная Гюставом Эйфелем, состоит из ферм на основе треугольников. Выбор треугольного основания обусловлен тем, что треугольник — в отличие от прямоугольника — не может быть деформирован без деформации по крайней мере одной из его сторон. В конструкции Эйфеля отдельные элементы больших ферм сами представляют собой фермы, которые, в свою очередь, состоят из ферм ещё меньшего размера. Такая самоподобная конструкция гарантирует высокую прочность при низком весе. Ажурные купола Бакминстера Фуллера также наглядно демонстрируют, что прочность есть результат ветвления фрагментов конструкции на сходные и встроенные друг в друга элементы. Повторение, самоподобие и масштабирование сопутствуют творческому процессу. Не удивительно, что фрактальные формы часто возникают в живописи, архитектуре и музыке.

Например, в канонах и фугах Баха. В каноне одна и та же тема играет на фоне самой себя. Тема задаётся первым голосом; спустя определённое время вступает второй, исполняя её же; через такое же время вступает третий голос — и так далее. Фуга — более сложная форма. Основную мелодию ведут несколько голосов, но не столь строго и линейно, как в классическом каноне. Примерной фуги является её начало: один голос исполняет тему до конца. Затем вступает второй голос, четырьмя тонами выше или тремя ниже первого. Первый голос в это время ведёт дополнительную тему, подобранную так, чтобы дать мелодический контраст к основной теме. Последующие голоса вступают по очереди, исполняя основную тему. Когда все голоса «прибывают» к завершающей ноте, ангельское сладкоголосье сбивается на тревожный

стон, напоминая, что космическая гармония неотделима от космического хаоса. Как заметил Мандельброт,

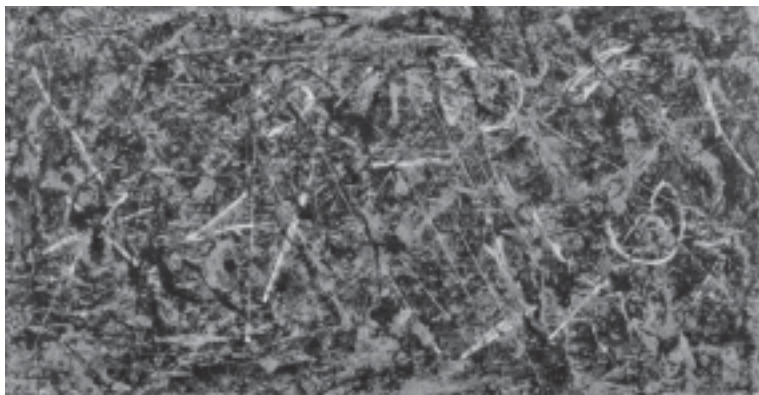
«музыка демонстрирует фрактальные свойства благодаря изначально присущей ей иерархической природе».

А природа, подобно произведениям Баха или Бетховена, часто начинает с основной темы, а затем на протяжении всей симфонии повторяет её бесчисленные вариации.

Фракталы очень пластичны. Они могут имитировать самые разнообразнейшие стили — от «барочной складчатости, до стилизаций хай-тека». Многочисленные творческие опыты художников-программистов с фрактальными алгоритмами привели к возникновению в конце XX века целого художественного направления, называемого фрактальным искусством. В ноябре 1977 года парижская онлайн галерея «Нарт» опубликовала манифест группы фракталистов «Les Fractalistes — Art et Complexities». В манифесте сказано:

«Фракталистская деятельность по созданию картин в новых технологиях кристаллизирует поле материализации сетей, игр масштаба, размножения делением, самоподобия, гибридизации, рекурсивности, диссипативных структур, „эффекта бабочки“, странных аттракторов, бесконечности. Все наши произведения максималистские; именно информационным избытком достигается головокружительная фрактальная сложность. Парадигма хаотично-фрактальной сложности создаёт новую динамику современных исследований, практик и знания. Сегодня мы начинаем радикальное обновление модели творчества».

Теперь исходный геометрический фрагмент (генератор) и алгоритм замены исходной формы на новую (инициатор) стали естественными элементами творческого процесса. «Лабиринтный образ и его случайную траекторию» художники алгоритмизировали уже в конце 1940-х годов. Тогда Джексон Поллок создал ряд абстрактных картин. Он использовал ритм своего тела и позволял краске ритмично капать на холст. Ричард



«Alchemy» нарисована Джексонем Поллоком в 1947 году. В этот период картины в технике разбрызгивания характеризуются фрактальными размерностями, близкими к 1,5

Тейлор обнаружил, что картины Поллока имеют фрактальную структуру. Более того, он нашёл, что «с годами фрактальная размерность картин Поллока увеличивалась от 1 в 1943 году до 1,72 в 1952 году».

Сальвадор Дали, по-видимому, был первым художником, который ввёл фрактал в живопись. На картине «Лицо войны» (1940) Дали изобразил фрактальную прогрессию все уменьшающихся черепов, вложенных внутрь других черепов. Структура, выбранная Дали, — это фрактал «канторова пыль». Дали почувствовал нечто математически строгое в самом вихрении эффектов и эмоций. Этот вихрь взаимных влияний еще в 1913 году описал Василий Кандинский (Read H. A Concise History of Modern Painting. New York: Praeger. 1959, 378 p.):

«Произведение искусства состоит из двух элементов, внутреннего и внешнего. Внутренний — это эмоция в душе художника; эмоция обладает способностью вызывать подобную эмоцию у зрителя. <...> Последовательность состоит в следующем: эмоция (художника) → ощущение → произведение искусства → ощущение → эмоция (зрителя) → <ответная эмоция художника>. Обе эмоции будут сходными и эквивалентными в той мере, в какой успешным окажется произведение».



*Слева: Дали «Лицо войны» (1940), масло;
справа: фрактальное множество «Канторова пыль» с размерностью
Хаусдорфа-Безиковича, равной примерно 0,705*

Вдохновлённый эффектом бесконечных рефлексий Мауриц Корнелис Эшер создал множество «мозаичных» рисунков, часто напоминающие оптические иллюзии.

В XIX веке японский художник укиё-э Кацусика Хокусай интуитивно стремился изобразить явления этого мира с помощью неких закономерных и самоподобных структур. В его творчестве явно видно, как художник использует образы фракталов — это и пятна деревьев, и завитки морских волн, это и горы, тени туч на земле и многое другое. Барнетт провёл анализ фрактальной размерности изображения на его гравюре «Большая волна в Канагаве» и показал, что она равна 1.7264 ± 0.093 .

Ещё раньше, в XVIII веке художник-пейзажист Александра Козенс описал различные типы схематического изображения линии видимого горизонта. Эти линии включали в себя точные копии горных хребтов и, по существу, представляют собой фрактальные кривые. Этот метод использовали Джон Констебль и Джон Роберт Козенц, сын Александра Козенса. На картине «Озеро» 1777 года можно увидеть не только «фрактальность» ландшафта, но даже контуры множества Мандельброта.

Некоторые фрактальные формы весьма напоминают пятна. Художники использовали чернила или краску, как стимул для воображения. В XVI веке голландский художник Ян ван Гойен (Jan Van Goyen) «без особых усилий» извлекал картины из пятен красок. В IX веке китайский художник Сунг Ти предложил метод,



«Большая волна в Канагаве» (1832) — гравюра на дереве японского художника Кацусики Хокусая. Первая гравюра из серии «36 видов Фудзи»

известный как «китайская окклюзия», для создания красивых ландшафтов. Кусок белого шелка следовало положить на старую обветшалую стену. Посмотрев сквозь него рано утром или вечером, можно увидеть «ландшафты», которые достаточно запомнить и затем перенести в собственное произведение.

Леонардо да Винчи придавал особое значение силе «беспорядочных форм», подобных пятнам на старых стенах, в «способствовании различным открытиям ума». Под конец жизни Леонардо тщетно пытался изобразить то, что не могло быть изображено, — *astrapen, bronten, seraipnobolian* — молнии, бури, облака. Облака и пену не ухватишь пальцами. Леонардо пытался зафиксировать саму их суть на кончиках пера или кисти. Он писал:

«Обратные вихри ветра... взмутили воды и образовали в них огромную полость и подняли их в воздух в форме колонны, окрасив в цвет облака».

Его последняя работа — рисунки потопа — завораживают и гипнотизируют. На них волны, изгибаясь сверху и закручиваясь снизу, создают причудливое образование — воздух, пронизывающий воду — пену.



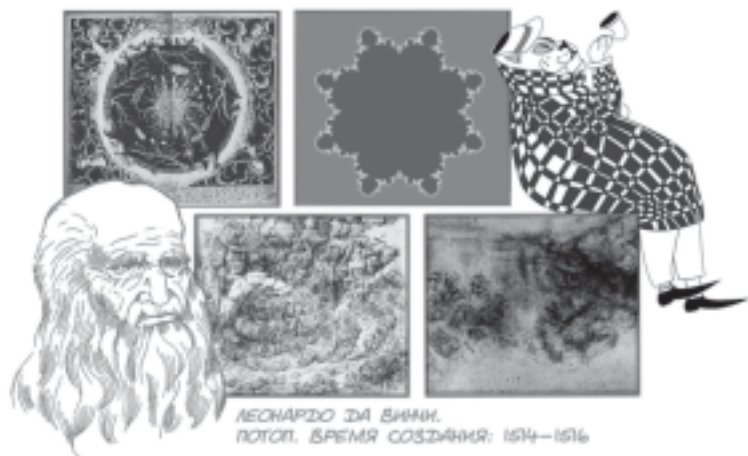
Джон Роберт Козенц. «Озеро». 1777

Древнегреческий автор Филострат в своём диалоге между Аполлоном и Дамисом рассуждает об «образах в облаках». Его вывод таков: наблюдатель создаёт эти образы только с помощью своего ума, тогда как художник использует и ум, и руки, чтобы подражать Природе. Помогает и губка, пропитанная краской. Прижатая к стене, она оставляет хаотичные пятна. Эффект сохранения нерегулярности рваных форм замечали и пытались фиксировать многие, но тщетно. Только в последней четверти XX века Бенуа Мандельброт открыл технику изображения «облаков и пены» — фрактальную геометрию. В основе фрактальной геометрии лежит идея трансмасштабного самоподобия.

Эта идея не нова. Стоит вспомнить знаменитого Атанасиуса Кирхера, девиз которого «omnia in omnibus» — «всё во всём». Его убеждённость в том, что всё соотносится со всем и любая часть, какую ни возьми, накрепко сцепляется с целым, неизбежно вела к поиску связей и почти болезненной потребности в систематизации и коллекционировании. Им написаны четыре десятка трактатов по самым разнообразным предметам, где рядом с точными сведениями излагаются вдохновенные домыслы. На его зарисовках легко угадываются формы, очень напоминающие фрактальные. И он не был одинок. Чего стоят зарисовки

СХЕМА СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

ИЗ КНИГИ АТАНАСИЯ КИРЕНСКОГО "MUNDUS SUBTERRANEUS" (1664)
И ФРАКТАЛ МАНДЕЛЬБРОТА



видений Хильдегарды Бингенской (род. 1098 г.), основательницы бенедиктинского монастыря Рупертсберг близ Бингена на Рейне. Ей, христианской провидице, внимали императоры и папы римские. Те, кто первыми брал в руки вышедшую в середине XIII века «Морализованную Библию», должно быть, представляли мир таким, как он изображён на гравюре «Бог измеряет мир циркулем», — замысловатым разнообразием форм, сопряжённых в единое соразмерное целое, благодаря тому, что каждый фрагмент созвучен целому, каждый «есть Альфа и Омега, начало и конец, первый и последний».

В «Откровении» святой Иоанн Богослов пишет:

«И видел я в деснице у Сидящего на престоле книгу, написанную внутри и отвне, запечатанную семью печатями... Книга раскрыта, которая есть книга жизни... И вокруг престола 24 престола; а на престолах видел я сидевших 24 старца, которые облечены были в белые одежды и имели на головах своих золотые венцы. И от престола исходили молнии и громы и гласы, и семь светильников огненных горели перед престолом, которые суть семь духов Божиих».

Всё верно: мир представляет собой точный лад вверху, внизу и посередине, на любом уровне, в любом масштабе.



И вот уже Джордано Бруно замечает:

«То, чего нельзя увидеть в малом, легко можно заметить в большом; в целом открывается то, что скрыто в отдельной части».



Нечто подобное высказал и Людвик Флашен:

«Книгу можно открыть на любой её странице. Каждая страница содержит её целиком».



Во второй половине IV века до н.э. китайский философ Чжуан-цзы (Zhuangzi) рассказал, ставшую знаменитой, притчу о себе, которому снится, что он бабочка, которой снится, что она философ, которому снится, что он бабочка, которой снится, что она философ, которому снится... Здесь ясно проявляется ещё одно, присущее фракталам обстоятельство, — рефлексия обратного влияния. В литературе всегда присутствовали фрактальные структуры такие, как венки сонетов или рассказы в рассказе. В лекциях Татьяны Бонч-Осмоловской можно услышать о множестве экзотических литературных форм: о лабиринтах, спунеризмах, буквенных комьях, лавинах, цепях, текстах с разветвлениями, матрицах, спрятанных именах и других повторяющихся структурах, созвучных фракталам. Фрактал — это структура, которая в каждый момент времени оформлена только отчасти. Завершённого фрактала нет ни в одной из форм, процесс построения фрактала не имеет завершения. Фрактал содержит бесконечное разнообразие фрактальный фрагментов.

Объясняя понятие «фрактал», часто цитируют строки английского художника и поэта Вильяма Блейка:

*В одно мгновение видеть вечность,
Огромный мир в зерне песка,
В единой горсти — бесконечность,
И небо в чашечке цветка.*

То, что имя Блейка появилось в литературе по фракталам — это не случайно. Дело том, что Блейк не просто мистик, он — предшественник символистов. У Блейка каждое слово — знак. За формами вещей и предметов Блейк видит закамуфлированную структуру реальности. В 1990 году профессор Джаспер Мемори из Университета Северной Каролины опубликовал в «Mathematics Magazine» стихотворение под названием «Блейк и фракталы». Вот оно в переводе Марии Федоровой:

*Вильям Блейк сказал однажды:
Видит он в песчинке каждой
Перспективы бесконечность
И в мгновенье видит вечность
Прав был мистик и поэт.
Он предчувствовал предмет,
Обоснованный в работах
И расчётах Мандельброта.
То, что Блейк обрисовал,
Мы сейчас зовём «фрактал».
Изменение масштаба
Вид его меняют слабо.
Глубь фрактал кинув взгляд,
Видим мы ритмичный ряд:
Формы, линии дробя,
Повторяет сам себя.
Отдаляем взгляд, и снова
Сохраняет он основу,
Свойства прежние хранит,
Получает прежний вид.
Источаясь в паутину,
Всю сложнейшую картину
И структуры безупречность
Не теряет бесконечность.*

В 1980-х годах фрактал стал иконой стиля. Он притянул на свою орбиту массу приверженцев. Зрелище, захватывающее дух, появлялось то на одном, то на другом мониторе. Автомобильный инженер

из Детройта Орсон Ван (Orson Wang) купил три компьютера, чтобы воспроизвести изображение фрактала Мандельброта с наибольшей степенью детализации. Он потратил три месяца на выбор самой впечатляющей исходной позиции и в итоге остановился на точке, расположенной рядом с комплексным числом $-1,7 + 0,2 i$. На протяжении шести месяцев компьютеры Орсона Вана создавали изображение с глубиной детализации 10275, что почти эквивалентно шестикратному уменьшению обозримой Вселенной до размера протона. В результате на экране монитора появилось то, что захватывает воображение. Острый шипастый выступ превращается в горизонтальную нить, потом в крест, в восьмиконечную звезду, беспорядочное скопление узловатых стеблей, а затем посередине взрывается целый вихрь концентрических кругов! Это как гипноз, или как медитация на эффекте падения «в кроличью нору».

Весь фокус, всё это колдовство производят две элементарные арифметические операции — умножение и сложение.

Это открытие стало прорывом в отношении к вычислительной технике и прорывом в наших представлениях о реальности.



До этого считалось, что чем ближе вы присматриваетесь к чему-то, тем проще оно выглядит. Но вот появился фрактал Мандельброта, фрагменты которого становятся сложнее по мере увеличения глубины детализации. По мере увеличения мощности вычислительных машин мы проникаем в структуру фрактала все глубже и глубже, и каждый шаг в глубину есть шаг к «простой сложности» научных, духовных и художественных озарений. Весь смысл «сложной простоты» фрактала в том, что возникнув, он существует в своей потенции весь и сразу.

Фрактал существует как символ.



ФРАКТАЛ КАК СИМВОЛ

Математический объект «фрактал» стал частью современной культуры именно потому, что он — символ. В начале XX века Василий Кандинский «с протокольной и научной строгостью» доказал, что



«современное искусство может родиться только там, где знаки становятся символами».

Символ многослоен. Символ состоит из означающего (significant) и означаемого (signifie), связанных нормативными правилами. Нормативное правило представляет собой соглашение о приписывании чему либо (означающему) какого либо определённого смысла (означаемого). Его можно представить так: внешняя оболочка символа — его форма (1); центральный слой символа — алгоритм (2); сердцевина символа — это узел пересечения смыслов в символической сети (3). Фрактал есть символ, поскольку он представляет собой геометрическую форму (1), алгоритм построения (2) и еще то, что их связывает, — фрактальную размерность (3).



Фрактал стал символом сложной сетевой организации, символом единства формально-го, операционального и информационного.

Фрактальная интерпретация реальности основано на представлении, согласно которому форма, операция и символ сосуществуют в единстве, но не производятся одно из другого. И если к этому представлению добавить требование симметрии, точнее суперсимметрии, то открываются перспективы наблюдать и описывать круговорот между вещественным, динамическим и символическим на том основании, что вещество может превращаться в движение и в символы, а символы могут материализоваться и воздействовать на действительность, вызывая ответную реакцию. Или так: есть обстоятельства, при которых квант вещества становится квантом действия, и есть обстоятельства при которых любой из них может стать информационным битом в сети битов.

Американский архитектор Джеймс Хэррис, работающий с фрактальными пространственными формами, пишет:

«Когда к вам приходит осознание фрактальности, вы видите мир в другом свете. Вместо того, чтобы наблюдать мир с редуционистской точки зрения, где вещи являются обособленными и отличными друг от друга, вы воспринимаете и понимаете мир как часть некоторого большего целого».

Вещество и движение мы по традиции воспринимаем как естественные основания реального физического мира. Сложнее с нашим отношением к символам. Их мы склонны выносить за пределы физической реальности. Этому есть причина. Мы не находим их «вещественного» содержания. Мы не отрицаем реальность структуры, но склонны считать её следствием законов поведения вещества. Три последних слова — «вещество», «поведение» и «закон» указывают на то, что наряду с веществом и движением есть еще и «закон». Закон не сводится ни к веществу, ни к движению. Закон есть повторение взаимного влияния. Иногда, по случаю формируются устойчивые петли обратного влияния. Устойчивая петля предполагает повторение операции по кругу в постоянно изменяющемся окружении. Фрактал служит примером того, что повторение по кругу одних и тех же операций в разных условиях, на разных масштабах приводит не к повторению результата, но к появлению нового предопределённого и непредсказуемого результата. В природе новый закон, как в лотерею, выбирается из перечня возможных устойчивых петель обратного влияния. Отличие от лотереи в том, что этот перечень содержит бесконечное множество записей и их комбинаций.

Устойчивые петли обратных связей появляются на всех уровнях реальности. В пространстве массовых коммуникаций культовый жест или культурный артефакт становятся своего рода символическим узлом, от которого отражается взгляд и который производит впечатление. Впечатление провоцирует повторный взгляд. Это превращает символический узел в аттрактор. Такое обратное влияние при определённых обстоятельствах закрепляется и становится

устойчивой петлёй обратной связи — законом. Аттрактор становится инициатором рекурсивных цепочек и петель. Возьмите, для примера, индустрию мод. Дизайнеры, выражая свою творческую индивидуальность, создают модные коллекции, облачая в них манекены в витринах и на подиумах. Потребители моды, в поисках собственного «уникального» имиджа, тиражируют модные образцы на нисходящие уровни пирамиды моды. Наконец, уличная мода сама становится источником вдохновения для дизайнеров и, соответственно, началом нового цикла воспроизводства модных стилей.

Жан Бодрийяр, быть может первым, ввёл фрактал в гуманитарный лексикон. С его лёгкой руки фракталы стали элементами новой пост-постмодернисткой реальности. В книге «Пароли. От фрагмента к фракталу» Бодрийяр пишет:

«Мы обращены, с одной стороны, к фрагменту, а с другой — к фракталу!»

С появлением фрактала философская категория «фрагмент» предстала в новом свете. Теперь фрагмент — это то, что отделено от всего остального и неразрывно связано с целым. Дискретность не конфликтует с непрерывностью. Интуитивные понятия Жюль Делеза и Феликса Гваттари, такие как «складки» и «рифленость» стали более содержательными. Нерегулярные объекты и динамические процессы предстали восприниматься как хаотические и бессмысленные кластеры форм и траекторий. Фрактальная геометрия открыла новые измерения. Фрагменты фрактала, разделённые масштабом и положением, оторванные один от другого, оказываются соединёнными «поверх» формальных связей, через процесс построения или через его символический алгоритм. Фрактальная геометрия позволила выделить в толще хаоса весьма сложные и запутанные структуры. Эти структуры, будучи нерегулярными, остаются упорядоченными в том смысле, что подчиняются простым алгоритмам. Элегантность сложных фрактальных форм в сочетании с простотой алгоритма их построения делает фрактал соблазнительным символом, вокруг которого появляются мистификации и формируется миф.

ФРАКТАЛ: МИФЫ И МИСТИФИКАЦИИ

Фрактальный миф начинает формироваться с момента появления понятия «фрактал». Тот факт, что фрактальные структуры часто наблюдаются на границе порядка и хаоса — «фракталы там, где хаос», — всё чаще интерпретируют со сдвигом смысла — «хаос там, где фракталы». Если в первых книгах о фракталах («Фракталы и хаос в динамических системах» Ричарда М. Кроновера или «Фракталы, хаос, степенные законы» Манфреда Шредера) фрактал есть инструмент описания процессов на границе порядка и хаоса, то более поздние книги («Хаос и фракталы» Хайнц-Отто Пингена и др. или «Введение в нелинейную динамику: хаос и фракталы» Гринченко и др.) рассматривают фрактал в одном ряду с категорией хаоса. Этот сдвиг в интерпретации фрактала смещает акцент от рассмотрения «вселенной фракталов» к рассмотрению «Вселенной как фрактала».

Фикция приобретает статус факта в общественном сознании в тот момент, когда на новостных лентах появляются сообщения, подобные следующему:

«Группа астрономов пришла к выводу, что материя во Вселенной распределена в виде фрактала. Традиционно считается, что при увеличении масштаба распределение материи во Вселенной становится непрерывным. Опровержение этого постулата может привести к пересмотру существующих моделей Вселенной».

Таким образом, исходный, рациональный посыл «фрактал — один из объектов реальности» трактуется в новом мифическом смысле: объективная реальность есть фрактал. На самом деле мир не фрактален. Но фрактальная аналогия оказывается полезной и конструктивной во многих случаях.

Открытый Мандельбротом новый пласт форм стал золотой жилой для дизайнеров, архитекторов, инженеров. Несчётное число фракталов строится по одним и тем же принципам многократного повторения. Отсюда фрактал проще всего определить