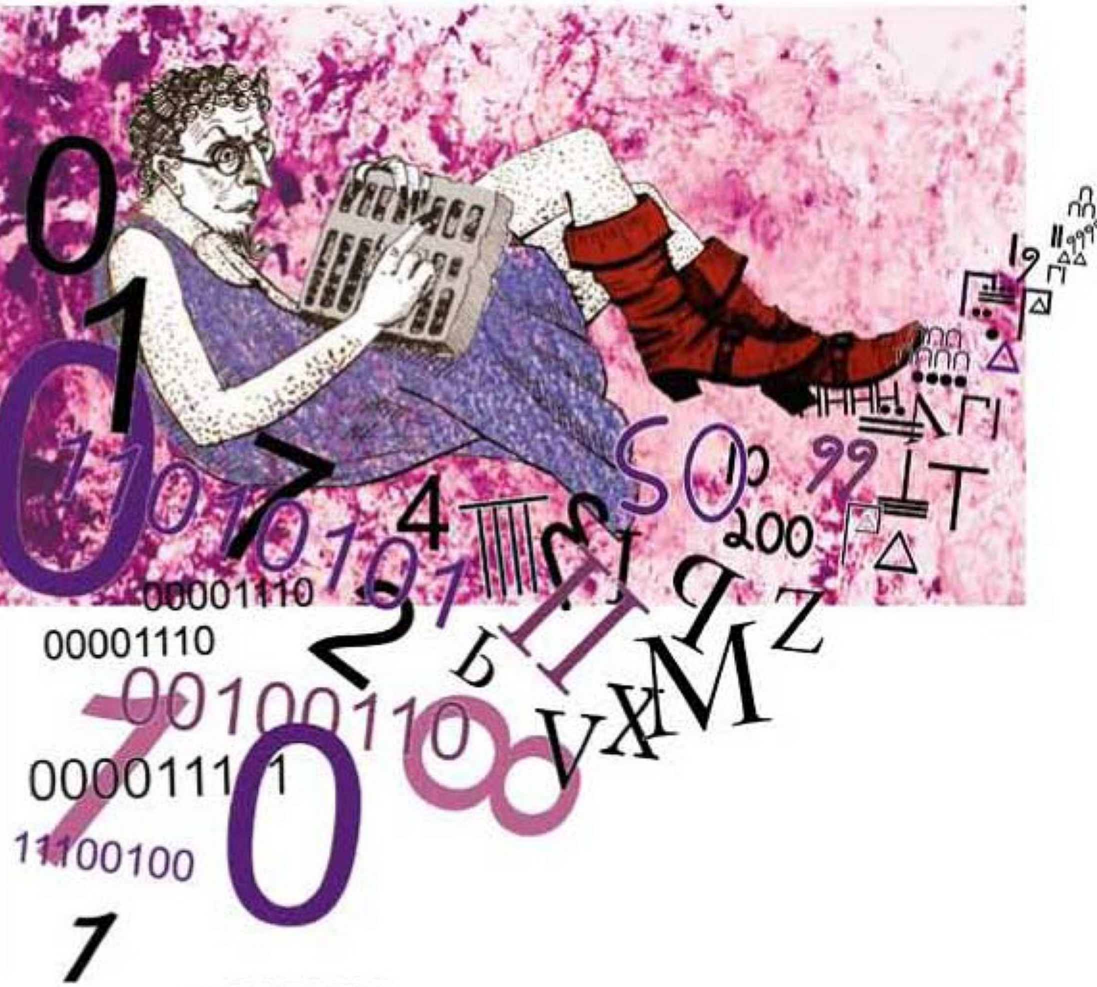
Михаил Ахманов

ПРОСТО
АРИФМЕТИКА



ПРОСТО

УДК 001, 501, 510
ББК 22.1
А 95

А 95 Михаил Ахманов. Просто арифметика. — СПб.: ООО «Страта», 2013. — 176 с.

ISBN 978-5-906150-05-9

Возможно, наши далекие предки еще не владели речью, но уже умели считать. Счет — древнейшая интеллектуальная операция, которую освоило человечество. Как считали египтяне и шумеры, греки и римляне? Как развивались приемы счета в Средние века и в Новое время? Как были изобретены первые компьютеры? Кто из гениев внес вклад в науку счета?

Об этом рассказано в книге, которая предлагается вашему вниманию.

ISBN 978-5-906150-05-9

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 1.
ДРЕВНИЙ ЕГИПЕТ И ВАВИЛОНИЯ

Труд археологов и изучение примитивных племен, еще сохранившихся в XX веке, позволяет заполнить лакуну между приемами счета доисторических охотников и сравнительно высокими математическими знаниями Древнего Египта и Двуречья. Путь лежит от подсчета дней с помощью зарубок на кости к подсчету животных, мер зерна, денежных единиц и иных ценностей, к измерению предметов и расстояний, размеров полей, каналов, архитектурных сооружений, к вычислению потребного для храмов, дворцов и защитных стен количества кирпичей или каменных блоков. На этом пути сразу возникает несколько интересных для исследования задач: какими знаками записывались числа и какой материал для этого применялся; тип системы, в которой представлялись числа; какое число являлось основанием системы счисления; какие математические операции были известны в той или иной культуре; как соотносились знания в области геометрии и численного счета и с какими потребностями практики было связано их развитие. Но, вероятно, первым вопросом является, где и почему возникла математика, где и почему кость сменилась более подходящим для записи материалом, а зарубки — сложной системой знаков.

Этот вопрос связан с проблемой зарождения первых центров цивилизации. Известно, что они возникли в теплых климатических зонах (но не в тропиках, а примерно между 25—35 параллелями), в плодородных долинах огромных рек, где изобилие воды и тепла, а также сезонные разливы, приносящие ил, способствовали земледелию, где имелся материал для построек, камень, глина или лес, где река служила не только источником воды, но и удобной транспортной артерией.

В Старом Свете эти условия сложились в долинах Нила, рек Месопотамии Тигра и Евфрата, рек Индии Инда и Ганга и рек Китая Янцзы и Хуанхэ. Стоит ли удивляться, что именно там и возникла математика.

ДРЕВНИЙ ЕГИПЕТ

Египет — древнейшее государство мира с централизованной властью. Страна похожа на гигантскую метлу: на сотни километров тянется длинная ручка-река, а ближе к морю Нил, распавшись на прутья-протоки, образует широкую Дельту. С запада и востока — пустыни. Узкие полосы обитаемой земли по речным берегам — будто зеленая лента с голубой прошивкой водной нити, брошенная среди желтых, оранжевых, бурых песков. Земля плодородна — дает в год по два-три урожая зерна, овощей и фруктов. Население в некоторые периоды равняется семи-восьми миллионам — примерно 1/12 всего

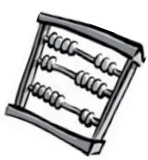
КАК ЗАРОДИЛАСЬ МАТЕМАТИКА

На эту тему рассуждали такие великие греческие мыслители, как Геродот (484—425 гг. до н. э.) и Аристотель (384—322 гг. до н. э.). «Отец истории» Геродот считал, что геометрия появилась в Египте, и задачи у этой науки были практические: межевание полей после разлива Нила, а также измерения, необходимые при строительстве. Эта мысль подкреплялась огромным опытом — Геродот объездил половину Ойкумены, побывал в Египте, Вавилонии и даже в скифских степях.

Но у философа Аристотеля было другое мнение — он рассматривал математику как интеллектуальную игру, изобретенную египетскими жрецами, которые располагали свободным временем.

населения планеты. Ремесла и искусства процветают: египтяне возводят гигантские храмы, усыпальницы, ирригационные сооружения, делают папирус, более долговечный, чем бумага, выплавляют бронзу и стекло, разводят скот и птицу. Возникает письменность, появляются мастера ваяния и живописи, развиваются медицина, литература и, разумется, математика. До наших дней дошли папирусы с лирическими песнями, сказаниями, религиозными и научными текстами, и среди них — медицинский папирус Эберса и математический Райнда (или Ахмеса) (см. цветную вкладку).

Но, несмотря на все эти достижения, в египетской культуре заметны черты изоляционизма. В долине Нила произрастали виноград, смоковница и финиковая пальма, но не имелось яблонь; среди множества одомашненных животных и птиц (антилопы, гуси, утки, голуби, журавли) отсутствовала курица и долгое время не было лошадей; торговля на бытовом уровне носила характер натурального обмена, а зарубежная торговля являлась государственной монополией — ее вели доверенные слуги фараона.



В результате в Египте на протяжении тысячелетий не сложилась система денежных единиц — отчасти ее заменяли кольца из золота, серебра и меди. В древности же (как, впрочем, и в наше время) свободная торговля являлась мощным стимулом развития математики.

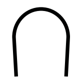
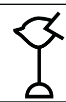
В древнем Египте применялась непозиционная десятичная система счисления и были известны лишь два арифметических действия — сложение и вычитание. Таблицы умножения египтяне не знали; умножение сводилось к многократному сложению, а деление — к подбору числа, которое, будучи умножено на делитель, дает делимое. Столь же длительными и неуклюжими были действия с дробями, причем египтяне знали только простые дроби, имеющие в числителе единицу, — 1/2, 1/3, 1/4 и так далее (исключение — дробь 2/3). Действия, которые покажутся элементарными школьнику наших дней, занимали у египетских математиков долгие часы. Если что и достойно восхищения, так их трудолюбие.

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Иными словами, это способы представления чисел в таком виде, который удобен для выполнения всевозможных математических операций. В процессе совершенствования этих способов появилась современная система, которая называется десятичной позиционной. В ней значение цифры зависит от позиции и, при ее перемещении на одно место, меняется в десять раз. Рассмотрим для примера число 423; в нем четверка соответствует четырем сотням, двойка — двум десяткам, а тройка — трем единицам. Если с теми же цифрами представить число 234, то теперь двойка соответствует сотням, тройка — десяткам, а четверка — единицам. В случае, например, системы древних вавилонян, тоже позиционной, но с основанием 60, а не 10, перемещение на одну позицию будет изменять значение цифры в шестьдесят раз. В непозиционной системе значение цифры постоянно и не зависит от ее позиции в записи числа. Цифры с единицы до девяти обозначались некими символами, другие символы использовались для обозначения узловых чисел, как правило, десятка, сотни, тысячи и т. д. В записи числа эти знаки повторялись столько раз, сколько в нем было тысяч, сотен и десятков. Например, обозначим цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 буквами русского алфавита А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, а числа 10, 100 и 1000 — буквами латинского алфавита X, Y, Z. Тогда число 423 запишется как YYYYXXB (четыре сотни, два десятка и три), а число 5233 — ZZZZZYYXXXB (пять тысяч, две сотни, три десятка и три). Легко заметить, что эти числа можно записать иначе — BXXYYYY или YYZZZZZBXXX — и от этого их значение и смысл не изменятся. Непозиционные системы счисления применялись древними египтянами, греками и римлянами; они неудобны для привычных нам вычислений на бумаге, и потому во многих странах использовали счетные доски-абаки.

Египтяне обозначали узловые числа следующими иероглифами

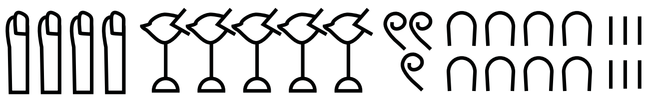
ЧИСЛА ИЕРОГЛИФЫ

Число	ИЕРОГЛИФ
1	
10	
100	
1 000	
10 000	
100 000	

Символика изображений такова: единицы — вертикальные черточки, десятки — кусок веревки, сотни — свернутая веревка, тысячи — болотное растение, десятки тысяч — палец, сотни тысяч — нечто похожее на головастика. С помощью этих знаков число 45386 запишется в аддитивном представлении следующим образом:

10000 + 10000 + 10000 + 10000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 1000 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.

Иероглифическая запись выглядит так:



Иероглифическое изображение числа 45386

Названия и изображения первых девяти чисел таковы:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
уа	сон	хемет	туа	сас	сехеф	сесенну	песет	мет
I	II	III	II II	III II	III III	IIII III	IIII IIII	III III III

Названия в русской транскрипции даны в звучании, предполагаемом египтологами. Истинное звучание древнего языка остается не вполне ясным; его нельзя восстановить по письменным источникам, так как обозначения для гласных в нем отсутствуют.

ЕГИПЕТСКИЕ ИЕРОГЛИФЫ

Иероглифическое письмо — фонетическое; гласных нет, иероглифы соответствуют согласным звукам и их сочетаниям. Одногласных (алфавитных) иероглифов 24, также есть иероглифы двух- и трехбуквенные, но в основном они обозначают слова. Когда-то ученые-египтологи насчитывали семьсот иероглифов, но теперь известно, что их порядка пяти тысяч. Со временем в Египте появилось упрощенное демотическое письмо (скоропись), а иероглифическое стали использовать только для священных текстов. Египетские письменные источники, хранящиеся в музеях мира, включают множество папирусов (официальные документы, частные письма, данные переписи, отчеты о сборе налогов, литературные произведения), а также клинописные таблички — дипломатическую переписку с Вавилоном.

Выше было отмечено, что египтяне знали только действия сложения и умножения. Рассмотрим, как с их помощью производилось умножение — например, 51 × 13 = 663. Первый шаг: сложить 51 и 51, получить 102 и отметить, что первое число сложили дважды. Второй шаг: сложить 102 и 102, получить 204 и отметить, что первое число сложили четырежды. Третий шаг: сложить 204 и 204, получить 408 и отметить, что первое число сложили восемь раз. Четвертый шаг: сложить 408 и 408, получить 816 и отметить, что первое число сложили шестнадцать раз. Так как 16 больше 13, процесс нужно остановить, взять число 816 и трижды вычесть из него 51. Либо взять результат третьего шага 408, прибавить к нему 204 (четыре раза по 51), прибавить 51 и получить искомый результат 663.

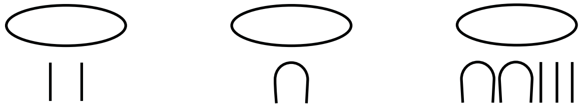
Фактически это означает, что множитель представлен в виде 13 = 8 + 4 + 1 или в виде 13 = 16—2 — 1.

Деление производится как операция, обратная умножению. Разделим 663 на 13. Для этого начнем на каждом удваивать знаменатель 13, отмечая результат и количество таких удвоений, и прервем процесс, когда результат после очередного удвоения станет больше числителя 663. Запишем эти вычисления в таблицу:

Шаг	Число удвоений	Результат
0	1	13
1	2	26
2	4	52
3	8	104
4	16	208
5	32	416
6	64	832

Результат шестого шага отбрасываем, а из третьего столбца выбираем числа, которые в сумме дают 663 = 416 + 208 + 26 + 13. Им соответствуют удвоения из второго столбца 32 + 16 + 2 + 1 = 51. Это и есть искомый результат.

В данном случае числитель и знаменатель подобраны так, что результат деления целочисленный. Если получался остаток, для его оценки использовалась простая дробь вида 1/n. Для обозначения дроби использовался знак, похожий на вытянутый овал, под которым располагалось число — знаменатель. Числитель дроби всегда был равен единице, а дробь 2/3 обозначали специальным символом. Вот как выглядели у египтян дроби 1/2, 1/10, 1/23:



В 1858 г. шотландским египтологом Генри Райндом был обнаружен папирус с математическими задачами, который ныне хранится в Британском музее. По традиции, существующей в египтологии, редкие папирусы называют именем ученого, который их нашел и сделал первое описание. Но папирус Райнда оказался уникальным — в нем сообщалось имя автора, математика Ахмеса, собравшего знания двух предшествующих веков и составившего этот трактат.

Длина папируса Ахмеса-Райнда шесть метров, он датируется примерно 1800 г. до н. э. (эпоха Среднего царства) и содержит 87 задач с решениями.

Чтобы указать операции сложения и вычитания, Ахмес использует перпендикулярные линии в различных положениях; единых знаков для этих действий в Египте не было. Предполагается, что папирус служил для обучения математике будущих писцов, которые считались в Египте людьми очень уважаемой профессии.

Учебные задачи могли выглядеть так: «В семи домах сидят по семи кошек, и каждая поймала семь мышей. Сколько всего мышей они изловили?» Современный способ решения: семь возвести в третью степень. Со школы мы помним квадрат семи; осталось умножить 49 на 7 (что делается устно) и получить 343. Египтянам приходилось семь раз сложить 7, зафиксировать результат 49 и семь раз сложить 49.

Еще одна задача: «Некий вельможа решил наградить своих слуг, разделив меж ними овечье стадо в семь сотен и еще четырнадцать голов. Двум слугам он даровал по три доли, пяти — по две доли, и еще пяти — по одной. Сколько овец получит каждый из слуг?» Задача сводится к определению доли. Обозначив ее «x», получим линейное уравнение:

ПИСЦЫ И НАСТАВНИКИ ЗНАНИЙ

Они пользовались в Египте особым уважением. В тексте времен Древнего Царства о них сказано (перевод М. Матье): «Имена мудрых пребывают вовеки, хотя они отошли, закончили свои жизни, и неизвестно уже потомство их. А ведь они не возводили себе пирамид из бронзы с надгробными плитами из железа. Они не заботились о том, чтобы оставлять наследниками детей, поминающих их имена, но они сделали своими наследниками писания и поучения, которые они сотворили. Они поставили себе свиток вместо чтеца и письменный прибор вместо любящего сына. Книги поучений стали их пирамидами, тростниковое перо — их дитем, поверхность камня — их женой… Они ушли, и имена их были бы забыты, но писания заставляют помнить их».

$$6x + 10x + 5x = 714$$
$$21x = 714, \text{ откуда } x = 34$$

Это одна доля, а две и три составят 68 и 102.

Папирус Ахмеса содержит задачи такого типа, связанные с арифметическими вычислениями (умножение и деление с помощью сложения и вычитания) или с решением линейных уравнений; также Ахмес приводит геометрические задачи. Несомненно, наибольшую проблему представляли задачи, связанные с дробными величинами, и такие примеры у Ахмеса имеются: «Определить цену одной связки (связки тростника?.. меры зерна?.. — *М. А.*), если цена одной и одной седьмой связки равна 19». О какой системе денежных единиц идет речь в данном случае, остается загадкой; возможно, тростник меняли на финики.

В современных обозначениях задача сводится к линейному уравнению $x + 1/7\, x = 19$, которое решается методом проб и ошибок. Предположим, что $x = 7$; тогда $x + 1/7\, x = 8$. Изменим значение x так, чтобы получить 19 вместо 8. Для этого число 19 делим на 8 и получаем $19/8 = 2 + 1/4 + 1/8$ (при этом используются только дроби, числитель которых равен 1). Умножение 7 на $(2 + 1/4 + 1/8)$ дает $16 + 1/2 + 1/8$, что и является искомым результатом. Затем следует проверка решения: $(16 + 1/2 + 1/8) + 1/7\,(16 + 1/2 + 1/8) = 19$.

В папирусе Райнда-Ахмеса дается самое раннее из известных приближение к числу π — 3,1604. В более поздних египетских документах содержится более точное значение $3 + 1/7$.

ВАВИЛОНИЯ

Важнейшей чертой сходства между Египтом и Месопотамией является наличие полноводных рек, несущих в сезон дождей плодородный ил. Правда, сами египтяне так не считали, назвав Евфрат и Тигр Перевернутыми Водами; по их разумению, крупная река должна была, как Нил, течь с юга на север, тогда как у рек Месопотамии противоположное направление. В остальном различия весьма заметны. Египтяне сохраняли свою национальную идентичность даже в период римского владычества, в первые века новой эры, тогда как Двуречье являлось бурлящим котлом, где смешивались народы-завоеватели, приходившие в долины Евфрата и Тигра со всех сторон света. В Египте централизованное государство сложилось еще до эпохи пирамид и было прочным на протяжении тысячелетий — кроме периода смуты между Древним и Средним царствами и гиксосского вторжения между царствами Средним и Новым. История Двуречья выглядит гораздо более пестрой.

В конце четвертого тысячелетия до н. э. на юг страны переселились шумеры, затем на север — аккадцы, народ другого языка и другого происхождения. В этот период в Месопотамии сложилось полтора десятка городов-государств, постоянно враждовавших друг с другом. Самыми известными из них были Эреду, Ларак, Урук, Лагаш, Ниппур, Ур, Киш и Сиппар. Аккадцы захватили Шумер, создав первую централизованную державу, но Шумеро-Аккадское царство оказалась недолговечным и к XXIII веку до н. э. сошло с исторической сцены. В начале второго тысячелетия до н. э. возвысился Вавилон, город пришельцев-амореев; в этот период правил Хаммурапи (1793—1750 гг. до н. э.), царь Вавилона аморейской династии, создавший знаменитый кодекс законов. Затем Двуречье вошло в состав Ассирии, а после ее крушения в этих землях сложилось Нововавилонское царство (626—538 гг. до н. э.), которым, в частности, правил библейский царь Навуходоносор. Его страна рухнула под ударом персов; их сменили македонцы и греки, а после распада империи Александра Македонского Месопотамия оказалась сначала

КЛИНОПИСЬ

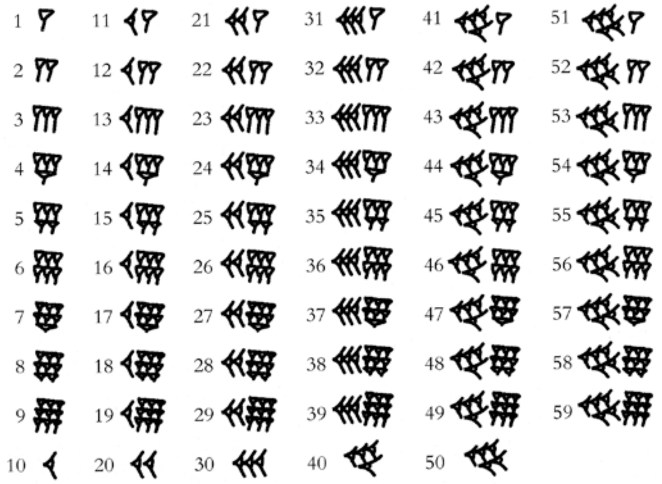
Считается, что первая система письменности была создана шумерами в четвертом тысячелетии до н. э. Камень и дерево — редкость в Двуречье, и здесь нет растений, подходящих для изготовления папируса. Зато в изобилии глина — все строительство велось с помощью глиняных кирпичей, и пластинки сырой глины стали материалом для письма. На них рисовали пиктограммы, изображавшие предмет или какое-то понятие, связанное с этим предметом, и таких пиктограмм известно порядка тысячи. Однако глина не очень подходит для рисунков. Углом палочки прямоугольного сечения удобнее выдавливать знаки, похожие на клинья, но количество таких знаков, в силу способа их нанесения, будет гораздо меньше числа пиктограмм. Так произошел переход к символам, обозначающим слоги и сочетания звуков устного языка. Среди них выделилась группа клинописных значков, изображающих цифры. В настоящее время в музеях мира хранится 400000 глиняных табличек, около четырехсот из которых содержат математические тексты. Самые древние таблички — из Урука, где, возможно, зародилась письменность.

в составе державы Селевкидов, потом — Парфии (на рубеже новой эры).

Этот краткий очерк показывает, что история Двуречья в самом деле была пестрой, включающей смешение языков, культур и обычаев многих народов. Казалось бы, о какой Вавилонии — и, следовательно, вавилонской математике — можно говорить? Удивительно, но математические знания, приемы ирригации, своеобразная традиция письма, религия и древняя литература сохранялись в этом коловращении племен в течение тысячелетий. Даже когда шумерский язык полностью вышел из обихода, сказание о Гильгамеше, царе Урука, не было забыто, как и божества Шумера. Поэтому термин «вавилонская математика» вполне допустим.

Математика Двуречья достигла гораздо более высокого уровня, чем египетская, ориентированная, в сущности, не на торговые операции, а на геометрические задачи. Земли шумеров, аккадцев, вавилонян находились на перекрестке путей между востоком и западом, севером и югом, и торговля здесь процветала. Разумеется, возникали задачи государственного значения, связанные с измерением полей, прокладкой каналов, сбором налогов, содержанием войск и крупным строительством, но сословие купцов предъявляло свои, часто более широкие требования. Одним из них стала денежная система, позволяющая исчислить стоимость товаров в весе золота и серебра. Еще не было монет (они появятся только в Лидии в 685 г. до н. э., а затем — в Греции), но денежная система уже существовала: в ее основе лежал вавилонский талант весом 60,4 кг, который делился на 60 мин, а мина состояла из 60-ти шекелей (или сиклей). Для продажи, покупки и обмена разнообразных товаров требовалось пересчитывать их в денежный эквивалент, а кроме этого возникала проблема долговых обязательств, когда товар или средства для его приобретения ссужались под проценты. Нужно было считать хорошо и быстро.

Вавилонская система счета была позиционной, что давало ей огромное преимущество перед египетской. В основании — не десять, а шестьдесят; следовательно, нужно запомнить пятьдесят девять обозначений для цифр от 1 до 59, но это, как говорится, дело привычки. Зато в позиционной системе гораздо удобнее выполнять не только четыре действия арифметики, но и работать с дробями, возводить в степень и извлекать корень.



Изображение клинописных цифр Вавилонии

Рассмотрим соответствие между вавилонской системой и привычной нам десятичной. Для определенности обозначим числа в шестидесятеричной системе скобками и запишем их через запятую — {2,2,2}. Переведем число {2,2,2} в десятичный вид: $\{2,2,2\} = 2 \times 60 \times 60 + 2 \times 60 + 2 = 7322$. Первая двойка: третий разряд, соответствующий сотням (то есть 10×10, а в данном случае — 60×60); вторая двойка: второй разряд, соответствующий десяткам (в данном случае — шестидесяти); третья двойка — первый разряд, соответствующий единицам (в данном случае — просто два).

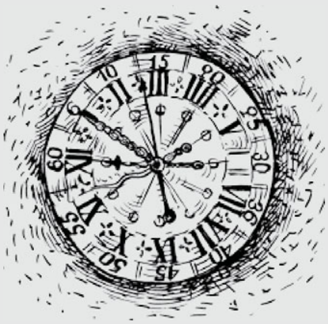
Обратимся к более сложному примеру, в котором будут присутствовать цифры шестидесятеричной системы, большие девяти. В десятичной системе это уже числа, и для обозначения их как цифр у нас, в отличие от вавилонян, нет значков. Поэтому обозначим их таким же способом, как в предыдущем случае. Аналог вавилонской записи, в которой используются цифры 23, 4 и 52, будет таким:

$\{23,4,52\} = 23 \times 60 \times 60 + 4 \times 60 + 52 = 83092$.

Это означает, что мы перевели шестидесятеричное число {23,4,52} в десятичный вид.

Позиционная система учитывает, что в некоторых разрядах значащая цифра может отсутствовать, и в нашей современной системе это обозначается с помощью ноля. В матема-

ПАМЯТЬ О СЧЕТНОЙ СИСТЕМЕ ВАВИЛОНА



Вопрос о том, почему вавилоняне предпочли шестидесятеричную систему десятичной, которая кажется нам более естественной, до сих пор в стадии дискуссий. Но какие бы ни были к тому причины, ряд элементов их системы используется до сих пор, причем даже в повседневной жизни. Именно вавилоняне разделили сутки на 24 часа, час — на 60 минут, а минуту — на 60 секунд. Именно они разделили окружность на 360 градусов, а это значит, что угловые меры тоже введены вавилонянами. Их способ был распространен на картографическое описание Земли и закрепился в системе широт и долгот, в том, как указываются координаты любой точки земной поверхности — с помощью градусов, минут и секунд.

тике Двуречья специальный символ для обозначения числа, не имеющего значения, то появляется, то исчезает, и в последнем случае о численной величине нужно догадываться из контекста.

Для арифметических вычислений у вавилонян были разработаны справочные математические таблицы: таблицы умножения, возведения в квадрат и куб, таблицы обратных величин $1/n$. Некоторые значения не всегда можно выразить конечной дробью, и в этом случае использовалась линейная интерполяция.

Для вычисления квадратного корня применялся алгоритм половинного деления, известный как метод Ньютона. Считается, что его предложили греки (Архит, Герон Александрийский), но на самом деле это вавилонское изобретение. Пусть имеется число n, из которого нужно извлечь квадратный корень. Выберем два числа A и B, квадраты которых больше и меньше n. Рассчитывается $C = (A + B)/2$. Если квадрат C больше n, то A заменяется на C; если квадрат C меньше n, то B заменяется на C.

Процесс повторяется до тех пор, пока не найдена величина, квадрат которой равен n или является близким приближением к n.

Такие арифметические вычисления активно применялись на практике. Об этом свидетельствуют тысячи табличек, в которых идет речь о поставках скота, зерна и других товаров, требующих подсчета, причем многие из этих текстов относятся к рубежу третьего—второго тысячелетий до н. э.

В области геометрии знания вавилонян кажутся не столь обширными, как в Египте. Однако они были знакомы с теоремой Пифагора и числом π — отношение длины окружности к ее диаметру, для которого в одной из табличек дано значение три и одна восьмая.

Нужно заметить, что число π является своеобразным показателем уровня развития математики. Это относится не к понятию о числе π (оно известно многим древним цивилизациям), а к способу его определения и к точности, с которой оно вычислено.

ЧИСЛО π

Приближенное значение числа π можно определить простейшим способом, для чего необходимы два колышка и веревка. Выберем ровное место, воткнем один колышек в почву, привяжем к нему другой и, натягивая веревку, опишем концом этого колышка окружность на земле. Уложим вдоль окружности еще один кусок веревки и обрежем его; длина этого куска равна длине окружности. Другим куском веревки измерим диаметр, а затем сравним длину обоих кусков. Мы выясним, что большой кусок (длина окружности) превосходит малый (диаметр) в три целых и одну седьмую раза, что является неплохим приближением для числа $\pi = 3,1415926\ldots$

Главной и самой удивительной чертой вавилонской математики является стремление сформулировать любую задачу, арифметическую или геометрическую, в виде уравнений, то есть в такой форме, которую мы сегодня назвали бы алгебраической. Вот типичный пример: «Площадь участка равна сумме двух квадратов и составляет 1000. Сторона малого квадрата равна 2/3 стороны большего квадрата, уменьшенного на 10. Найти стороны квадратов».

Если обозначить стороны большого и малого квадратов через x и y, задача сведется к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1000 \\ y = \dfrac{2}{3}x - 10 \end{cases}$$

Подставив в первое уравнение y, получим:

$$\frac{13}{9}x^2 - \frac{40}{3}x - 900 = 0$$

Положительный корень этого квадратного уравнения $x = 30$. Отсюда следует, что $y = 10$.

Кажется невероятным, что вавилоняне четыре тысячи лет назад умели решать квадратные уравнения и даже кубические частного вида, не имея понятия о формулах, выражающих корни через коэффициенты.

Это искусство породило множество домыслов в околонаучных сферах, но на самом деле в нем нет ничего таинственного. Процесс осуществлялся путем подбора положительного корня, то есть методом проб и ошибок. Эту процедуру значительно облегчали справочные таблицы, с помощью которых можно было подобрать примерное решение. Было бы более правильным считать, что вавилоняне вовсе не решали такое-то или такое-то уравнение, а умели находить его положительный корень, т.е. число, которое с хорошей точностью удовлетворяет данному уравнению. Известно, что они «решали» кубические уравнения вида $x^3 + x^2 = a$. Но на одной из глиняных таблиц приводится последовательность чисел $n^3 + n^2$, и совершенно ясно, что этот справочный материал использовался для поиска корней приведенного выше уравнения.

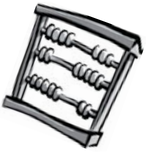
Д. Я. СТРОЙК «КРАТКИЙ ОЧЕРК ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ»

«Во всей математике Древнего Востока мы нигде не находим никакой попытки дать то, что мы называем доказательством. Нет никаких доводов; мы имеем только предписания в виде правил: «делай то-то, делай так-то». Мы не знаем, как там были получены теоремы; например, как вавилонянам стала известна теорема Пифагора. Было сделано несколько попыток объяснить, как египтяне и вавилоняне получали свои результаты, но все они являются только предположениями. Нам, воспитанным на строгих выводах Евклида, весь этот восточный способ рассуждения кажется на первый взгляд странным и крайне неудовлетворительным. Но такое впечатление исчезает, когда мы уясняем себе, что большая часть математики, которой мы обучаем современных инженеров и техников, все еще строится по принципу «делай то-то и делай так-то», без большого стремления к строгости доказательств. Алгебру во многих средних школах все еще изучают не как дедуктивную науку, а скорее как набор правил. Видимо, восточная математика никогда не могла освободиться от тысячелетнего влияния технических проблем и проблем управления, для пользы которых она и была создана».

Мы уже отметили такую черту математики Двуречья, как ее алгебраическая направленность. Другая — и не менее удивительная — ее особенность заключается в полном отсутствии доказательной базы. Понятия о теоремах и необходимости доказывать их логическим путем, опираясь на некие аксиомы, впервые появляются в греческой математике. Наиболее четко этот универсальный метод сформулирован в «Началах» Евклида в третьем веке до н. э. Приемы счета вавилонян, несмотря на всю их изощренность, больше напоминают инструкции к практическому действию, что и отмечалось рядом исследователей.

У вавилонской математической школы была еще одна функция, растянувшаяся на много столетий — возможно, на тысячу лет. Долины Тигра и Евфрата, как мы уже отметили, лежали на перекрестке дорог древности, и самым важным был путь, ведущий из Индии и Персии к берегам Средиземного моря. Не только караваны с товарами и армии завоевателей двигались с Востока на Запад и с Запада на Восток — вместе с ними путешествовали идеи, осуществлялась незримая связь науки и культуры отдаленных стран Евразии и Северной Африки.

В будущем по этой дороге прошествуют в Европу арабские, а на самом деле индийские цифры.



Пока же греки стремятся в Египет и Вавилон, чтобы припасть к источнику древней мудрости. Обмен идеями становится особенно интенсивным в персидскую эпоху, а затем — во времена Селевкидов и Птолемеев. Этому способствовали эллинизация Египта и стран Востока, произошедшая после походов Александра Македонского, и появление крупнейшего научного центра того времени — Александрийской школы.

В наши дни математические познания египтян и шумеров неоднократно становились поводом к необоснованным гипотезам и лженаучным спекуляциям. В ряде книг, написанных для развлечения досужей публики, предполагается, что их жрецов обучили математике пришельцы из космоса либо на Земле существовала некогда высокоразвитая цивилизация, погибшая во время планетарной катастрофы, и что знания древних — отзвук ее былых достижений. Так, А. Горбовскому в книге «Факты, догадки, гипотезы» хочется удивить читателей тем, что:

«Ученые жрецы и хранители знаний Древнего Шумера решали сложные алгебраические задачи, квадратные уравнения с несколькими неизвестными, задачи на сложные проценты и даже задачи, выходившие за пределы алгебры. Они предавались этим занятиям среди окружавшей дикости и варвар-

ства их эпохи. Писали они деревянными палочками на влажной глине, и то, что они делали, надолго опережало как практические потребности жизни, так и общий уровень знаний».

Нужно заметить, что как раз «практические потребности жизни» требовали решения конкретных математических задач. В городах-государствах Двуречья собирали налоги, кормили отряды воинов, торговали и занимались ростовщичеством. Без сложных процентов тут не обойтись. Задачи, содержащиеся на глиняных табличках, иногда формулируются удивительно по-современному: за какое время удвоится сумма денег, ссуженная под двадцать годовых процентов?

В известной книге К. Керама «Боги, гробницы, ученые» также содержатся домыслы и нелепости. Он пишет:

«...вавилоняне сумели достигнуть удивительных результатов. Достаточно вспомнить, что для древних греков, которые были в какой-то степени нашими учителями и в области математики, и в области астрономии, понятие 10 000 связывалось с понятием „тьмы народа“, понятие миллиона возникло на Западе лишь в XIX веке, а клинописный текст, найденный на холме Куюнджик, приводит математический ряд, конечный итог которого выражается цифрой 195 955 200 000 000, т. е. такими числами, которыми не могли оперировать даже во времена Декарта и Лейбница».

Все это тоже написано с целью развлечь и удивить читателей. На самом деле европейские математики прекрасно умели оперировать с многоразрядными числами уже в XVI веке. Лудольф ван Цейлен (1540—1610) вычислил π с тридцатью пятью десятичными знаками, а Генри Бриггс опубликовал в 1624 г. первую таблицу логарифмов с четырнадцатью знаками для целых чисел от 1 до 20 000 и от 90 000 до 100 000. Что до наших учителей греков, то Архимед разработал систему обозначения чисел вплоть до такого чудовищного числа, которое больше миллиона на миллиард миллиардов порядков.