Бондарь В.С.
Даншин В.В.

Пластичность

МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ ®

УДК 539.374
ББК 22.251
Б 81

Бондарь В. С., Даншин В. В. **Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 176 с. — ISBN 978-5-9221-1025-9.

Рассматриваются простейшие прикладные варианты теории упругопластического деформирования при пропорциональном (простом) и непропорциональном (сложном) нагружениях. Излагаются методы идентификации материальных функций, замыкающих варианты теории. Анализируются результаты теоретических и экспериментальных исследований процессов сложного нагружения как по плоским, так и по пространственным траекториям деформаций.

Для специалистов конструкторских и проектных организаций, научно-исследовательских институтов, а также для аспирантов и студентов, занимающихся расчетами и исследованиями высоконагруженных конструкций современной техники.

Рецензенты:
кафедра теории упругости механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова,
доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники В. Г. Зубчанинов

ISBN 978-5-9221-1025-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть II. Упругопластическое деформирование материалов, чувствительных к виду напряженного состояния

Часть III. Упругопластическое деформирование материалов, обладающих дополнительным упрочнением при непропорциональном циклическом нагружении

Выдающимся механикам современности
Алексею Антоновичу Ильюшину и
Валентину Валентиновичу Новожилову
посвящается

Предисловие

Разработка новых материалов с повышенными деформационными свойствами требует глубокого понимания роли различных структурных уровней материала и их взаимодействия в процессах деформирования и разрушения.

В настоящее время формулирование определяющих соотношений для описания процессов сложного нагружения проводится чаще всего на основе фундаментальных работ А. А. Ильюшина и В. В. Новожилова. Теория упругопластических процессов и концепция микронапряжений находят применение в большинстве современных подходов к проблемам неупругого поведения материалов.

В развитие оригинального подхода к задачам пластичности, предложенного В. С. Бондарем в 1987 году, в монографии представлены наиболее простые варианты изотермической теории пластического течения с изотропно-кинематическим упрочнением и ассоциированным законом течения. Существенное отличие предлагаемой монографии от аналогичных ей в том, что авторы предельно четко и обстоятельно описывают метод идентификации констант и функций материала на основе базовых экспериментов и приводят результаты многочисленных расчетов неупругого поведения материалов при нагружении и деформировании, тщательно сопоставляя экспериментальные данные с численными. При этом сравнительный анализ различных вариантов теории проводится на примерах сложного нагружения в наглядных для представления данных векторных пространств напряжений и деформаций Ильюшина.

Для малых деформаций теория упругопластического деформирования В. С. Бондаря является достаточно простым и надежным инструментом при исследовании процессов сложного нагружения, включая упругопластическое деформирование материалов, чувствительных к виду напряженного состояния, а также обладающих дополнительным изотропным упрочнением при непропорциональном циклическом нагружении. Авторы монографии подробно рассматривают редко анализируемые исследователями пространственные траектории деформаций. Результаты в ряде случаев оказались неожиданными. Например, не так давно экспериментально обнаруженный эффект дополнительного изотропного упрочнения весьма просто и эффективно объясняется уравнениями теории В. С. Бондаря с использованием нового параметра непропорциональности, выбранного авторами.

Содержание книги весьма актуально и своевременно. Оно содержит многие результаты, принадлежащие лично авторам монографии. Убедительно показано, что погоня за большим числом новых дополнительных параметров бессмысленна. Относительно простая теория В. С. Бондаря вполне приемлема для достаточно полного и точного описания весьма широкого класса процессов неупругого деформирования. При этом авторов не пугают возникающие в ряде случаев различия между теорией и опытами, оставляя возможность для уточнения теории (или даже возможной перепроверки опытных данных). Следует особо подчеркнуть, что авторы рискнули теоретически описать весьма сложные траектории сложного нагружения, которые были предложены В. Г. Зубчаниновым и экспериментально с блеском реализованы его сотрудниками. Более того, приведены теоретические результаты расчетов поведения неупругих материалов и по весьма экзотическим траекториям деформирования, включая спираль Архимеда, астроиду и т. п. Кроме задач чистой пластичности в работе представлены (хотя и довольно кратко) некоторые результаты по изучению вопросов малоцикловой усталости в условиях сложного нагружения.

Представляется, что монография В. С. Бондаря и В. В. Даншина может стать настольной книгой для инженеров и научных работников, занимающихся вопросами механики деформируемого твердого тела и прочности машин и сооружений. А положения предлагаемого авторами подхода могут послужить основой для выполнения программы фундаментальных исследований, поставленной Российской Академией Наук по развитию структурной механики материалов и элементов конструкций.

Ю. И. Кадашевич

Часть I

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

Вводные замечания

Развитие теории пластичности и разработка определяющих уравнений описания процессов непропорционального (сложного) нагружения в настоящее время идет двумя основными направлениями. К первому направлению относятся различные варианты теории упругопластических процессов, базирующиеся на общей математической теории пластичности А. А. Ильюшина [29, 30]. Ко второму направлению относятся различные варианты теории пластического течения при комбинированном упрочнении, базирующиеся на концепции микронапряжений, выдвинутой В. В. Новожиловым [45].

В данной части книги рассматривается достаточно простой вариант второго направления — теория упругопластического деформирования [7], являющаяся частным вариантом теории неупругости [2, 4, 6–8]. Теория упругопластического деформирования относится к классу одноповерхностных теорий течения при комбинированном упрочнении. Обоснование достоверности теории упругопластического деформирования проведено [3, 5, 6, 9, 17, 42, 48, 51] на широком спектре конструкционных материалов (сталей и сплавов) и разнообразных программ экспериментальных исследований. Сравнение [3, 6, 48] расчетов по различным вариантам теорий пластичности показали, что результаты, полученные с помощью теории упругопластического деформирования, лучше соответствуют экспериментальным данным нежели рассмотренные варианты теорий пластического течения и теории упругопластических процессов средних кривизн.

Область применимости теории упругопластического деформирования ограничивается малыми деформациями начально изотропных материалов при температурах, когда нет фазовых превращений, и скоростях деформаций, когда динамическими и реологическими эффектами можно пренебречь, и классом траекторий сложного нагружения, на которых проведена прямая апробация теории.

Рассматривается также математическое моделирование упругопластического деформирования материалов при сложном нагружении, а также анализируются результаты теоретических и экспериментальных исследований процессов сложного нагружения по плоским и пространственным траекториям деформаций.

Глава 1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

Изложены основные положения и уравнения теории упругопластического деформирования — частного варианта теории неупругости [2, 4, 6–8] для процессов сложного изотермического нагружения материала. Теория замыкается семью материальными функциями материала, которые подлежат экспериментальному определению. Дано векторное представление уравнений теории.

Приведены уравнения теории упругопластического деформирования для случаев обобщенного плоского и одноосного напряженых состояний. Для стационарного режима жесткого циклического одноосного нагружения приведен критерий малоцикловой усталости и его частные варианты.

Изложен расчетно-экспериментальный метод определения (идентификации) материальных функций. Приведены материальные функции четырех конструкционных сталей.

Следует отметить, что хотя теория применяется для разнообразных классов траекторий сложного нагружения, метод идентификации материальных функций базируется на экспериментах только при пропорциональном (простом) нагружении. В случае неполноты базового эксперимента этот метод идентификации позволяет использовать упрощенные подходы типа принципа Мазинга и критерия Коффина.

1.1. Вариант теории упругопластического деформирования материалов

Формулируются основные положения и уравнения теории упругопластического деформирования — частного варианта теории неупругости [2–4, 6, 8]. Выделяются материальные функции, подлежащие экспериментальному определению. Рассматривается векторное представление уравнений теории.

1.1.1. Основные положения и уравнения. Материал однороден и начально изотропен. В процессе упругопластического деформирования в нем может возникать только деформационная анизотропия. Тензор скоростей деформации представляется в виде суммы тензоров скоростей упругой и пластической деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{e} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{p}. \tag{1.1}$$

Упругие деформации при изменении напряжений следуют обобщенному закону Гука:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1}{E}\left[\dot{\sigma}_{ij} - \nu(3\dot{\sigma}_0\delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij})\right], \tag{1.2}$$

где E, ν — соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона, $\sigma_0 = 1/3\sigma_{ii}$ — среднее напряжение.

Полагается, что в пространстве составляющих тензора напряжений существует поверхность нагружения, разделяющая области упругого и упругопластического состояний. Поверхность нагружения изотропно расширяется или сужается и смещается в процессе нагружения. Уравнение поверхности нагружения принимается в следующем виде:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2}(\mathrm{s}_{ij} - a_{ij})(\mathrm{s}_{ij} - a_{ij}) - [C_p(\varepsilon_{u*}^{p})]^2 = 0. \tag{1.3}$$

Здесь $\mathrm{s}_{ij}^{*} = (\mathrm{s}_{ij} - a_{ij})$ — девиатор активных [32–34, 45] напряжений, s_{ij} — девиатор напряжений, ε_{u*}^{p} — длина дуги пластической деформации (накопленная пластическая деформация, параметр Одквиста). Тензор a_{ij} (добавочных напряжений, остаточных микронапряжений) [32–34, 45, 50] характеризует смещение поверхности нагружения в девиаторном пространстве напряжений, а скаляр C_p — отвечает размеру (радиусу) поверхности нагружения. Функция $C_p(\varepsilon_{u*}^{p})$ характеризует изотропное упрочнение и в случае возрастания этой функции материал является циклически упрочняющимся, в случае убывания — циклически разупрочняющимся и при постоянном значении — циклически стабильным.

Смещение поверхности нагружения определяется следующим уравнением:

$$\dot{a}_{ij} = \frac{2}{3}g\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} + \left(\frac{2}{3}g_{\varepsilon}\varepsilon_{ij}^{p} + g_a a_{ij}\right)\dot{\varepsilon}_{u*}^{p}. \tag{1.4}$$

Здесь g, g_{ε}, g_a — функции, подлежащие экспериментальному определению. В общем случае g, g_{ε}, g_a являются функционалами процесса нагружения или функциями инвариантов тензоров напряжений, деформаций и других параметров состояния. Здесь же g, g_{ε}, g_a считаются константами материала. Уравнение (1.4) характеризует анизотропное упрочнение и описывает процессы образования и снятия добавочных напряжений при пластическом деформировании. Уравнение (1.4) в данном виде впервые было рассмотрено в работе [1]. Трехчленная структура уравнения (1.4) удовлетворяет также тензорно-линейному уравнению, приведенному в работе [31]. Уравнение (1.4) конкретизирует и существенно расширяет возможности идей, изложенных в [31].

Пластические деформации зависят от истории нагружения и являются функционалами процесса. Считается, что поле скоростей пластической деформации в пространстве напряжений имеет потенциал. Тогда, принимая в качестве потенциала функцию (1.3), тензор скоростей пластической деформации будет определяться уравнением (ассоциированный с (1.3) закон течения, градиентальный закон течения)

$$\dot{\varepsilon}^p_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\lambda} = \frac{3}{2}\frac{\mathrm{s}^*_{ij}}{\sigma^*_u}\dot{\varepsilon}^p_{u*}. \tag{1.5}$$

Здесь σ^*_u — интенсивность активных напряжений, $\dot{\varepsilon}^p_{u*}$ — интенсивность скоростей пластической деформации.

Используя зависимости (1.1)–(1.5), можно получить уравнения для скорости накопленной пластической деформации соответственно для мягкого и жесткого нагружений:

$$\dot{\varepsilon}^p_{u*} = \frac{1}{E_*}\cdot\frac{3}{2}\frac{\mathrm{s}^*_{ij}\dot{\sigma}_{ij}}{\sigma^*_u}, \tag{1.6}$$

$$\dot{\varepsilon}^p_{u*} = \frac{3G}{E_* + 3G}\frac{\mathrm{s}^*_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}}{\sigma^*_u}, \tag{1.7}$$

$$E_* = q_\varepsilon + g + g_\varepsilon \varepsilon^{p*}_u + g_a a^*_u, \quad q_\varepsilon = \frac{dC_p(\varepsilon^p_{u*})}{d\varepsilon^p_{u*}},$$

$$\varepsilon^{p*}_u = \frac{\mathrm{s}^*_{ij}\varepsilon^p_{ij}}{\sigma^*_u}, \quad a^*_u = \frac{3}{2}\frac{\mathrm{s}^*_{ij}a_{ij}}{\sigma^*_u}.$$

Условия упругого и упругопластического состояний, найденные из принадлежности изображающей точки процесса поверхности нагружения и положительности скорости накопленной пластической деформации, имеют вид

упругость:

$$\sigma^*_u < C_p \;\cup\; \dot{\varepsilon}^p_{u*} \leqslant 0; \tag{1.8, a}$$

упругопластичность:

$$\sigma^*_u = C_p \;\cap\; \dot{\varepsilon}^p_{u*} > 0. \tag{1.8, б}$$

Здесь под $\dot{\varepsilon}^p_{u*}$ подразумевается выражение, задаваемое уравнением (1.6) или (1.7) или аналогичным ему.

Для описания процесса накопления повреждений используется энергетический подход. В качестве энергии, расходуемой на создание повреждений в материале, принимается энергия, равная работе добавочных напряжений на поле пластических деформаций. Кинетическое уравнение накопления повреждений принимается в следующем виде:

$$\dot{\omega} = \frac{a_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}}{W_0}. \tag{1.9}$$

Здесь ω — мера повреждения, W_0 — энергия разрушения. Критерием разрушения материала будет достижение повреждением предельного значения, обычно принимаемого равным единице. Ответственность остаточных микронапряжений за процесс накопления повреждений впервые была отмечена в работе [46], где и была сформулирована гипотеза пропорциональности скорости накопления повреждений и интенсивности остаточных микронапряжений. Экспериментальное обоснование ответственности остаточных микронапряжений за разрушение в опытах на одноосную малоцикловую усталость содержится в работе [49]. Кинетическое уравнение (1.9) на основе работы остаточных микронапряжений на поле пластических деформаций (критерий работы микронапряжений) впервые было рассмотрено в работах [10–12] при теоретических исследованиях малоцикловой усталости конических оболочек при теплосменах. Сопоставление в этих работах теоретических и экспериментальных результатов показало достаточную работоспособность критерия работы микронапряжений по сравнению с другими критериями. К тому же следует отметить, что нагружение материала оболочки в месте разрушения происходит в условиях двухосного напряженного состояния и носит весьма сложный неизотермический характер. То есть в этих работах критерий работы микронапряжений впервые был апробирован при сложном (непропорциональном) неизотермическом нагружении.

1.1.2. Материальные функции. Теорию упругопластического деформирования замыкают семь определяющих функций, подлежащих экспериментальному определению:

$$E,\ \nu,\ g,\ g_{\varepsilon},\ g_a,\ C_p(\varepsilon_{u*}^{p}),\ W_0. \tag{1.10}$$

Анализ экспериментальных результатов [50] показал, что при пластическом деформировании в условиях одноосного растяжения-сжатия (знакопеременного кручения) кривая образования остаточного микронапряжения хорошо апроксимируется зависимостью

$$a = E_a\varepsilon^p + \sigma_a\left[1 - \exp(-\beta\varepsilon^p)\right]. \tag{1.11}$$

Причем параметры E_a, σ_a, β имеют вполне определенный геометрический смысл на кривой образования микронапряжения: E_a — тангенс угла наклона асимптоты, σ_a — значение на оси остаточного микронапряжения в точке пересечения оси и асимптоты, β — показатель экспоненты.

Интегрируя уравнение (1.4) в случае одноосного растяжения и сравнивая с (1.11), можно получить следующие зависимости между определяющими и материальными функциями (параметрами):

$$g = E_a + \beta\sigma_a, \quad g_\varepsilon = \beta E_a, \quad g_a = -\beta. \tag{1.12}$$

Итак, теорию упругопластического деформирования замыкают следующие материальные функции, подлежащие экспериментальному определению:

E, ν — упругие параметры;

$C_p(\varepsilon^p_{u*})$ — функция изотропного упрочнения;

E_a, β, σ_a — параметры анизотропного упрочнения;

W_0 — энергия разрушения.

Расчетно-экспериментальный метод определения материальных функций будет изложен в § 1.3 этой главы.

1.1.3. Представление в векторном виде уравнений теории упругопластического деформирования. Для удобства сопоставления расчетных и экспериментальных результатов рассмотрим векторное представление процессов нагружения и деформирования [29, 30]. Компоненты векторов напряжений $\overline{S}$ и деформаций $\overline{Э}$ связаны с компонентами тензоров напряжений σ_{ij} и деформации ε_{ij} формулами [29, 30]:

$$\overline{S}=\begin{Bmatrix} S_1\\ S_2\\ S_3\\ S_4\\ S_5\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \sqrt{3/2}\,s_{11}\\ \sqrt{2}\,(s_{22}+s_{11}/2)\\ \sqrt{2}\,s_{12}\\ \sqrt{2}\,s_{13}\\ \sqrt{2}\,s_{23}\end{Bmatrix}, \quad \begin{gathered} s_{ij}=\sigma_{ij}-\delta_{ij}\sigma_0,\\ \sigma_0=(1/3)\sigma_{ii},\\ S=\sqrt{s_{ij}s_{ij}}=\sqrt{2/3}\,\sigma_u=\sigma;\end{gathered}$$

$$\overline{Э}=\begin{Bmatrix} Э_1\\ Э_2\\ Э_3\\ Э_4\\ Э_5\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} \sqrt{3/2}\,e_{11}\\ \sqrt{2}\,(e_{22}+e_{11}/2)\\ \sqrt{2}\,e_{12}\\ \sqrt{2}\,e_{13}\\ \sqrt{2}\,e_{23}\end{Bmatrix}, \quad \begin{gathered} e_{ij}=\dot{\varepsilon}_{ij}-\delta_{ij}\varepsilon_0,\\ \varepsilon_0=(1/3)\varepsilon_{ii},\\ Э=\sqrt{e_{ij}e_{ij}}=\sqrt{3/2}\,\varepsilon_u.\end{gathered} \tag{1.13}$$

Векторы скоростей напряжений и деформаций, а также длины дуг траекторий определяются выражениями

$$\begin{aligned} \dot{\overline{S}} &= [\dot{S}_1\dot{S}_2\dot{S}_3\dot{S}_4\dot{S}_5]^{\mathrm{т}}, \quad \Sigma = \int\limits_0^t \left|\dot{\overline{S}}\right| dt = \int\limits_0^t (\dot{s}_{ij}\dot{s}_{ij})^{1/2} dt, \\ \dot{\overline{Э}} &= [\dot{Э}_1\dot{Э}_2\dot{Э}_3\dot{Э}_4\dot{Э}_5]^{\mathrm{т}}, \quad s = \int\limits_0^t \left|\dot{\overline{Э}}\right| dt = \int\limits_0^t (\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij})^{1/2} dt. \end{aligned} \tag{1.14}$$

Векторные и скалярные свойства материалов являются основными характеристиками, изучаемыми при экспериментально-теоретических исследованиях упругопластического деформирования материалов при сложном нагружении. В качестве векторных свойств изучается ориентация вектора напряжений по отношению к траектории деформаций. В качестве характеристик ориентации рассматриваются отклонения вектора напряжений от касательной к траектории деформаций и выход вектора напряжений из соприкасающейся плоскости траектории деформаций. Рассматривается также выход вектора скоростей напряжений из плоскости, образованной векторами напряжений и скоростей деформаций. Указанные характеристики ориентации определяют выполнение или нарушение гипотез, на которых построены различные варианты теории упругопластических процессов. Характеристики ориентации определяются углами: сближения ϑ, компланарности γ (некомпланарности [19–25]) и соприкасания ψ (локальной депланации [19–25])

$$\vartheta = \arccos\left(\widehat{\sigma} \cdot \widehat{p}_1\right), \tag{1.15}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\widehat{q}_1 \cdot \frac{\left[\widehat{\sigma} \times \widehat{p}_1\right]}{\sin\vartheta}\right), \tag{1.16}$$

$$\begin{gathered} \psi = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\widehat{\sigma} \cdot \left[\widehat{p}_1 \times \widehat{p}_2\right]\right), \\ \left(\widehat{\sigma} = \frac{\overline{S}}{S}, \quad \widehat{p}_1 = \frac{d\overline{Э}}{ds}, \quad \widehat{p}_2 = \frac{1}{\chi_1}\frac{d^2\overline{Э}}{ds^2}, \quad \widehat{q}_1 = \frac{d\overline{S}}{d\Sigma}\right). \end{gathered} \tag{1.17}$$

Здесь $\widehat{\sigma}$ — единичный вектор напряжений; $\widehat{p}_1$, $\widehat{p}_2$, $\widehat{q}_1$ — компоненты реперов Френе траекторий деформаций и напряжений соответственно.

В качестве скалярных свойств изучается изменение модуля вектора напряжений по траектории деформаций и отличие этих значений от значений при простом нагружении.

Характеристики ориентации (1.15)–(1.17) можно определять также следующим образом:

$$\vartheta = \arccos \frac{\left(\overline{S} \cdot \dot{\overline{\text{Э}}}\right)}{\left|\overline{S}\right| \left|\dot{\overline{\text{Э}}}\right|}, \tag{1.18}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{\left(\dot{\overline{S}} \cdot \left[\overline{S} \times \dot{\overline{\text{Э}}}\right]\right)}{\left|\dot{\overline{S}}\right| \left|\left[\overline{S} \times \dot{\overline{\text{Э}}}\right]\right|}, \tag{1.19}$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{\left(\overline{S} \cdot \left[\dot{\overline{\text{Э}}} \times \ddot{\overline{\text{Э}}}\right]\right)}{\left|\overline{S}\right| \left|\left[\dot{\overline{\text{Э}}} \times \ddot{\overline{\text{Э}}}\right]\right|}. \tag{1.20}$$

Далее рассматривается векторное представление уравнений теории упругопластического деформирования. Вектор скоростей полной деформации $\dot{\overline{\text{Э}}}$ слагается из векторов скоростей упругой $\dot{\overline{\text{Э}}}^e$ и пластической $\dot{\overline{\text{Э}}}^p$ деформаций

$$\dot{\overline{\text{Э}}} = \dot{\overline{\text{Э}}}^e + \dot{\overline{\text{Э}}}^p. \tag{1.21}$$

Упругая деформация определяется законом Гука, а для пластической деформации принимается ассоциированный закон течения

$$\dot{\overline{\text{Э}}}^e = \frac{\dot{\overline{S}}}{2G}, \tag{1.22}$$

$$\dot{\overline{\text{Э}}} = \begin{cases} \dfrac{\overline{S}^*}{S^*} \left|\dot{\overline{\text{Э}}}^p\right| & \text{при } S^* = C_B \,\cap\, \left|\dot{\overline{\text{Э}}}^p\right| > 0, \\ 0 & \text{при } S^* < C_B \,\cup\, \left|\dot{\overline{\text{Э}}}^p\right| \leqslant 0. \end{cases} \tag{1.23}$$

Здесь $\overline{S}^* = \overline{S} + \overline{A}$, $C_B(s^p) = \sqrt{\frac{2}{3}}\, C_p \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\, s^p\right)$, $s^p = \int\limits_0^t \left|\dot{\overline{\text{Э}}}^p\right| dt$.

Уравнение для вектора смещения (добавочных напряжений) представляется в следующем виде:

$$\dot{\overline{A}} = g_B \dot{\overline{\text{Э}}}^p + \left(g_{\text{Э}} \overline{\text{Э}}^p + g_A \overline{A}\right) \left|\dot{\overline{\text{Э}}}^p\right|. \tag{1.24}$$

Здесь $g_B = \frac{2}{3} g$, $g_{\text{Э}} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\, g_\varepsilon$, $g_A = \sqrt{\frac{2}{3}}\, g_a$.