

Бронфман В.В.

**Пространство,
время,
взаимодействия**



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ ®

УДК 535.12 (075)

ББК 22.3

Б 88

Бронфман В. В. **Пространство, время, взаимодействия.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. — 280 с. — ISBN 978-5-9221-1128-7.

Рассматриваются модели пространства и времени и их связь с основными законами физики. Автор показывает на конкретном материале, как, наблюдая за отдельными явлениями, строя их модели, можно прийти к формулировке основных законов. В книгу включены решения большого количества примеров и задач.

Читая эту книгу, как будто присутствуешь на интереснейших занятиях В. В. Бронфмана — замечательного педагога, многочисленные ученики которого стали известными учеными. В. В. Бронфман приглашает читателя к совместной с автором работе, к творческому осмыслению поставленных задач, к их дальнейшей самостоятельной проработке. Этот очень плодотворный подход делает книгу особенно интересной вдумчивым читателям — старшеклассникам и студентам первых курсов университетов, а также преподавателям.

ISBN 978-5-9221-1128-7

© ФИЗМАТЛИТ, 2009

© В. В. Бронфман, 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
О чем эта книга?	7
Введение. Физика и окружающий мир	11

I. Геометрия Евклида и механика Галилея–Ньютона

Глава 1. Пространство и время	16
1.1. Однородно ли пространство?	16
1.2. Изотропность пространства	20
1.3. Построим трехмерное евклидово пространство	25
1.4. Что измеряют с помощью часов?	29
1.5. Прошлое и будущее	33
Глава 2. Движение	36
2.1. Система отсчета	36
2.2. Характеристики движений	43
2.3. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета	51
2.4. Преобразования Галилея	62
2.5. Мировая линия	72
Глава 3. Законы сохранения	77
3.1. Система материальных точек (тел)	79
3.2. Закон сохранения импульса	82
3.3. Закон сохранения момента импульса	105
3.4. Закон сохранения энергии	119

II. Теория относительности

Введение	160
Глава 4. Взаимодействия	161
4.1. Электростатическое поле	162
4.2. Магнитное поле	163
4.3. Вихревое электрическое поле	175

4.4. Электромагнитные волны	179
4.5. Оптика движущихся сред	184
4.6. Принцип Доплера	191
Глава 5. Специальная теория относительности	195
5.1. Основные постулаты специальной теории относительности и некоторые следствия из них	195
5.2. Преобразования Лоренца и некоторые следствия из них	201
5.3. Пространство и время в теории относительности	213
5.4. Законы сохранения в специальной теории относительности	221
5.5. Динамика теории относительности и электромагнетизм	233
5.6. Парадокс близнецов	242
5.7. Заключение глав 4 и 5	246
Глава 6. Элементы общей теории относительности (ОТО)	248
6.1. Неинерциальные системы отсчета	249
6.2. Постулаты общей теории относительности и некоторые след- ствия из них	252
6.3. ОТО и космология	260
Заключение	272
Список рекомендуемой литературы	275

ПРЕДИСЛОВИЕ

Автор книги — замечательный педагог, многочисленные ученики которого стали известными учеными, плодотворно работают в университетах, научных центрах и научно-исследовательских институтах как в нашей стране, так и за рубежом. Несомненно, книга несет на себе сильный отпечаток индивидуальности В. В. Бронфмана, что делает ее особенно ценной и интересной. Книга предназначена для вдумчивых читателей — старшеклассников и студентов первых курсов университетов, в общем-то изучивших школьный курс физики, но стремящихся максимально глубоко осознать идеи, представления и методы ньютоновской и релятивистской механики и физики в целом. Думаю, что книга будет полезна и с точки зрения передачи педагогического опыта автора учителям физико-математических школ.

Главной особенностью книги, как и всего педагогического подхода В. В. Бронфмана, является постоянное приглашение читателя к совместной с автором работе, к творческому осмыслению излагаемых вопросов, к их дальнейшей самостоятельной проработке и развитию. Это — очень плодотворный подход, требующий, конечно, заметных усилий со стороны читателя, но в конечном итоге приводящий к формированию у читателя того, что можно было бы назвать «физическим мышлением». В одних местах автор концентрирует внимание на вещах, кажущихся самоочевидными (например, однородность и изотропия пространства) — и тем самым дает возможность читателю осознать, что самоочевидных вещей в физике не бывает. В других местах — приводит рассуждение, ведущее к неправильному результату, и прежде чем указать ту тонкость, которая делает рассуждение неверным, советует читателю разобраться самостоятельно. Какие-то результаты излагаются на качественном уровне, и читатель должен сам выполнить соответствующие выкладки. Где-то читателю предлагается подтвердить изложенные соображения опытным путем, причем, как правило, дана лишь идея опыта, но не его подробное описание. Все это, и многое другое, стимулирует читателя к творчеству, делает работу над книгой особенно плодотворной.

Большое внимание в книге уделено законам сохранения и их связи с однородностью и изотропией пространства и с однородностью времени. Такой подход имеет глубокое общефизическое содержание; он применим во всех разделах физики, а не только в механике. Тем самым автор на примере классической механики вводит читателя в круг идей, общих для всех существующих физических теорий, как нерелятивистских, так и релятивистских. В этом смысле книга выходит за рамки своего предмета, и подготавливает читателя к восприятию более сложных разделов физики.

В целом книга служит полезным и существенным дополнением к учебной литературе по механике и физике вообще.

Главный научный сотрудник
Института ядерных исследований РАН,
академик РАН

В. А. Рубаков

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает глубокую признательность:

– рецензентам — академику РАН Рубакову Валерию Анатольевичу и доктору педагогических наук, почетному профессору Каменецкому Самуилу Ефимовичу за то внимание, которое они уделили этой работе, и за те замечания и предложения, которые были ими сделаны;

– редактору Марии Борисовне Козинцовой за терпение и труд, проявленные ею, и квалифицированную помощь автору в его работе.

Автор благодарит Пантуева Андрея Валерьевича и Чернякова Юрия Борисовича за моральную поддержку и колоссальную черновую работу, ими проделанную.

Москва 2007 г.

В. В. Бронфман

О ЧЕМ ЭТА КНИГА?

Физика состоит не только из сводки правильных ответов.

Липсон

Тот, кто имеет бесстыдство изучать физику и в то же время отрицать математику, должен бы знать с самого начала, что он никогда не войдет во врата мудрости.

Брадвардин

Одна из поразительных особенностей природы — многообразие схем ее истолкования.

Фейнман

Тот, кто прочел эпитафии, уже понял, о чем эта книга.

Автору хотелось бы дать более подробные пояснения о содержании его труда.

Мы все — зрители и действующие лица захватывающего спектакля. Вспыхивают и гаснут звезды, возникают и распадаются галактики, появляются и исчезают динозавры и т. д., и т. д., и любого любознательного человека охватывает желание понять сюжет и интригу этого грандиозного действия.

Немаловажную роль в хорошем спектакле играют декорации и музыка. Театральное действие — неразрывное единство движения и игры актеров с декорацией и музыкой. Придуманные режиссером мизансцены определяются декорацией и музыкальным сопровождением, а они подбираются, исходя из общей — главной — идеи спектакля. Условно можно сказать, что в грандиозном театре, который мы называем окружающим миром, роль декорации и музыки играют пространство и время.

Свойства пространства и времени во многом определяют ход всех процессов и явлений, с которыми нам приходится сталкиваться. В свою очередь, свойства пространства и времени определяются веществом и полями, их наполняющими (в дальнейшем совокупность вещества и поля будем называть материей).

Если мысль, что материя определяет свойства пространства и времени, вызывает у вас сомнение, то автор надеется, что после прочтения лежащей перед вами книги эти сомнения исчезнут.

В основном, свойства пространства и времени и их связь с материей испокон веков изучали философы, математики, физики.

Можно утверждать, что познание свойств пространства и времени — одна из основных задач философии, физики, геометрии и некоторых других разделов математики. Эта проблема не так проста, как кажется на первый взгляд, о чем свидетельствует непрерывное развитие научных представлений об окружающем мире в течение всех 2,5 тысяч лет существования науки.

Автор предпринимает попытку изложить на доступном для широкого круга читателей уровне современные воззрения на эти вопросы. Будучи по специальности физиком, я постарался как можно меньше касаться философских аспектов проблемы.

Любая пьеса, любой спектакль развивается внутри декораций по определенным законам.

Дело физиков — найти модели пространства и времени, наиболее полно отражающие свойства реального мира, провести проверочный эксперимент, указать границы применимости конкретных моделей и теорий, проанализировать, какие фундаментальные физические законы вытекают из той или другой модели пространства-времени.

С другой стороны, наиболее абстрактные, общие свойства пространства-времени изучает математика. Математиками разработан мощный аппарат, позволяющий по-другому подходить к моделям, которые предлагают физики. Этот математический аппарат дает возможность глубокого анализа моделей и во многих случаях приносит нетривиальные результаты.

Физик, не владеющий математическим аппаратом, вынужден будет в своих исследованиях остановиться на полпути.

Автор стремился донести до читателей связь между свойствами пространства и времени с основными законами, управляющими этим миром. Читателю будет интересно увидеть, что физику можно строить, используя различные подходы, которые приводят к одним и тем же результатам и связаны между собой.

За почти 3 тысячелетия развития науки создана сокровищница человеческой мысли — научное мышление. Автор сделал попытку показать на конкретном материале, как, наблюдая за отдельными явлениями, размышляя над ними, строя модели этих явлений, можно прийти к формулировке основополагающих законов природы.

Хочется предупредить читателя: путь, которым приходит автор к нужным выводам, и путь, по которым шла при их получении наука, далеко не всегда совпадают. Однако автор надеется, что

дух научного поиска, хотя бы частично, ему удалось передать. Именно этот дух — живая ткань науки, и без него она мертва.

Очень многих математический аппарат отпугивает своей сложностью. Автор поставил целью избежать излишних трудностей, найти новые пути изложения материала, и ограничивается математикой, как правило, в объеме базового курса средней школы.

Сначала излагаются основные физические соображения, на основании которых строятся модели пространства-времени: «классическая», тесно связанная с геометрией Евклида, и современная релятивистская, связанная с геометриями Лобачевского, Минковского.

На основе первой модели строится классическая — ньютоновская механика. При этом автор не пользуется законами Ньютона, Кулона, Гаука и т. п. и вовсе не потому, что он недооценивает роль этих великих умов в развитии науки и современном естествознании, а исходя из общих задач, которые он поставил перед собой. Во второй части показаны те трудности, с которыми столкнулась классическая физика и как они преодолеваются в релятивистской физике. Читатель знакомится с некоторыми положениями общей теории относительности и ее приложениями к космологии.

Еще раз сформулируем некоторые из поставленных задач:

1) показать возможность описать явления, происходящие в окружающем мире, исходя из самых общих представлений о пространстве-времени и небольшого числа экспериментальных фактов;

2) дать читателю представление о том, что самые различные подходы приводят к одним и тем же результатам.

Достаточно подробно разбираются причины, заставившие физиков отказаться от механики Галилея–Ньютона, и рассмотреть основные свойства пространственно-временного континуума Эйнштейна–Минковского.

Так как нельзя объять необъятное, за рамками книги остались квантовая физика, статистическая физика, термодинамика и многое другое. Однако некоторые законы формулируются, и показано, как они вытекают из более общих соображений.

Автор стремился придерживаться двухуровневой системы. Все важные вопросы, за редким исключением излагаются и при помощи хорошо известного школьнику математического аппарата, и с применением разделов математики, которые в курсе средней школы не рассматриваются.

Надо отметить, что само изучение важных и интересных разделов математики должно привлечь внимание читателей и принесет им несомненную пользу.

В продвижении по пути усвоения излагаемого материала вам могут помочь компьютерные модели. В некоторых случаях обращение к компьютеру поможет читателю в понимании сложных вопросов. Давая в отдельных местах книги ссылки на компьютер, автор прежде всего имел в виду программу «Живая физика», что не исключает использование других программ.

Каждый читатель определит сам, исходя из своих интересов, склада ума и способностей, способы работы с книгой.

ВВЕДЕНИЕ

ФИЗИКА И ОКРУЖАЮЩИЙ МИР

Зри в корень!
Козьма Прутков

На свете много есть такого, что и не
снилось нашим мудрецам.
Шекспир

Общеизвестно, что наука смотрит в «корень» вещей, изучает суть явлений, дает общую картину окружающего нас мира. Если это так, то возникает ряд вопросов.

Насколько научная картина мира соответствует действительности, и что значит соответствует?

Каким образом создается эта картина?

Насколько она близка к действительности?

Как проверяется истинность наших представлений?

Вот далеко не полный перечень этих вопросов.

Над ними в течение 2,5 тысяч лет ломали и продолжают ломать голову сейчас великие мыслители разных стран и народов. Не слишком углубляясь в эти проблемы, ограничимся вопросами, без единства взглядов на которые взаимопонимание между автором и читателем невозможны.

Смотреть в корень — это, прежде всего, отделить главное от второстепенного, выделить основные величины, определяющие ход изучаемого процесса, и определить характер их взаимосвязей.

Научное познание невозможно без отказа от учета бесконечно большого числа второстепенных причин и следствий. Существует такое парадоксальное утверждение: квалификация ученого определяется его знаниями о том, чем можно пренебречь при решении каждой конкретной научной задачи.

Следовательно, реально существующий объект и соответствующий ему объект научного исследования в принципе отличаются. Объект научного исследования называется моделью изучаемого явления или объекта.

Если мы удачно провели операцию выделения главного и отсеечения второстепенного, то поведение реальных процессов в самых существенных чертах будет совпадать с поведением модели исследуемого явления.

Абсолютно точное совпадение свойств реальных явлений и свойств их моделей невозможно хотя бы потому, что при создании модели приходится пренебрегать многими второстепенными факторами. Ценность модели определяется точностью ее предсказаний и ее общностью, т. е. тем, насколько широк круг явлений, к которым эти предсказания можно применять. Если для какого-то числа явлений две или несколько моделей дают практически один и тот же результат, выбирается самая простая из них.

Разберем на нескольких примерах методы создания моделей и оценки их приближения к действительности.

Выбор модели определяется прежде всего задачей исследования. Для ученого, изучающего механику движения зайца, модель зайца — одна, для изучающего теплообмен зайца с окружающей средой — модель другая, а для изучения прохождения нервного импульса от глаз зайца в его мозг — модель отличается от первых двух.

В первом случае можно ограничиться набором пружин, передаточных механизмов и т. п. Если нам удалось бы создать механизм, имитирующий движение зайца с достаточной степенью точности, то мы получили бы экспериментальную модель зайца, описывающую динамику и кинематику его движения. Опыты с этой моделью позволили бы определить роль каждой мышцы и сустава зайца, нагрузки на каждую мышцу и т. д. Конечно, биомеханика и механика пружин различаются между собой, но в первом приближении этим можно пренебречь. На реальном зайце подобные исследования были бы вряд ли возможны, хотя бы из невозможности рассмотрения в динамике работы каждой мышцы в отдельности.

Но можно представить или нарисовать каждую пружину или другой элемент воображаемого механизма, описать его свойства и принцип работы и в результате обсуждения теоретической физической модели определить ее соответствие действительности.

Можно написать систему уравнений, которые описывают поведения элементов механизма (в простейших случаях — закон Гука или правило равновесия рычагов). Получится система уравнений, решив которую, можно описать поведение системы. Полученные результаты можно сравнить с результатами, полученными при исследовании физических моделей и наблюдениями за реальными зайцами.

Можно пойти дальше и, написав соответствующую программу, создать компьютерную модель и провести компьютерный эксперимент.

Конечно, можно провести исследования с реальным зайцем, прикрепив к нему кучу всяких датчиков, заставляя совершать движения, которые в природных условиях он никогда не делал. Чтобы исключить индивидуальные свойства испытываемых животных, придется проводить опыты с большим их числом. В результате придется создать «портрет» двигательной системы обобщенного зайца — т. е. в результате натурального эксперимента появится или физическая, или математическая, или компьютерная модель двигательной системы зайца.

Никакая модель не в состоянии точно описать реальность. Всегда есть какие-то стороны явления, которые данная модель и построенная на основе ее изучения теория объяснить не могут. Ни одна модель не является исчерпывающей. Получив новые факты и размышляя над ними, ученые строят новые модели и теории и проверяют их справедливость экспериментально.

Пока существует наука, будут открываться новые факты, будут возникать новые теории и то, что раньше было тайной, будет превращаться в хорошо изученное явление.

Рассмотрим хорошо вам известную модель Солнечной системы. Прежде всего, в этой модели рассматриваются далеко не все тела, в нее входящие. В самую простую, которой мы чаще всего пользуемся, входит Солнце и самые большие планеты. В ней отсутствуют кометы, малые планеты, метеоритные тела, солнечный ветер и многое другое. Не учитываются взаимодействия планет между собой, отклонения планетных орбит от эллипса, негравитационные взаимодействия. Солнце считается неподвижным.

Можно считать такую модель весьма приблизительной и грубой. Действительно, для решения каких-то частных, специфических задач создаются модели более сложные и близкие к реальной Солнечной системе. Также очевидно, что создать модель, учитывающую все виды взаимодействия всех элементов Солнечной системы между собой, действия на них тел, не входящих в систему, и внутренние процессы, происходящие в каждом элементе, — задача неразрешимая, да и не нужная.

Однако роль простейшей модели Солнечной системы, такой, как говорилось выше, трудно переоценить. Изучение этой модели привело к открытию закона всемирного тяготения, который оказался универсальным законом природы. На этом полигоне отработывались методы, которыми пользуются ученые разных специальностей при решении самых разнообразных вопросов.

Следуя этому бесценному опыту, выберем и мы свой путь, которому будем следовать.

Вначале в результате многовековых наблюдений возникла птолемеевская модель Солнечной системы, которая до некоторых пор хорошо описывала видимое движение планет.

Росла точность наблюдений и появлялись факты, явно «не влезающие» в систему мира Птолемея. После длительных размышлений и расчетов Коперник построил гелиоцентристскую систему мира. Но и расчеты Коперника не привели к полному совпадению теории и опыта. Дело в том, что в модели Коперника планеты двигались по окружности.

Обработав результаты новейших для того времени наблюдений, Кеплер создал математическую модель Солнечной системы, которой мы пользуемся и сейчас.

Размышляя над этой моделью, Ньютон открыл закон всемирного тяготения. Выявив следствия из него, Ньютон проверил их экспериментально. Все его выводы и эксперименты опирались на законы, ныне носящие его имя.

В их выводе и осмыслении большую роль сыграл мысленный эксперимент. Схема мысленного эксперимента ученых выглядит примерно так: представим себе, что тело движется по абсолютно гладкой поверхности, тогда... (Галилей), представим себе, что мы проводим опыт в каюте идеального корабля, который движется без всяких толчков, тогда... (он же), представим себе, что мы имеем изолированную материальную точку, тогда... (Ньютон), представим себе, что луч света проходит через отверстие в падающем лифте, тогда... (Эйнштейн). Обсуждая ситуацию, которая возникала бы в этих случаях, эти выдающиеся ученые приходили к выводам, определяющим развитие науки на столетия вперед. Провести эти опыты в действительности невозможно по принципиальным или техническим причинам.

Вырисовывается методика построения моделей и теорий, включающая наблюдения, мысленный или реальный эксперимент, построение моделей и теорий с ними связанных, выявление следствий из этих моделей и их экспериментальная проверка, определение границ их применимости.

Мы будем придерживаться этой же методики, т.е. будем наблюдать за тем, что происходит вокруг нас, выделять факты, которые имеют решающее значение для решения обсуждаемых вопросов, в случае необходимости проводить мысленные или реальные эксперименты, строить физические, математические, компьютерные модели, проводить проверочные эксперименты, находить, при каких условиях данная модель перестает работать, и заменять ее новой.

ЧАСТЬ I

ГЕОМЕТРИЯ ЕВКЛИДА И МЕХАНИКА ГАЛИЛЕЯ–НЬЮТОНА

Был этот мир глубокой мглой окутан. Да будет свет! —
И вот явился Ньютон.

Эпиграмма XVIII века

В наших попытках понять законы природы мы находим, что самое очевидное интуитивное объяснение зачастую бывает ложным.

Эйнштейн

Движенья нет, — сказал мудрец брадатый.
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.

Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день пред нами Солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей.

Пушкин

Глава 1

ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ

В современной физике наблюдается тенденция к признанию различных видов симметрии в качестве фундаментальных принципов, которые невозможно вывести на основе каких-либо более первичных постулатов.

Кемпфер

Глава 1 посвящена решению вопроса, что имеют в виду физики, говоря о фундаментальных законах симметрии, какие соображения позволили им утверждать, что именно эти законы симметрии царят в нашем мире. Оказывается, что основные законы физики можно получить, исходя из моделей симметричной Вселенной. Виды же симметрии, господствующие в окружающем мире, устанавливаются путем анализа наблюдений и экспериментов. Они менялись по мере проникновения человеческой мысли в сокровенные тайны природы.

Основное отличие нашего подхода от того, к которому мы привыкли, именно в том, что, исходя из моделей окружающего мира, обладающих различными видами симметрии, мы выведем фундаментальные законы физики.

1.1. Однородно ли пространство?

Всю, самое по себе, составляют природу две вещи, это, во-первых, тела, во-вторых же, пустое пространство, где пребывают они и где двигаться могут различно.

Лукреций Кар

Всякое далекое место от чего-нибудь да близко.

Козьма Прутков

Попытаемся выяснить, каков смысл вопроса, вынесенного в заголовок этого очерка. Прежде чем говорить о законах природы, надо выяснить, одинаковы ли они в любой части Вселенной.

Напрашивается следующая постановка проблемы: если мы будем переходить с одного места на другое, и эти два места ничем не будут отличаться друг от друга, и никаким путем нельзя будет определить, переместились ли вы или нет, то такое пространство было бы идеально однородным и в этом случае можно было бы смело утверждать, что законы природы везде одинаковы.

Очевидно, что в реальном мире все обстоит не так. В одном месте гора, в другом — овраг; в одном месте Солнце, в другом — Земля.

Попробуем поискать другие подходы.

Представим себе, что мы идем по скучной однообразной пустыне. Однородна ли она? Нет. В одном месте барханы, в другом их нет, да и барханы не совсем одинаковы. Вот если срыть барханы, то мы получим гладкую, ровную, однородную пустыню. Не обязательно совершать этот безумный поступок. Можно это сделать в уме. Так мы и получили мысленную теоретическую модель однородной пустыни.

Попробуем аналогичным образом построить модель нашего трехмерного пространства.

Мысленно удалим из Вселенной все звезды, молекулы, элементарные частицы, все виды излучения, в общем все, все, все. Что останется — и будет однородное трехмерное пространство. Полученная модель пространства — пустой ящик без стенок (стенки нарушили бы однородность пространства), свойства которого, как и всякого ящика, не зависят от содержимого.

Свойства такой модели можно было бы обсуждать, тем более, что ее автором был сам Ньютон, но надо подумать о том, насколько Ньютоновская модель пригодна для описания окружающего мира.

Еще Аристотель, который утверждал, что пустого пространства быть не может, говорил: «... если имеется что-нибудь вроде места, лишённого тела, раз существует пустота, то куда будет двигаться помещенное в него тело? Ведь, конечно, не во все стороны.»

Пустое пространство не подавало никаких сигналов, никак не проявляло бы себя, а значит — его нельзя обнаружить. Именно это имели в виду великие современники Ньютона в своих высказываниях, которые приведены ниже.

Гюйгенс писал: «Бесконечному и пустому пространству не подходит ни идея и название движения, ни идея и название покоя».

Замечательный философ Беркли отмечает: «И что это за пространство, которое нельзя делить на части, которое нельзя измерить, которое нельзя ни воспринять чувствами, ни представить в воображении?».

Современная наука в этом вопросе скорее на стороне Аристотеля, чем Ньютона.

В соответствии с общепринятыми на сегодняшний день воззрениями, пространство заполнено особой средой — вакуумом, и поэтому свойства пространства определяются свойствами вакуума — например, его температурой и плотностью.

Вакуум обладает уникальными свойствами. В частности, в нем существуют различные поля, которые и заставляют частицы вещества перемещаться. Приходим к мысли, что обсуждать свойства «пустого ящика», которого нет в природе, бессмысленно.

Если мы понимаем условность ньютоновской модели пространства, то мы можем ею пользоваться при решении отдельных вопросов.

Попытаемся построить другие модели однородного пространства.

Вернемся в пустыню и поднимемся над ней на вертолете. Мы увидим большой кусок пустыни. Разобьем его на отдельные участки. В каждом участке практически одинаковое число высоких и низких барханов и, вообще можно считать, что эти участки не отличаются друг от друга. Пустыня однородна в том смысле, что, если отвлечься от мелких подробностей и рассматривать достаточно большие участки, то все они взаимозаменяемы.

Мы построили еще одну модель однородной пустыни.

Можно ли так же построить модель однородного трехмерного пространства? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно иметь экспериментальные данные о строении Вселенной и понять, можно ли ее разбить на одинаковые участки.

В основном, вещество сосредоточено в звездах и туманностях разного типа. Между звездами вещества почти нет. Говорить об однородности пространства на этом уровне не приходится.

Звезды образуют громадные скопления — галактики. Размеры галактик — десятки тысяч световых лет, и в них входят десятки миллиардов звезд. Галактики разделены громадными пространствами с малым содержанием вещества. Никакой однородности не получается и на этом уровне.

Галактики собираются в скопления галактик. В них входят от нескольких единиц до нескольких десятков галактик. Характерные размеры скоплений — десятки миллионов световых лет.

Они располагаются достаточно далеко друг от друга. В свою очередь, большое число скоплений галактик располагаются в «узлах» ячеистой структуры (см. рис. 1). Каждая светлая точка — это галактика. Далекие галактики и их скопления образуют уплощенные и вытянутые структуры («стены» и «волокна»), на пересечении которых — в их «узлах» — видна наибольшая концентрация галактик. Размеры таких сверхскоплений порядка многих десятков миллионов световых лет. Размеры областей, в которых галактик нет — сотни миллионов световых лет. Какая же тут однородность!

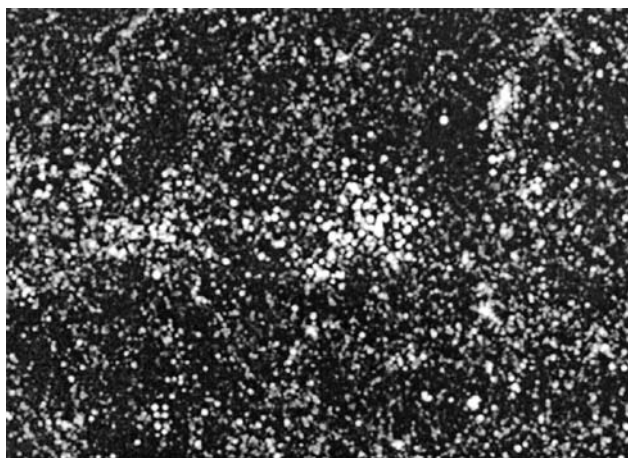


Рис. 1

Но если взять размеры областей на порядок больше, то в них практически войдут одно и то же количество ячеистых структур, галактик и звезд. В таких масштабах Вселенную можно считать однородной, что позволяет пользоваться моделью однородного пространства.

Ею можно будет пользоваться, правда не всегда, если обнаружатся малые отклонения от однородности в масштабах всей Вселенной.

Какими свойствами обладает однородное пространство?

Во-первых, в принятой нами модели любой участок пространства без всяких искажений может быть перенесен в любое другое место. Следовательно, пространство обладает одним из видов симметрии — симметрией относительно операции переноса. Теория симметрий различного вида — хорошо развитая часть математики.

Во-вторых, в любой части Вселенной законы природы одни и те же. Проверь, одинаковы ли они в любой части вашей комнаты.

Например, шарик, помещенный на наклонной плоскости, будет вести себя одинаково независимо от того, в каком месте комнаты эта плоскость расположена.

Важность этих выводов станет ясна читателю при дальнейшем знакомстве с этой книгой.

1.2. Изотропность пространства

Направо пойдешь — коня потеряешь. Налево пойдешь — головы не сносить. Прямо пойдешь — и себя и коня потеряешь.

Русская народная сказка

Сказочное пространство русского фольклора явно не изотропно. (Изотропное — одинаковое, равное по всем направлениям).

А как обстоит дело в жизни?

В реальном мире, если ограничиваться малыми масштабами, то, двигаясь по разным направлениям, мы будем преодолевать различные препятствия, любоваться различными пейзажами. Неравноправность различных направлений будет сказываться и в космических масштабах. Например, направление на Млечный путь и от него принципиально отличаются. Но, если перейти к масштабам в сотни миллионов или миллиардов световых лет, то, двигаясь по любому направлению, мы встретим одинаковое число галактик и их скоплений.

Обнаружение анизотропии пространства в любых тонких экспериментах не заставила бы отказаться от применения модели изотропного пространства, а заставила бы искать границу ее применимости.

Эти соображения позволяют выбрать модель изотропного пространства. Такая модель обладает симметрией относительно поворота, и законы природы не зависят от ориентации изучаемых объектов.

Можешь проверить это экспериментально. Например, измеряя силу взаимодействия двух сталкивающихся шариков, мы убедимся, что они не зависят от того как ориентирована в пространстве линия, по которой они двигаются.

Мы получили пространство, обладающее двумя видами симметрии, и в котором законы природы инвариантны, т. е. не

зависят от положения и ориентации исследуемого объекта в пространстве.

Соображение симметрии есть главный довод в любой научной дискуссии. Закон физики, противоречащий симметричности пространства, не верен. В этом ученые убедились на основании своего многовекового опыта. Хотя, как уже говорилось выше, нет никакой гарантии в том, что в результате очень тонких и точных опытов не обнаружатся явления, для которых данный постулат не верен.

Соображения симметрии позволяют решать конкретные научные задачи. Постараемся показать, как это делается на отдельных примерах.

Создадим картину силовых линий напряженности электрического поля точечного заряда или силовых линий напряженности поля гравитации точечной массы. Эти поля обладают центральной симметрией.

Если по каким-то причинам ты не знаешь, что такое напряженность поля или силовая линия, то об этом более подробно говорится ниже.

Надо помнить, что картина силовых линий — прием, позволяющий представить себе свойства полей различной природы, и относиться к этой картине соответствующим образом.

Силовая линия точечного заряда или точечной массы — прямая*, входящая или выходящая из заряда (массы)*). Оканчивается или начинается она на заряде потому, что точка, в которой находится неподвижный заряд, — особая выделенная точка.

Прямая — потому, что в однородном изотропном пространстве у силовой линии нет никаких оснований поворачиваться в какую-нибудь сторону. Она бесконечна, так как точка ее обрыва, если в ней нет заряда, без всяких на то оснований выделилась бы из однородного пространства. Углы между любыми двумя соседними силовыми линиями должны быть одинаковыми. Картина силовых линий напоминает ежа с торчащими во все стороны иголками. Правда, при этом возникают значительные математические трудности.

Чтобы получить об этом некоторое представление, попробуй разобратся с задачей: сколько силовых линий может лежать в

) В дальнейшем, как и в этом случае, знак указывает на то, что рассуждения проводятся на интуитивном уровне. В примечаниях указывается место, в котором даются более строгие определения и доказательства.

одной плоскости? — и оцени рисунки силовых линий, которые приводятся в учебнике.

Введем постулаты:

а) число силовых линий, начинающихся или кончающихся на заряде (массе), прямо пропорционально величине заряда;

б) напряженность поля можно определить по числу силовых линий, проходящих через единицу площади поверхности перпендикулярно к ней.

Теперь мы можем вывести законы Кулона и всемирного тяготения Ньютона.

Конечно, постулаты отражают свойства полей определенной природы, и все, что мы говорили о силовых линиях, отражает свойства именно этих полей.

Отметим, что центральная симметрия возникает только при неподвижном заряде. Если заряд движется, то появляется выделенная линия — траектория, по которой движется тело и появляется осевая симметрия. Примером осевой симметрии может служить магнитное поле, образованное движущимися зарядами — током.

Первая задача. Найти напряженность поля, созданного бесконечной однородно заряженной плоскостью с поверхностным зарядом σ , в любой точке пространства.

Надеемся, что вы понимаете, что бесконечных плоскостей в природе нет, и вам предлагается абстрактная модель реального поля. Какого именно? Каким образом столь абстрактная модель может помочь в решении конкретной задачи?

Представьте себе равномерно заряженную квадратную пластинку конечных размеров, каждый квадратный метр которой несет одинаковый заряд, и постарайтесь, хотя бы приблизительно, изобразить картину силовых линий поля, созданного этой пластинкой.

Из соображений симметрии силовая линия, выходящая из центра квадрата — бесконечная прямая линия (см. рис. 2а). Линии, выходящие из точек, близких к ней, будут немного искривляться. По мере приближения к краю пластинки кривизна силовых линий растёт.

Расчет напряженности поля у краев пластинки, даже для квадрата, достаточно труден, а для тел более сложной формы задача становится аналитически почти неразрешимой. Недаром решением краевых задач занимались многие крупные математики. В частности, создатель кибернетики Норберт Винер потратил на них многие годы жизни.

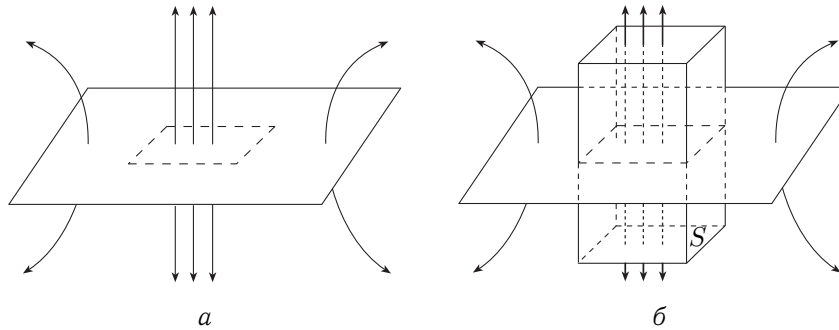


Рис. 2

В области, выделенной штрихом, искривление силовых линий столь мало, что это можно не учитывать, и считать все силовые линии прямыми, перпендикулярными пластинке.

Но из соображений симметрии силовые линии бесконечной плоскости должны быть прямыми, перпендикулярными самой плоскости. Причем густота силовых линий во всех областях пространства одинакова.

В выбранной нами области с большой степенью точности можно считать созданное пластинкой поле — полем бесконечной плоскости. Выбранная модель резко облегчает расчет поля в указанной области.

Действительно, построим параллелепипед с площадью основания S (рис. 2 б), ребра которого перпендикулярны пластинке. Все силовые линии, вышедшие из части пластинки, вписанной в параллелепипед, пройдут через его основания. Никакие линии через его боковые стенки проникать не будут.

Пользуясь постулатами, о которых говорилось выше, запишем

$$E = \frac{N}{S},$$

где N — число силовых линий, проходящих через основание параллелепипеда перпендикулярно к нему,

$$N = \frac{k\sigma S}{2}, \quad E = \frac{k\sigma}{2},$$

здесь k — коэффициент, зависящий от выбора системы единиц.

Может быть, кому-то из вас покажется удивительным, что одна и та же пластинка может в одних случаях считаться

бесконечной плоскостью, а в других — точечным зарядом. Мы надеемся, что вы в этом разберетесь.

Вторая задача. Представим себе, что у нас имеются три тела, у которых первоначальная скорость равна нулю. Сила их взаимодействия определяется законом гравитации. Два тела имеют равную массу, масса третьего тела много меньше массы двух первых и его действием на тела с большей массой можно пренебречь. Тело малой массы находится на перпендикуляре, проходящем через середину отрезка, соединяющего две большие массы (рис. 3).

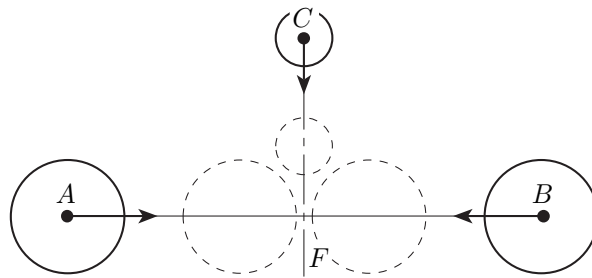


Рис. 3

Как будут двигаться эти тела? Из соображений симметрии большие массы будут двигаться по линии, их соединяющей, а малая масса — по перпендикуляру CF и будет совершать колебания. В случае неупругих столкновений через некоторое время все три тела окажутся в точке F .

Используя компьютер, вы сможете решить более сложные варианты этой задачи.

Если сила тяготения определялась по закону

$$F = \frac{km_1m_2}{r^2},$$

то придав телам скорость

$$V^2 = \frac{km_1}{r}$$

(первую космическую скорость), вы получите весьма интересные результаты. Проанализируйте их, исходя из соображений симметрии. Вы можете менять соотношение масс тел и их взаимное расположение.

Особенно интересен случай, при котором все три тела находятся в вершинах правильного треугольника.

Третья задача. Представлена электрическая схема (рис. 4). Определить ток через гальванометр.

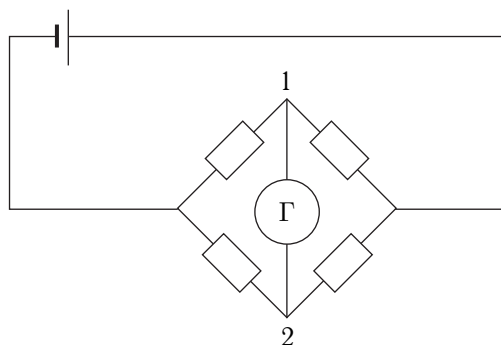


Рис. 4

Так как точки 1 и 2 абсолютно симметричны, ток не может идти ни из точки 1 в точку 2, ни наоборот. При любом направлении нарушается принцип симметрии. Следовательно, ток через гальванометр равен нулю.

1.3. Построим трехмерное евклидово пространство

Околицей пять верст, а пряником — девять.

Поговорка

Прямая короче любой ломаной, на нее опирающейся.

Из учебника геометрии

Геометрия рассматривает физическую линию, но не поскольку она физическая, а оптика же — математическую линию, но не как математическую, а как физическую.

Аристотель

Свойства пространства описываются геометрией, но геометрий много: есть геометрия Евклида, есть геометрия Лобачевского, есть геометрия Минковского, есть геометрия Римана, включающая все предыдущие. Какую выбрать? Какая лучше отражает свойства реального пространства?

Читатель вправе спросить: зачем выбирать, да еще строить геометрию Евклида, когда учитель геометрии давно убедил меня, что та геометрия, которую мы изучаем в школе, и есть геометрия реального мира?

Ответ на этот вопрос можно найти в мысли Эйнштейна, вынесенной в эпиграф к первой части книги. Развивая ее, можно сказать, что анализ первичных и, на первый взгляд, очевидных истин часто приводит к весьма неожиданным и интересным выводам. Внушить читателю идею о необходимости тщательного анализа любых понятий и соображений, заставивших остановиться на конкретном постулате, одна из главных задач этой книги.

Одно из основных понятий геометрии — это прямая линия. Как возникло это понятие? Можно предположить, что понятие прямой возникло из наблюдений за лучом света. Мы думаем, что не надо объяснять читателю, что при проведении прямой на местности с помощью вешек, две вешки устанавливаются на одном луче зрения (луче света).

Чем так пленил первых землемеров и геометров луч света? Луч света идет по кратчайшему расстоянию между двумя точками.*

Мы хотим обратить внимание читателей на то, что положение: «луч света движется по кратчайшему расстоянию между двумя точками» остается неизменным и в специальной, и в общей теории относительности. Остается верным принцип Ферма: «Свет проходит расстояние между двумя точками за экстремальное время».

На основе принципа Ферма можно вывести не только прямолинейность распространения света в однородной среде, но и законы его отражения и преломления. Эти выводы можно проиллюстрировать с помощью компьютера (см. книги [15, 16]).

Прямые линии, проведенные карандашом на бумаге, имитируют луч света.

Переходя от реальных прямых, проведенных палочкой по земле или карандашом по бумаге, придется от многого абстрагироваться. Прежде всего, придется представить бесконечно тонкую линию или бесконечно тонкий луч, чего в природе не бывает. Луч света выходит из какого-то источника и на каком-то расстоянии от него исчезает. Нам придется представить себе бесконечную линию, при движении по которой два путника, вышедших из одной точки, будут непрерывно удаляться друг от друга.

Мы мыслим прямую линию непрерывной, т.е. мы считаем, что между двумя любыми точками можно вставить по крайней мере еще одну. Непрерывность реального пространства ставится современной физикой под сомнение.

Можно ли экспериментально проверить, что в реальном мире прямая линия, подобная той, что мы рисуем в тетради, — геодезическая (самая короткая из соединяющих две данные точки)?

Мы живем на Земном шаре, а на нем геодезическая линия — дуга большого круга. Убедитесь в этом, «пропутешествовав» из одного пункта в другой на глобусе.*

Вы скажете, что если геодезическая линия и прямая на поверхности Земли не совпадают, более того, провести прямую на поверхности Земли невозможно, то вот за ее пределами все будет хорошо.

Прямолинейность распространения света в космосе, находясь на Земле, можно определить по тени, которую отбрасывают небесные тела при затмениях. Но надо понимать, что все эксперименты проводятся с определенной степенью точности.

С определенной степенью точности можно утверждать, что в реальном пространстве прямая линия геодезическая.

Мысленно заменим прямую линию узкой полоской и вплотную к ней начнем прикладывать параллельно бесконечное число таких же полосок (см. рис. 5). Мы получили модель бесконечной плоскости.

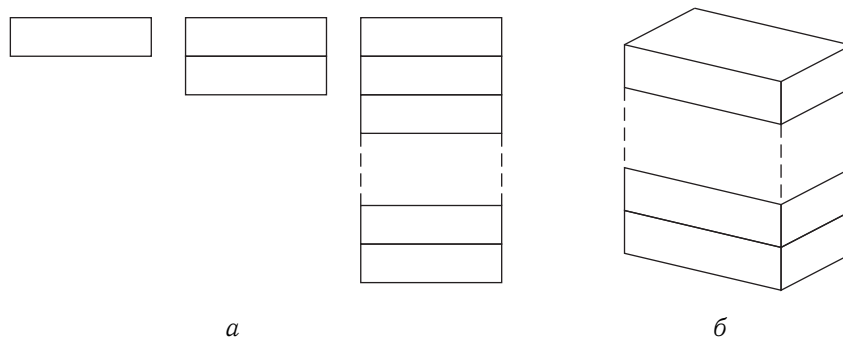


Рис. 5

Будем накладывать на эту тонкую пластинку, которая является моделью плоскости, сверху и снизу бесконечное число таких моделей плоскостей — слоев. Мы получили модель трехмерного пространства Евклида.

С какой степенью точности модель пространства Евклида соответствует реальности, может определить только эксперимент.

Как чаще всего бывает, проверяются не сами постулаты, а следствия из них.