

С.Н. БЕЛОЛИПЕЦКИЙ, О.С. ЕРКОВИЧ,
В.А. КАЗАКОВЦЕВА, Т.С. ЦВЕЦИНСКАЯ

ЗАДАЧНИК ПО ФИЗИКЕ

*Допущено УМО вузов по университетскому
политехническому образованию в качестве
учебного пособия для учащихся физико-математических
школ и профильных школ при технических университетах*



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ
2010

УДК 53(075.8)

ББК 22.3

Б 43

Белолипецкий С.Н., Еркович О.С., Казаковцева В.А., Цветинская Т.С. **Задачник по физике:** Учеб. пособие. Для подгот. отд. вузов / Под ред. О.С. Еркович. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 368 с. — ISBN 978-5-9221-0175-2.

Сборник содержит свыше 1400 задач по физике из числа предлагавшихся в физико-математическом лицее при Московском государственном техническом университете им. Н.Э. Баумана. В сборник введены разделы, недостаточно глубоко или вообще не изучаемые в школе, но важные для успешного освоения курса и дальнейшего обучения в вузах инженерного и физического профиля. Задачи снабжены ответами.

Для учащихся и преподавателей средних школ, слушателей подготовительных отделений вузов, а также лиц, занимающихся самообразованием.

Табл. 4. Ил. 363.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие рекомендации по решению задач	6
Предисловие	7
Глава 1. Механика	9
1.1. Векторы и скаляры	9
1.2. Кинематика равномерного движения	11
1.3. Равнопеременное прямолинейное движение	13
1.4. Баллистическое движение	23
1.5. Движение точки по окружности. Вращательное движение твердого тела	26
1.6. Динамика прямолинейного движения материальной точки	30
1.7. Динамика движения материальной точки по окружности	40
1.8. Импульс материальной точки и системы материальных точек. Движение тел переменной массы	43
1.9. Работа. Мощность. Энергия. Закон сохранения энергии	46
1.10. Вращение твердого тела вокруг оси. Закон сохранения момента импульса. Условия равновесия твердого тела	56
1.11. Закон всемирного тяготения. Законы Кеплера	61
1.12. Основы механики жидкостей и газов	63
Глава 2. Молекулярная физика и термодинамика	68
2.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории	68
2.2. Графики изопроцессов в идеальном газе	70
2.3. Газовые законы	73
2.4. Идеальный газ. Закон Дальтона	74
2.5. Уравнение состояния идеального газа	76
2.6. Внутренняя энергия идеального газа. Работа идеального газа	79
2.7. I начало термодинамики. Теплоемкость	81
2.8. Закон сохранения энергии в тепловых процессах. Адиабатный процесс	84
2.9. Термодинамические циклы. КПД циклов	88
2.10. Уравнение теплового баланса	90
2.11. Пары. Кипение	92
2.12. Влажность	94

2.13. Деформации твердых тел. Тепловое расширение	96
2.14. Поверхностные явления	99
Г л а в а 3. Электричество и магнетизм	102
3.1. Закон Кулона	102
3.2. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции полей	104
3.3. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса–Остроградского	106
3.4. Работа сил электростатического поля. Потенциал	108
3.5. Проводники и диэлектрики в электростатическом поле	113
3.6. Электрическая емкость проводника. Конденсаторы	116
3.7. Соединения конденсаторов	119
3.8. Сила тока. Сопротивление. Закон Ома для однородного участка цепи	123
3.9. Закон Ома для неоднородного участка и полной цепи. Правила Кирхгофа	128
3.10. Конденсаторы и нелинейные элементы в электрических цепях	133
3.11. Работа и мощность тока. Тепловое действие тока	135
3.12. Электрический ток в различных средах	139
3.13. Магнитное поле. Магнитная индукция	142
3.14. Сила Лоренца. Сила Ампера. Сила взаимодействия двух проводников	145
3.15. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях	148
3.16. Магнитный поток. Закон электромагнитной индукции	151
3.17. Индуктивность. ЭДС самоиндукции	155
Г л а в а 4. Колебания и волны	158
4.1. Кинематика гармонических колебаний	158
4.2. Динамика колебательного движения	161
4.3. Сложение гармонических колебаний	174
4.4. Затухающие и вынужденные колебания	178
4.5. Механические волны	182
4.6. Переменный ток	188
4.7. Активное сопротивление, индуктивность и емкость в цепи переменного тока	192
4.8. Трансформаторы	199
4.9. Электрические машины постоянного тока	202
4.10. Колебательный контур	206
4.11. Электромагнитные волны	212
Г л а в а 5. Оптика	215
5.1. Отражение света. Плоское зеркало	215
5.2. Сферические зеркала	218
5.3. Преломление света	225
5.4. Тонкие линзы	229
5.5. Оптические системы и приборы	237

5.6. Фотометрия	244
5.7. Интерференция света	247
5.8. Дифракция света	251
5.9. Дисперсия света. Поляризация света	253
Г л а в а 6. Специальная теория относительности. Атомная и ядерная физика	256
6.1. Основы специальной теории относительности	256
6.2. Квантовые свойства света	259
6.3. Модель атома Резерфорда–Бора	263
6.4. Строение атомного ядра. Радиоактивность. Ядерные реакции	265
Ответы	
К главе 1	271
К главе 2	288
К главе 3	300
К главе 4	317
К главе 5	335
К главе 6	351
Заключение	357
Приложения	359

Общие рекомендации по решению задач

1. Приступая к решению задачи, хорошо вникните в ее смысл и постановку вопроса. Установите, все ли данные, необходимые для решения задачи, приведены. Недостающие данные можно найти в любой таблице физических констант (например, если указан материал, из которого изготовлено плавающее в воде тело, то предполагается, что плотность тела можно определить, обратившись к справочнику). Если позволяет характер задачи, обязательно сделайте схематический рисунок, поясняющий ее сущность, — это во многих случаях облегчает решение.

2. Каждую задачу решайте, как правило, в общем виде (т.е. в буквенных обозначениях), так чтобы искомая величина была выражена через заданные величины. Ответ, полученный в общем виде, позволяет судить в значительной степени о правильности самого решения.

3. Получив решение в общем виде, проверьте, правильную ли оно имеет размерность. Неверная размерность — явный признак ошибочности решения. Если возможно, исследуйте поведение решения в предельных частных случаях. Например, какой бы вид ни имело выражение для силы гравитационного взаимодействия между двумя протяженными телами, с увеличением расстояния между телами оно должно непременно переходить в закон взаимодействия точечных масс. В противном случае можно утверждать, что решение неверно.

4. Приступая к вычислениям, помните, что числовые значения физических величин всегда являются приближенными. Поэтому при расчетах руководствуйтесь правилами действий с приближенными числами.

5. Получив числовой ответ, оцените его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата. Так, например, скорость тела не может оказаться больше скорости света в вакууме, плотность газа при нормальных условиях превысит плотность чугуна и т.д.

Предисловие

Настоящий сборник содержит более 1400 задач по всем разделам курса элементарной физики. В нем представлены задачи разной степени сложности, поэтому он может быть использован в качестве учебного пособия в физико-математических школах, в лицеях, гимназиях, на подготовительных отделениях высших учебных заведений и курсах, а также для самостоятельной подготовки абитуриентов. Задачи, включенные в данный сборник, использовались в учебном процессе физико-математического лицея № 1580 при МГТУ им. Н. Э. Баумана в течение последних десяти лет.

Сборник состоит из шести разделов: «Механика», «Молекулярная физика и термодинамика», «Электричество и магнетизм», «Колебания и волны», «Оптика» и «Специальная теория относительности. Атомная и ядерная физика». Внутри разделов задачи располагаются по темам. В начале каждой темы предлагается сводка основных определений, законов и формул. Все задачи снабжены ответами и имеют разный уровень сложности (он указан в индексе при номере задачи). Задачи первого уровня сложности — простые, как правило, «одноходовые» задачи, для решения которых достаточно знания основных законов и соответствующих им аналитических формул. Для решения задач второго уровня сложности помимо знания основных законов требуется также умение математически описать рассматриваемое физическое явление, составить и решить уравнение или систему уравнений. Уверенное решение задач второго уровня означает, что читатель неплохо владеет материалом соответствующего раздела физики общеобразовательной средней школы и может переходить к следующему разделу без ущерба для понимания. Однако если цель нашего читателя — подготовиться и успешно поступить в технический вуз или университет инженерно-физической направленности, то следует научиться решать более сложные задачи, которые в данном сборнике помечены как задачи третьего уровня, т.е. задачи, требующие глубо-

кого понимания физических явлений, их творческого осмысления и твердого владения соответствующим математическим аппаратом. При этом предполагается, что учащийся уверенно владеет математическим аппаратом, предусмотренным школьной программой, и не боится применять разделы курса математики, освоенные в 10–11 классах, к решению задач, например, механики, которую в школе «проходят» в 9 классе. Задачи четвертого уровня — это так называемые олимпиадные или нестандартные задачи, которые, конечно же, стоит попробовать решить, но не надо отчаиваться, если они не получаются с первого раза.

В сборник включены как оригинальные задачи, составленные авторами, так и задачи, предлагавшиеся в других сборниках, как правило, с некоторыми изменениями и в авторской редакции. В сборнике присутствуют разделы и темы, которые редко можно встретить в подобных пособиях. Это, в частности, такие темы, как «Динамика вращательного движения твердого тела. Момент инерции. Закон сохранения момента импульса», «Применение законов Кеплера», «Электрические машины постоянного тока», «Фотометрия», «Специальная теория относительности», практически все темы из раздела «Волновая оптика». Вместе с тем задачи на указанные темы в последнее время все чаще стали предлагаться на вступительных экзаменах, тестах и олимпиадах в различных вузах.

В заключение, авторы хотели бы выразить свою благодарность всем преподавателям и сотрудникам кафедр «Основы физики» и «Физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана за многочисленные полезные замечания и конструктивные предложения, высказанные в процессе работы над данным сборником. Особенно хотелось бы выразить свою признательность первому руководителю физико-математической школы при МГТУ им. Н. Э. Баумана В. В. Кузнецову, который вдохновил нас на создание этого сборника.

1.1. Векторы и скаляры

Скалярами (скалярными величинами) называются величины, характеризующиеся только численным значением; *векторами* (векторными величинами) — величины, характеризующиеся не только численным значением, но и направлением в пространстве.

Длина (модуль) вектора \mathbf{a} обозначается как $|\mathbf{a}| = a$. *Единичным* называется вектор, длина которого равна единице; *нулевым* — длина которого равна нулю; направление нулевого вектора считается неопределенным. Два вектора считают равными, если их модули равны и направления совпадают.

Если \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные векторы, направленные вдоль осей Ox , Oy , Oz прямоугольной декартовой системы координат (в их положительном направлении), то любой вектор \mathbf{a} может быть представлен в виде

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k},$$

где числа a_x, a_y, a_z называют декартовыми координатами вектора \mathbf{a} ; единичные векторы \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} называют ортами координатных осей Ox, Oy, Oz .

Любой вектор однозначно определен своими декартовыми координатами. Если $\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$, то для вектора \mathbf{a} может быть использовано обозначение $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$. Операции над векторными величинами удобно производить с использованием декартовых координат. В частности, если $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$ и $\mathbf{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$, а α и β — скалярные величины, то

$$\alpha \mathbf{a} = \{\alpha a_x, \alpha a_y, \alpha a_z\},$$

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \{a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z\};$$

в общем случае

$$\alpha \mathbf{a} + \beta \mathbf{b} = \{\alpha a_x + \beta b_x, \alpha a_y + \beta b_y, \alpha a_z + \beta b_z\}.$$

Скалярное произведение векторов $\mathbf{a} = \{a_x, a_y, a_z\}$ и $\mathbf{b} = \{b_x, b_y, b_z\}$ равно

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \equiv (\mathbf{a}, \mathbf{b}) = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \varphi = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z,$$

где φ — угол между направлениями векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} ;

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

1.1¹. Как направлены два вектора, модули которых одинаковы и равны a , если модуль их суммы равен: а) 0; б) $2a$; в) a ; г) $a\sqrt{2}$; д) $a\sqrt{3}$?

1.2¹. Если $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$, то что можно сказать о взаимной ориентации векторов \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 , если: а) $a = a_1 + a_2$; б) $a^2 = a_1^2 + a_2^2$; в) $a_1 + a_2 = a_1 - a_2$?

1.3¹. Вектор $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$. Какова должна быть скалярная величина c , чтобы $|\mathbf{c}\mathbf{a}| = 7,5$?

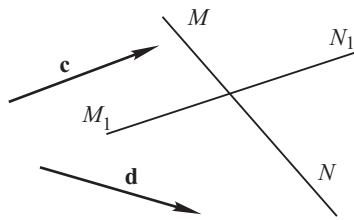
1.4¹. Векторы \mathbf{a}_1 и \mathbf{a}_2 имеют прямоугольные декартовы координаты $\{6, 0, 2\}$ и $\{1, 4, 3\}$ соответственно. Найдите вектор \mathbf{a}_3 такой, что: а) $\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 = 0$; б) $\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3 = 0$.

1.5¹. Посыльный проходит 30 м на север, 25 м на восток, 12 м на юг, а затем в здании поднимается на лифте на высоту 36 м. Чему равны пройденный им путь s и перемещение L ?

1.6¹. Угол α между двумя векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} равен 60° . Определите длину вектора $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ и угол β между векторами \mathbf{a} и \mathbf{c} . Величины векторов равны $a = 3, 0$ и $b = 2, 0$.

1.7¹. Для векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} , определенных в предыдущей задаче, найдите длину вектора $\mathbf{d} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$ и угол γ между \mathbf{a} и \mathbf{d} .

1.8². Найдите проекцию вектора $\mathbf{a} = 4, 0\mathbf{i} + 7, 0\mathbf{j}$ на прямую, направление которой составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с осью Ox . Вектор \mathbf{a} и прямая лежат в плоскости xOy .



К задаче 1.9

1.9². Известно, что $\mathbf{d} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$. Векторы \mathbf{d} и \mathbf{c} заданы графически, известны также прямые MN и M_1N_1 , вдоль которых направлены векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} (см. рисунок). Найдите построением векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} .

1.10². На координатной плоскости xOy графически заданы векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} (см. рисунок). Найдите длины векторов $\mathbf{c}_1 = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ и $\mathbf{c}_2 = \mathbf{a} - \mathbf{b}$.

1.11². Вектор \mathbf{a} составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с прямой AB , $a = 3, 0$. Под каким углом β к прямой AB нужно направить век-

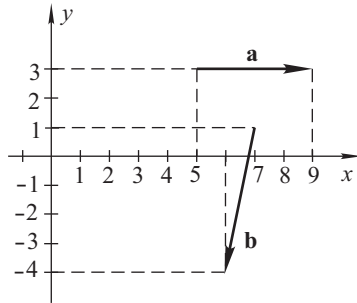
тор \mathbf{b} ($b = \sqrt{3}$), чтобы вектор $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ был параллелен AB ?
Найдите длину вектора \mathbf{c} .

1.12¹. Заданы три вектора: $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$; $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$; $\mathbf{c} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$. Найдите а) $\mathbf{a} + \mathbf{b}$; б) $\mathbf{a} - \mathbf{b}$; в) (\mathbf{a}, \mathbf{b}) ; г) $(\mathbf{a}, \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a}, \mathbf{b})\mathbf{c}$.

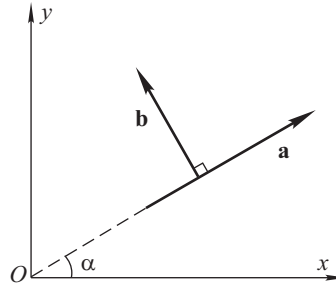
1.13². Угол между векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} равен $\alpha = 60^\circ$, $a = 2, 0$, $b = 1, 0$. Найдите длины векторов $\mathbf{c} = (\mathbf{a}, \mathbf{b})\mathbf{a} + \mathbf{b}$ и $\mathbf{d} = 2\mathbf{b} - \mathbf{a}/2$.

1.14². Докажите, что векторы \mathbf{a} и \mathbf{b} перпендикулярны, если $\mathbf{a} = \{2, 1, -5\}$ и $\mathbf{b} = \{5, -5, 1\}$.

1.15². Найдите угол α между векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} , если $\mathbf{a} = \{1, 2, 3\}$, $\mathbf{b} = \{3, 2, 1\}$.



К задаче 1.10



К задаче 1.16

1.16². Вектор \mathbf{a} составляет с осью Ox угол $\alpha = 30^\circ$, проекция этого вектора на ось Oy равна $a_y = 2, 0$. Вектор \mathbf{b} перпендикулярен вектору \mathbf{a} и $b = 3, 0$ (см. рисунок). Вектор $\mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$. Найдите: а) проекции вектора \mathbf{b} на оси Ox и Oy ; б) величину c и угол β между вектором \mathbf{c} и осью Ox ; в) (\mathbf{a}, \mathbf{b}) ; г) (\mathbf{a}, \mathbf{c}) .

1.2. Кинематика равномерного движения

Материальной точкой называют тело, форма и размеры которого несущественны в условиях данной задачи. Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо произвольно выбранному телу, называемому телом отсчета, с которым связана система отсчета — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета. Положение точки может быть охарактеризовано *радиус-вектором* \mathbf{r} , проведенным из начала системы координат в данную точку. Линию, описываемую материальной точкой в пространстве, называют *траекторией* этой точки; расстояние, пройденное точкой вдоль траектории, — *длиной пути (путем)* точки. Длина пути — неотрицательная скалярная величина.

Вектор перемещения (перемещение) материальной точки за промежуток времени от t до $t + \Delta t$ — это приращение радиус-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t).$$

Вектор средней скорости точки (средняя скорость по перемещению) равен

$$\mathbf{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta \mathbf{r}$ — приращение радиус-вектора; проекции скорости на координатные оси

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t}, \quad v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}.$$

Среднепутевая скорость равна

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs — путь, пройденный за время Δt ; среднепутевая скорость — скалярная величина.

При движении с постоянной скоростью

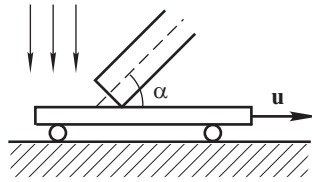
$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t; \\ x(t) &= x_0 + v_x t, \\ y(t) &= y_0 + v_y t, \\ z(t) &= z_0 + v_z t. \end{aligned}$$

1.17². Товарный поезд движется со скоростью $v_1 = 36$ км/ч. Спустя время $\tau = 30$ мин с той же станции в том же направлении вышел экспресс со скоростью $v_2 = 72$ км/ч. Через какое время t после выхода товарного поезда и на каком расстоянии s от станции экспресс нагонит товарный поезд? Задачу решить аналитически и графически.

1.18². Из пункта A выехал велосипедист со скоростью $v_1 = 25$ км/ч. Спустя время $t_0 = 6$ мин из пункта B , находящегося на расстоянии $L = 10$ км от пункта A , навстречу велосипедисту вышел пешеход. За время $t_2 = 50$ с пешеход прошел такой же путь, какой велосипедист проехал за $t_1 = 10$ с. На каком расстоянии s от пункта A встретятся пешеход и велосипедист?

1.19². Камень, брошенный в горизонтальном направлении и прошедший расстояние $s = 40$ м, попадает в большой колокол. Удар о колокол был услышан человеком, бросившим камень, через время $t = 3,9$ с. Какова скорость камня v , если скорость звука $u = 330$ м/с? Действие силы тяжести не рассматривать.

1.20². На тележке установлена труба, которая может поворачиваться в вертикальной плоскости (см. рисунок). Тележка движется по горизонтальной поверхности со скоростью $u = 2$ м/с. Под каким углом α к горизонту следует установить трубу, чтобы капли дождя, падающие отвесно со скоростью $v = 6$ м/с, двигались в трубе параллельно ее стенкам, не задевая их? Скорость капель считать постоянной.



К задаче 1.20

1.21². Капли дождя на окнах неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. При движении трамвая со скоростью $u = 18$ км/ч полосы от дождя вертикальны. Найдите скорость капель дождя v в безветренную погоду и скорость ветра $v_{\text{в}}$.

1.22². По неподвижному эскалатору метро пассажир поднимается за время $t_1 = 120$ с, а по движущемуся (при той же скорости движения относительно ступенек) — за $t_2 = 30$ с. Определите время подъема t_3 пассажира, неподвижно стоящего на движущемся эскалаторе.

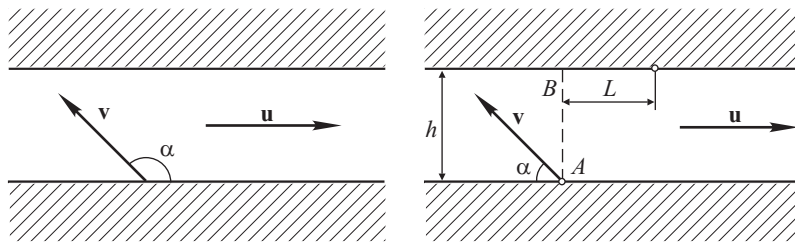
1.23². Самолет летит из пункта A в пункт B и обратно со скоростью $v = 300$ км/ч относительно воздуха. Расстояние между пунктами A и B равно $s = 900$ км. Сколько времени t затратит самолет на весь полет, если вдоль линии AB непрерывно дует ветер со скоростью $u = 60$ км/ч?

1.24³. Колонна автомашин длиной $L = 2$ км движется со скоростью $v_1 = 36$ км/ч. Из начала колонны выезжает мотоциклист, который, достигнув ее конца, возвращается обратно. Скорость мотоциклиста постоянна и равна $v_2 = 54$ км/ч. Сколько времени t будет в пути и какой путь s пройдет мотоциклист, пока он снова нагонит начало колонны?

1.25². Мимо пристани вниз по реке проходит плот. В этот момент в этом же направлении в поселок отправляется моторная лодка. За время $t = 45$ мин лодка дошла до поселка, находящегося на расстоянии $s_1 = 15$ км от пристани, и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии $s_2 = 9$ км от поселка. Каковы скорость u течения реки и скорость v лодки относительно воды?

1.26². Лодка движется под углом α к течению реки (см. рисунок). Ее скорость относительно воды равна v , скорость течения равна u . Найдите скорость v_0 лодки относительно берега реки и угол β , который составляет вектор \mathbf{v}_0 с направлением течения.

1.27². Лодочник, переправляясь через реку ширины h из пункта A в пункт B (см. рисунок), все время направляет лодку под углом α к берегу. Найдите скорость лодки v относительно воды, если скорость течения реки равна u , а лодку снесло ниже пункта B на расстояние L .

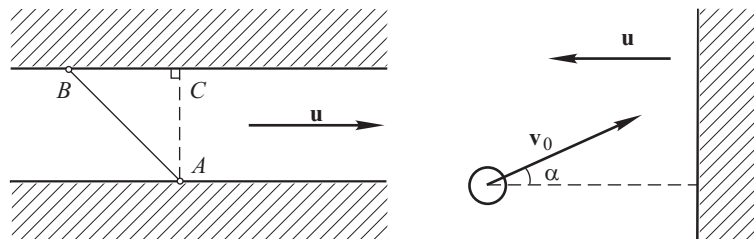


К задаче 1.26

К задаче 1.27

1.28³. Из пункта A , расположенного на берегу реки, необходимо попасть в пункт B , двигаясь по прямой AB (см. рисунок). Ширина реки $AC = b = 1$ км, $BC = a = 2$ км, скорость лодки относительно воды $v = 5$ км/ч, а скорость течения реки $u = 2$ км/ч. За какое время t может быть пройден отрезок AB ?

1.29³. Воздушный шар поднимается в потоке воздуха, перемещающемся относительно земной поверхности в горизонтальном направлении. Пилот на шаре определил, что скорость ветра относительно шара $v' = 6$ м/с, скорость удаления шара от земли $v_B = 5$ м/с и скорость его горизонтального перемещения $v_T = 6$ м/с. Определите скорость ветра v относительно Земли.



К задаче 1.28

К задаче 1.30

1.30³. Вертикальная гладкая плита движется горизонтально со скоростью u (см. рисунок). Летящий в горизонтальной плоскости со скоростью v_0 шарик соударяется с плитой. Направление полета шарика составляет угол α с перпендикуляром к плите. Найдите скорость v шарика сразу после соударения с

плитой, считая, что массивная плита не изменила своей скорости в результате соударения с шариком (соударение абсолютно упругое). Силой тяжести пренебречь.

1.31². Автобус выходит из пункта A и проходит расстояние $s = 40$ км до пункта B со средней скоростью $v_1 = 40$ км/ч и останавливается там на время $t = 20$ мин. Затем он возвращается в пункт A , проходя расстояние s со средней скоростью $v_2 = 60$ км/ч. Найдите среднюю $v_{\text{ср}}$ и среднепутевую $v_{\text{сп}}$ скорости за все время движения автобуса.

1.32². Собака убежала от своего хозяина на расстояние $s = 100$ м за $t = 8,4$ с, а затем за треть этого времени пробежала половину пути обратно. Вычислите ее среднюю $v_{\text{ср}}$ и среднепутевую $v_{\text{сп}}$ скорости.

1.33². Первую треть времени точка движется со скоростью v_1 , вторую треть — со скоростью v_2 , последнюю — со скоростью v_3 . Найдите среднюю скорость точки за все время движения.

1.34². Первую треть пути точка движется со скоростью v_1 , вторую треть — со скоростью v_2 , последнюю — со скоростью v_3 . Найдите среднюю скорость точки за все время движения.

1.35². В квалификационных заездах автогонщик перед соревнованиями должен на протяжении четырех кругов показать среднепутевую скорость $v = 200$ км/ч. Из-за сбоя в двигателе среднепутевая скорость автомобиля на первых двух кругах оказалась равной $v_1 = 170$ км/ч. С какой среднепутевой скоростью v_2 гонщик должен пройти два последних круга?

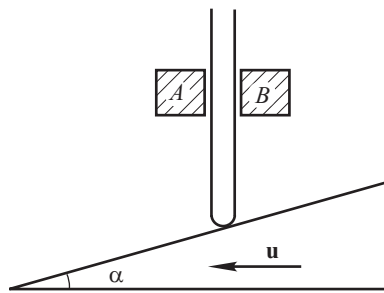
1.36². Катер, двигаясь вниз по течению, затратил время в $n = 3$ раза меньше, чем на обратный путь. Определите, с какими скоростями относительно берега двигался катер, если его средняя скорость на всем пути составила $v_{\text{ср}} = 3$ км/ч.

1.37¹. Оцените среднюю и среднепутевую скорость кончика минутной стрелки часов за 15, 30 и 45 минут.

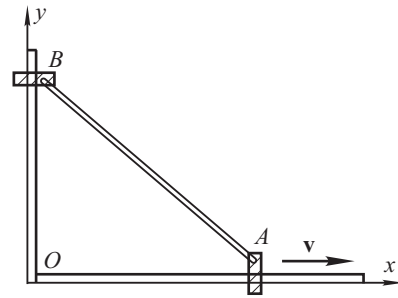
1.38². Тело совершает в плоскости xOy два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями $v_1 = 20$ м/с под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к направлению оси Ox и $v_2 = 40$ м/с под углом $\alpha_2 = 120^\circ$ к тому же направлению. Найдите среднюю скорость движения $\mathbf{v}_{\text{ср}}$.

1.39³. Два тела движутся с постоянными скоростями по взаимно перпендикулярным прямым. Скорость первого тела $v_1 = 30$ м/с, скорость второго $v_2 = 20$ м/с. В тот момент, когда расстояние между телами наименьшее, первое тело находится на расстоянии $s_1 = 500$ м от точки пересечения прямых. На каком расстоянии s_2 от точки пересечения прямых находится в этот момент второе тело?

1.40³. На наклонную плоскость, составляющую с горизонтом угол α , опирается стержень, который может перемещаться только по вертикали благодаря направляющему устройству AB (см. рисунок). С какой скоростью v поднимается стержень, если наклонная плоскость движется влево в горизонтальном направлении со скоростью u ?



К задаче 1.40

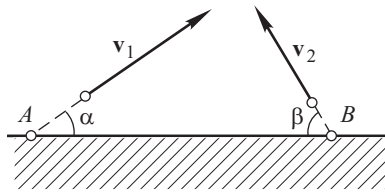


К задаче 1.41

1.41³. Стержень длиной L шарнирно соединен с муфтами A и B , которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам (см. рисунок). Муфта A движется вдоль оси Ox с постоянной скоростью v . Приняв за начало отсчета времени момент, когда муфта A находилась в точке O , определите зависимость от времени координаты $y(t)$ и скорости $v_y(t)$ муфты B .

1.42³. Человек, стоящий на крутом берегу озера, тянет за веревку находящуюся на воде лодку. Скорость, с которой человек выбирает веревку, постоянна и равна v . Какую скорость u будет иметь лодка в момент, когда угол между веревкой и поверхностью воды равен α ?

1.43³. Из двух портов A и B , расстояние между которыми равно L , одновременно выходят два катера, один из которых плывет со скоростью v_1 , а второй — со скоростью v_2 . Направление движения первого катера составляет угол α , а второго — угол β с линией AB (см. рисунок). Каким будет наименьшее расстояние s между катерами?



К задаче 1.43

1.44⁴. Первую половину времени автомобиль двигался со скоростью v_1 , а вторую — следующим образом: половину оставшегося расстояния он ехал со скоростью v_2 , а вторую по-

ловину оставшегося расстояния со скоростью, равной средней скорости движения на двух предыдущих участках. Определите среднюю скорость $v_{\text{ср}}$ автомобиля за все время его движения. Автомобиль движется прямолинейно в одном направлении.

1.45⁴. Первую половину пути автомобиль двигался со скоростью v_1 , а вторую половину пути — следующим образом: половину времени, оставшегося на прохождение этой половины пути, он ехал со скоростью v_2 , а конечный отрезок всего пути с такой скоростью, что она оказалась равной средней скорости движения на первых двух участках. Чему равна средняя скорость $v_{\text{ср}}$ автомобиля на всем пути? Автомобиль движется прямолинейно в одном направлении.

1.3. Равнопеременное прямолинейное движение

Средним ускорением точки в интервале времени от t до Δt называют вектор $\mathbf{a}_{\text{ср}}$, равный отношению приращения $\Delta \mathbf{v}$ вектора скорости точки за этот промежуток времени к его продолжительности Δt :

$$\mathbf{a}_{\text{ср}} = \frac{\mathbf{v}(t + \Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}.$$

При движении вдоль оси Ox с постоянным ускорением a зависимости проекции скорости v_x на ось Ox и координаты x от времени имеют вид

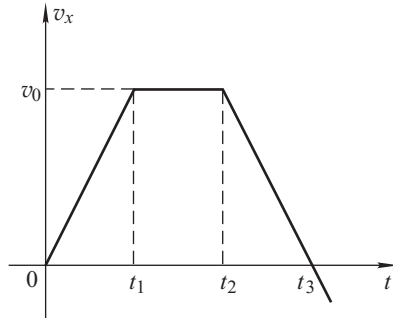
$$v_x(t) = v_0 + at, \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

1.46¹. Тело движется вдоль оси Ox . Зависимость его координаты от времени имеет вид $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = -0,05$ м/с². Определите: а) зависимость скорости и ускорения от времени; б) момент времени t_0 , когда скорость тела станет равной нулю; в) путь s , пройденный телом за время $t_1 = 1$ мин.

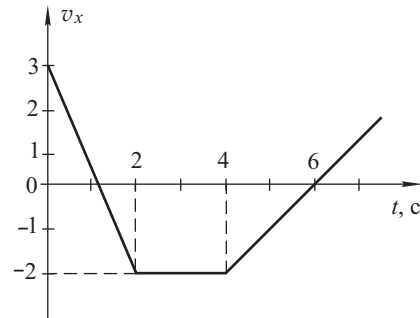
1.47¹. Две точки движутся вдоль оси Ox . Заданы зависимости их координат от времени: $x_1(t) = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, где $A_1 = 20$ м, $B_1 = 2$ м/с, $C_1 = -4$ м/с²; $x_2(t) = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_2 = 2$ м, $B_2 = 2$ м/с, $C_2 = 0,5$ м/с². Определите момент $t_{\text{в}}$ и координату $x_{\text{в}}$ встречи точек. В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны значения скорости v и ускорений a_1 и a_2 точек в этот момент?

1.48². На рисунке представлен график зависимости скорости тела от времени. Начальная координата тела $x(0) = 0$. Постройте графики зависимости ускорения и координаты тела, а также пройденного им пути от времени. Тело движется вдоль оси Ox .

1.49². На рисунке представлен график зависимости скорости тела от времени. Начальная координата тела $x(0) = 0$. Постройте графики зависимости ускорения и координаты тела, а также пройденного им пути от времени. Определите среднюю и среднепутевую скорости за первые 2,0 и 5,0 с движения. Тело движется вдоль оси Ox .

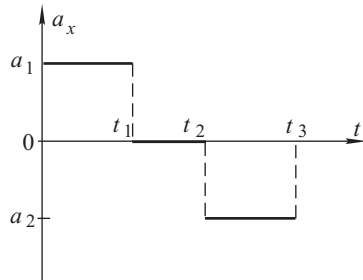


К задаче 1.48

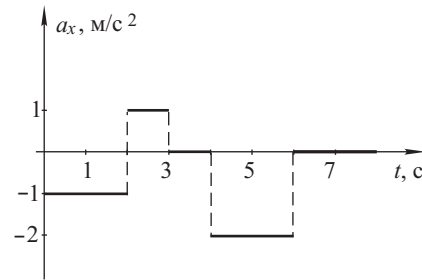


К задаче 1.49

1.50². По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте графики $v_x(t)$, $x(t)$ и $s(t)$, если начальные условия следующие: а) $x(0) = 0$, $v_x(0) = 0$; б) $x(0) = x_0$, $v_x(0) = 0$; в) $x(0) = 0$, $v_x(0) = v_0 > 0$; г) $x(0) = 0$, $v_x(0) = -v_0 < 0$.



К задаче 1.50

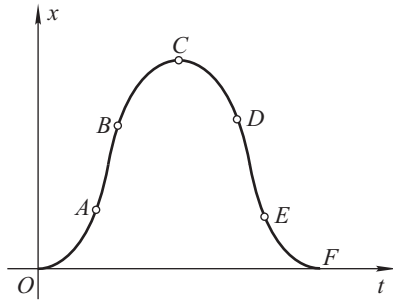


К задаче 1.51

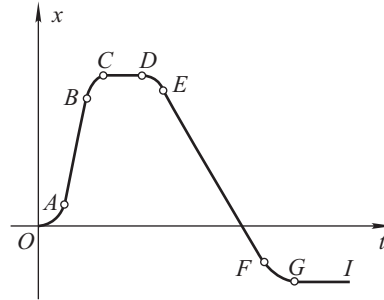
1.51². По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте графики $v_x(t)$, $x(t)$ и $s(t)$, если начальные условия следующие: $v(0) = 3$ м/с, $x(0) = 1$ м.

1.52². По известной зависимости $x(t)$ (см. рисунок, где OA , BC , CD , EF — дуги парабол, AB и DE — прямолинейные участки) постройте графики $s(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$.

1.53². По известной зависимости $x(t)$ (см рисунок, где OA , BC , DE , FG — дуги парабол, AB , CD , EF и GH — прямолинейные участки) постройте графики $s(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$. Найдите с помощью этих графиков момент времени t_0 , в который мгновенная скорость $v(t_0)$ равна средней скорости за время t_0 .



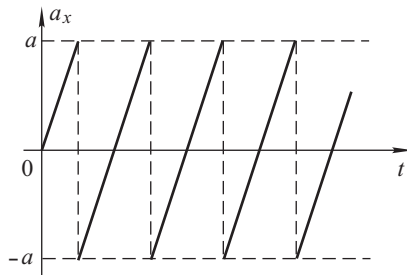
К задаче 1.52



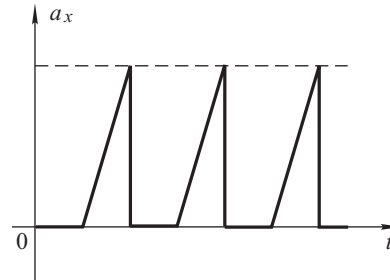
К задаче 1.53

1.54². Кабина лифта поднимается в течение первых 4 с равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина движется равномерно в течение следующих 8 с, а последние 3 с перед полной остановкой она движется равнозамедленно. Определите перемещение h кабины лифта. Постройте графики зависимостей от времени перемещения, скорости и ускорения лифта.

1.55³. По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте график $v_x(t)$, считая $v(0) = 0$.



К задаче 1.55



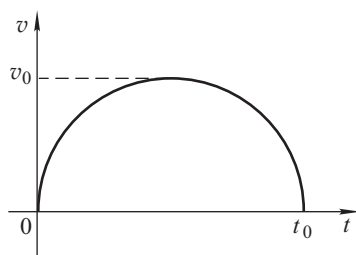
К задаче 1.56

1.56³. По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте график $v_x(t)$, считая $v(0) = 0$.

1.57³. График зависимости скорости тела от времени имеет вид полуокружности (см. рисунок). Максимальная скорость те-

ла равна v_0 , время движения t_0 . Определите путь, пройденный телом.

1.58². Автобус движется в течение 20 с по прямой до остановки, проходя при этом расстояние 310 м. Его начальная скорость 15 м/с. Докажите, что ускорение автобуса при этом изменяется по направлению.



К задаче 1.57

1.59². Автомобиль начинает движение без начальной скорости и проходит первый километр с ускорением a_1 , а второй — с ускорением a_2 . При этом на первом километре его скорость возрастает на 10 м/с, а на втором — на 5 м/с. На каком участке его ускорение больше?

1.60². Тело, двигаясь равноускоренно в положительном направлении оси Ox , проходит два одинаковых отрезка пути по $s = 15$ м каждый соответственно в течение $t_1 = 2$ с и $t_2 = 1$ с. Определите ускорение и скорость тела в начале первого отрезка пути, считая, что проекция начальной скорости тела на ось Ox положительна.

1.61². Тело, двигаясь равноускоренно, за первые 5 с своего движения прошло путь $L_1 = 100$ м, а за первые 10 с — $L_2 = 300$ м. Определите начальную скорость тела.

1.62². Начав двигаться равноускоренно из состояния покоя, тело приобрело скорость $v = 14$ м/с, пройдя некоторый путь. Чему равна скорость тела в момент, когда оно прошло половину этого пути?

1.63². Рядом с поездом на одной линии с передними буферами электровоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0,1$ м/с², человек начал идти в том же направлении со скоростью $v = 1,5$ м/с. Через какое время t поезд догонит человека? Какую скорость v_1 будет иметь поезд в этот момент? Какое расстояние s к этому моменту пройдет человек?

1.64³. В момент, когда опоздавший пассажир вбежал на платформу, мимо него за время t_1 прошел предпоследний вагон поезда. Последний вагон прошел мимо пассажира за время t_2 . На сколько времени пассажир опоздал к отходу поезда? Поезд движется равноускоренно, длина вагонов одинакова.

1.65². Два автомобиля выходят из одного пункта в одном направлении. Второй автомобиль выходит на $\tau = 20$ с позже первого. Оба движутся равноускоренно с одинаковым ускорением $a = 0,4$ м/с². Через какое время t после начала движения

первого автомобиля расстояние между ними окажется равным $s = 240$ м? Начальная скорость обоих автомобилей равна нулю.

1.66². Конькобежец проходит путь $s = 450$ м с постоянной скоростью v , а затем тормозит до остановки с постоянным ускорением $a = 0,5$ м/с². При некотором значении v общее время движения конькобежца будет минимальным. Чему равно время $t_{\text{мин}}$?

1.67³. Тело начинает движение из точки A и движется сначала равноускоренно в течение времени t_0 , затем с тем же по величине ускорением равнозамедленно. Через какое время t от начала движения тело вернется в точку A ? Начальная скорость тела равна нулю.

1.68². Тело падает с высоты $h = 100$ м без начальной скорости. За какое время t_1 тело проходит первый метр своего пути и за какое время Δt — последний? Какой путь s_1 тело проходит за первую секунду своего падения и какой путь Δs — за последнюю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.69². Свободно падающее тело за первую и последнюю секунды своего падения прошло в общей сложности половину всего пути. С какой высоты h падало тело? За какое время T оно прошло весь путь? Начальная скорость тела равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.70³. Тело свободно падает с высоты $h = 270$ м. Разбейте этот путь на три участка h_1, h_2, h_3 так, чтобы на прохождение каждого из них требовалось одно и то же время. Определите h_1, h_2, h_3 . Начальная скорость тела равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.71². Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с. Какой путь прошло тело за время $\tau = 4$ с? Каковы его средняя $v_{\text{ср}}$ и среднепутевая $v_{\text{сп}}$ скорости за это время? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.72². Тело падает с высоты $h = 45$ м. Найдите среднюю скорость $v_{\text{ср}}$ его движения на второй половине пути. Начальная скорость тела равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.73². Покажите, что для тела, брошенного вертикально вверх с поверхности земли и падающего на нее же: а) конечная скорость по величине равна начальной скорости и б) время спуска равно времени подъема. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.74². Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через $t = 3$ с. Какова начальная скорость v_0 тела? На какую высоту h оно поднялось? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.75². Тело бросают вертикально вверх. Наблюдатель измеряет промежуток времени t_0 между моментами, когда тело проходит точку B , находящуюся на высоте h . Найдите начальную скорость тела v_0 , а также общее время движения тела T . Сопротивление воздуха не учитывать.

1.76². Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением a . Через время τ от начала его движения из него выпал предмет. Через какое время T этот предмет упадет на Землю? Какова его скорость v в момент падения? Начальная скорость аэростата равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.77². Человек, сбросивший камень с обрыва, услышал звук его падения через время $t = 6$ с. Найдите высоту h обрыва. Скорость звука $u = 340$ м/с. Начальная скорость камня равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.78³. Глубину колодца хотят измерить с относительной погрешностью 5%, бросая камень и измеряя время τ , через которое будет слышен всплеск. Начиная с каких значений τ необходимо учитывать время распространения звука? Скорость звука в воздухе $u = 340$ м/с.

1.79². С высокой башни друг за другом бросают два тела с одинаковыми по величине скоростями v_0 . Первое тело бросают вертикально вверх; спустя время τ бросают второе — вертикально вниз. Определите скорость u относительного движения тел и расстояние s между ними в момент времени $t > \tau$. Сопротивления воздуха не учитывать.

1.80². С крыши капают капли воды. Промежуток времени между отрывами капель $\tau = 0,1$ с. На каком расстоянии Δy друг от друга будут находиться через время $t = 1$ с после начала падения первой капли следующие три? Начальная скорость капель равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.81². Тело свободно падает с высоты $h = 10$ м с нулевой начальной скоростью. В тот же момент другое тело бросают с высоты $H = 20$ м вертикально вниз. Оба тела упали на землю одновременно. Определите начальную скорость v_0 второго тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.82². Тело брошено из точки A вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Когда оно достигло высшей точки траектории, из той же точки A с той же скоростью v_0 было брошено второе тело. На каком расстоянии h от точки A они встретятся? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.83². Точка 1 движется согласно уравнениям

$$x_1(t) = 2t; \quad y_1(t) = 5t,$$

а точка \mathcal{Q} — согласно уравнениям

$$x_2(t) = t + 1; \quad y_2(t) = t^2 + 4.$$

Встретятся ли эти точки?

1.4. Баллистическое движение

При движении тела, брошенного под углом α к горизонту, зависимость радиус-вектора \mathbf{r} тела от времени имеет вид

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{g} t^2.$$

Систему координат обычно выбирают так, что ось Ox направлена горизонтально в направлении броска (чтобы угол α лежал в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$), а ось Oy — по вертикали вверх. Тогда

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_0 \cos \alpha; & v_y &= v_0 \sin \alpha - gt; \\ x(t) &= (v_0 \cos \alpha)t + x_0; & y(t) &= -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + y_0. \end{aligned}$$

Направление координатных осей может быть и иным, но тогда может измениться и вид выражений для координат и проекций скорости на координатные оси.

Во всех задачах этого раздела сопротивление воздуха считается пренебрежимо малым, ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

1.84¹. Камень, брошенный горизонтально с отвесного обрыва высотой $h = 10 \text{ м}$, упал на расстоянии $s = 14 \text{ м}$ от основания обрыва. Получите уравнение траектории камня $y(x)$ и определите из него начальную скорость камня v_0 .

1.85¹. Тело, брошенное с башни в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$, упало на землю на расстоянии s от основания башни, в два раза большем, чем высота башни h . Найдите высоту башни.

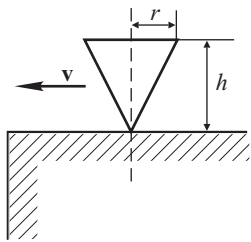
1.86². Пистолетная пуля пробилла два вертикально закрепленных листа бумаги, расстояние между которыми $L = 30 \text{ м}$. Пробойна во втором листе оказалась на $h = 10 \text{ см}$ ниже, чем в первом. Определите скорость v пули в момент пробивания первого листа, считая, что в этот момент пуля двигалась горизонтально.

1.87². Камень, брошенный с крыши дома горизонтально с начальной скоростью $v_0 = 15 \text{ м/с}$, упал на землю под углом $\beta = 60^\circ$ к горизонту. Какова высота h дома?

1.88². Тело брошено горизонтально. Через время $t = 5 \text{ с}$ после броска направления полной скорости \mathbf{v} и полного ускорения

а составили угол $\beta = 45^\circ$. Найдите величину v скорости тела в этот момент.

1.89³. По гладкому горизонтальному столу движется, быстро вращаясь, волчок, имеющий форму конуса (см. рисунок). При какой скорости v поступательного движения волчок, соскочив со стола, не ударится о его край?



К задаче 1.89

Ось волчка все время остается вертикальной. Высота оси конуса равна h , радиус основания конуса r .

1.90³. С обрыва в горизонтальном направлении бросают камень со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Определите координаты точки, в которой радиус кривизны траектории в 8 раз больше, чем в ее верхней точке. Камень бросают из начала координат в направлении оси Ox , ось Oy направлена вертикально вниз.

1.91². Тело брошено с отвесного обрыва высотой h с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту.

а) На каком расстоянии s от основания обрыва тело упадет на землю?

б) В течение какого времени T оно будет находиться в воздухе?

в) Чему равна скорость тела v спустя время τ после начала движения и какой угол β составляет она с горизонтом?

1.92³. Два человека играют в мяч, бросая его друг другу. Какой наибольшей высоты достигает мяч во время игры, если от одного игрока к другому он летит $t = 2$ с?

1.93³. Начальная скорость тела, бросаемого под некоторым углом к горизонту, равна v_0 ; максимально возможная дальность его полета — $s_{\text{макс}}$. Под каким углом α к горизонту с той же начальной скоростью должно быть брошено тело, чтобы дальность его полета была равна s ($s < s_{\text{макс}}$)?

1.94². Под каким углом α к горизонту должна быть направлена струя воды, чтобы дальность ее полета была максимальной?

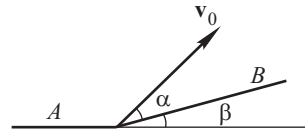
1.95². Под каким углом α к горизонту нужно направить струю воды, чтобы высота ее подъема была равна дальности?

1.96². Под каким углом α к горизонту надо бросить тело, чтобы максимальная высота его подъема равнялась дальности полета, если попутный ветер сообщает телу постоянное горизонтальное ускорение a ?

1.97³. Из миномета, находящегося в точке A , ведут обстрел объекта, расположенного на склоне горы (см. рисунок). Угол наклона горы к горизонту равен β , стрельба производится под

углом α к горизонту. На каком расстоянии $L = AB$ будут падать мины, если их начальная скорость равна v_0 ? При каком угле $\alpha = \alpha_0$ дальность стрельбы вдоль склона будет максимальной?

1.98². Камень, брошенный под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, дважды побывал на одной высоте h спустя время $t_1 = 3$ с и $t_2 = 5$ с после начала движения. Найдите начальную скорость камня v_0 и высоту h .

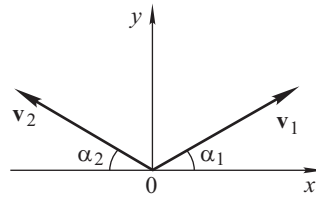


К задаче 1.97

1.99². В момент выстрела яблоко начинает падать с ветки дерева с нулевой начальной скоростью. Поразит ли его пуля, если ружье при выстреле было направлено прямо на яблоко?

1.100². Из отверстия шланга, прикрытого пальцем садовника, бьют сразу две струи с одинаковой начальной скоростью v_0 , направленные под углами α и β к горизонту. Струи расположены в одной вертикальной плоскости. На каком расстоянии L по горизонтали от отверстия шланга струи пересекутся?

1.101². Из одной точки одновременно выброшены два тела с одинаковыми по модулю скоростями \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 ($|v_1| = |v_2| = v_0$) под углами α_1 и α_2 к горизонту (см. рисунок). Чем равна скорость u относительного движения тел? Как зависит от времени расстояние s между телами? Траектории обоих тел принадлежат одной вертикальной плоскости.



К задаче 1.101

1.102³. Мальчик в состоянии сообщить мячу начальную скорость $v_0 = 20$ м/с. Какова максимальная дальность полета мяча $L_{\text{макс}}$ в спортивном зале, высота которого $h = 5$ м?

1.103³. Шарик бросают под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 14$ м/с. На расстоянии $s = 11$ м от точки бросания шарик упруго ударяется о вертикальную стенку. На каком расстоянии L от стенки шарик упадет на землю?

1.104³. Начальная скорость брошенного камня $v_0 = 10$ м/с. Спустя $t = 0,5$ с скорость камня становится равной $v = 7$ м/с. На какую максимальную высоту H над начальным уровнем поднимется камень?

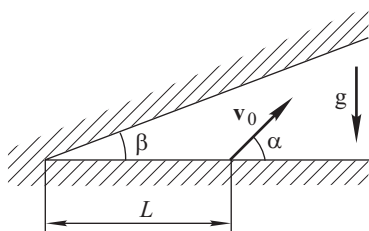
1.105³. С высоты h на наклонную плоскость, образующую с горизонтом угол α , свободно падает мяч и упруго отскакивает от нее. Через какое время t после удара мяч снова упадет на наклонную плоскость? Найдите расстояние от места первого удара до второго, от второго до третьего и т.д.

1.106³. Пикирующий самолет сбрасывает бомбу с высоты h и поражает цель, удаляющуюся по земле со скоростью v_2 . На каком расстоянии s по горизонтали от цели была сброшена бомба, если в этот момент времени скорость самолета v_1 была направлена под углом α к горизонту?

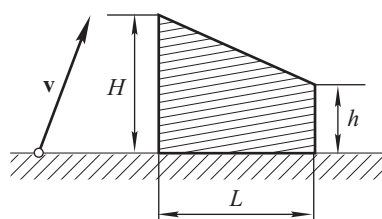
1.107³. Тело бросают с высоты $h = 4$ м вверх под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту так, что к поверхности земли оно подлетает под углом $\beta = 60^\circ$. Какое расстояние по горизонтали пролетит тело?

1.108³. Необходимо с земли перебросить мяч через вертикальную стенку высоты h , находящуюся на расстоянии s от места броска. При какой наименьшей начальной скорости v_0 это возможно? Под каким углом α к горизонту должна быть в этом случае направлена начальная скорость мяча?

1.109³. Орудие стреляет из-под укрытия, наклоненного к горизонту под углом β , находясь на расстоянии L от основания укрытия. Ствол орудия закреплен под углом α к горизонту, причем $\alpha > \beta$ (см. рисунок). С какой максимальной скоростью $v_{\text{макс}}$ может вылететь снаряд, не задев укрытия? Сопротивлением воздуха пренебречь. Траектория снаряда лежит в плоскости чертежа.



К задаче 1.109



К задаче 1.110

1.110⁴. При какой минимальной начальной скорости $v_{\text{мин}}$ мальчик может перебросить камень через дом с покатой крышей (см. рисунок), если ближайшая к мальчику стена имеет высоту H , задняя стена — высоту h , а ширина дома равна L ?

1.5. Движение точки по окружности. Вращательное движение твердого тела

Средние угловые скорость ω и ускорение ε точки при движении по окружности определены выражениями

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}, \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta \omega}{\Delta t};$$

при движении по окружности с постоянной угловой скоростью ($\omega = \text{const}$)

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t;$$

при движении по окружности с постоянным угловым ускорением ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2.$$

Линейная скорость v точки при движении по окружности радиуса R с угловой скоростью ω равна

$$v = \omega R.$$

Ускорение точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории при движении точки по окружности радиуса R равно

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

1.111¹. Определите вид траектории материальной точки, которая начинает движение с некоторой начальной скоростью и имеет постоянное по величине ускорение, направление которого: а) постоянно; б) все время составляет угол 90° с вектором скорости точки, причем вектор ускорения лежит в одной и той же плоскости.

1.112¹. Во сколько раз угловая скорость часовой стрелки больше угловой скорости суточного вращения Земли?

1.113¹. При увеличении в 4 раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника Земли период его обращения увеличивается в 8 раз. Во сколько раз изменяется при этом скорость движения спутника по орбите?

1.114¹. Точка движется по окружности с постоянной скоростью $v = 0,5$ м/с. Вектор скорости изменяет направление на $\Delta\varphi = 30^\circ$ за время $\Delta t = 2$ с. Каково нормальное ускорение точки a_n ?

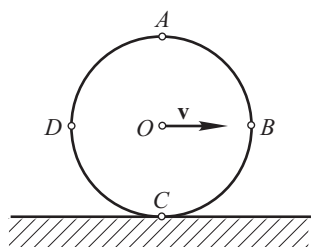
1.115¹. Каково ускорение точек земного экватора, обусловленное суточным вращением Земли? Во сколько раз n должна была бы увеличиться угловая скорость Земли, чтобы это ускорение стало равным g ? Радиус Земли $R_3 = 6400$ км.

1.116². С какой скоростью v и в какое время суток должен лететь самолет на широте Санкт-Петербурга ($\varphi = 60^\circ$), чтобы летчик видел Солнце все время на юге?

1.117². Сплошной диск катится без скольжения по горизонтальному участку дороги с постоянной скоростью v (см. рисунок).

а) Докажите, что линейная скорость вращения относительно центра O любой точки диска, лежащей на его ободе, равна скорости поступательного движения диска v .

б) Определите величину и направление скоростей точек A , B , C и D , лежащих на ободе диска, относительно неподвижного наблюдателя в тот момент, когда эти точки занимают показанное на рисунке положение.



К задаче 1.117

в) Какие точки диска имеют относительно неподвижного наблюдателя ту же по абсолютной величине скорость, что и центр диска?

1.118². Найдите нормальное ускорение точек колеса автомобиля, соприкасающихся с дорогой, если автомобиль движется со скоростью $v = 72$ км/ч, а его колеса делают $n = 8$ оборотов в секунду.

1.119². Диск радиусом $R = 10$ см, начал вращение из состояния покоя с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,50$ рад/с². Каковы тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное ускорения точек на окружности диска в момент времени $t = 2,0$ с после начала вращения?

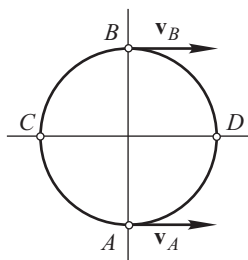
1.120¹. Вал начинает вращение из состояния покоя и в первые $t = 10$ с совершает $N = 50$ оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определите угловое ускорение ε и угловую скорость ω к концу десятой секунды вращения.

1.121². Барабан начинает вращаться с постоянным угловым ускорением ε вокруг своей оси. По какому закону меняется с течением времени угол φ между векторами скорости и полного ускорения произвольной точки барабана? Каким будет значение φ_0 этого угла к моменту, когда барабан сделает один полный оборот?

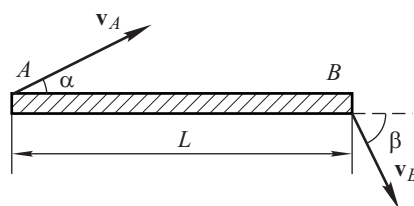
1.122¹. Колесо имеет начальную частоту вращения $\nu_0 = 5,0$ с⁻¹. После торможения частота вращения колеса уменьшилась за время $t = 1,0$ мин до значения $\nu = 3,0$ с⁻¹. Найдите угловое ускорение колеса ε и число оборотов N , сделанных им за время торможения t , считая $\varepsilon = \text{const}$.

1.123¹. Лопасти вентилятора вращаются с частотой $\nu_0 = 15$ с⁻¹. После выключения вентилятор, вращаясь равномерно, сделал до остановки $N = 75$ оборотов. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

1.124². Плоский обруч движется так, что в некоторый момент времени скорости концов диаметра AB лежат в плоскости обруча и перпендикулярны этому диаметру (см. рисунок). Скорость точки A равна v_A , а скорость точки B равна v_B . Определите скорости концов диаметра CD , перпендикулярного AB , в этот же момент времени, считая, что эти скорости также лежат в плоскости обруча.



К задаче 1.124



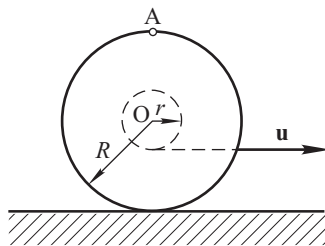
К задаче 1.125

1.125³. Палочка AB длины L движется в плоскости чертежа (см. рисунок) так, что в данный момент времени скорость ее конца A направлена под углом α , а скорость конца B — под углом β к палочке. Значение скорости конца A равно v . Определите скорость v_B конца B .

1.126². Тело брошено с отвесного обрыва высотой h с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Определите величины нормального a_n и тангенциального a_τ ускорения спустя время Δt после начала движения. Найдите радиус кривизны R траектории в ее высшей точке.

1.127². Стержень длиной $2L$ движется в горизонтальной плоскости таким образом, что в некоторый момент времени скорость одного конца стержня равна v_1 и направлена под углом α к стержню, скорость второго конца v_2 . Определите угловую скорость ω вращения стержня относительно его центра.

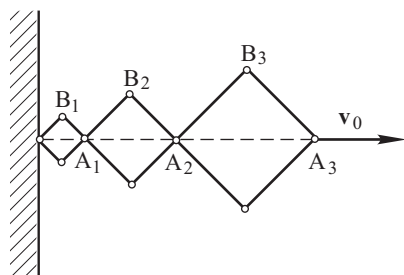
1.128³. Катухка с намотанной на нее нитью лежит на горизонтальной поверхности стола и катится по ней без скольжения под действием нити (см. рисунок). С какой скоростью v будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью u ? Радиус внутренней части катуш-



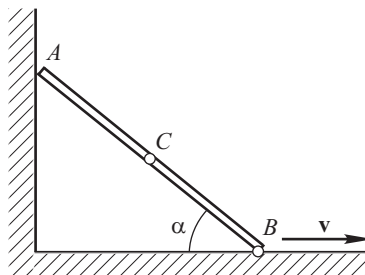
К задаче 1.128

ки r , внешней — R . Каковы будут скорость v_A и ускорение a_A точки A ?

1.129⁴. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, длины сторон которых относятся как 1:2:3 (см. рисунок). Вершина A_3 перемещается в горизонтальном направлении со скоростью v_0 . Определите скорости вершин A_1 , A_2 , B_1 и B_2 в тот момент, когда все углы ромбов прямые.



К задаче 1.129



К задаче 1.130

1.130⁴. Концы A и B стержня AB скользят по сторонам прямого угла (см. рисунок). Как зависит от угла α ускорение середины стержня (точки C), если конец B движется с постоянной скоростью v ? Длина стержня равна L .

1.6. Динамика прямолинейного движения

Основное уравнение динамики материальной точки (*второй закон Ньютона*) для тела постоянной массы m в инерциальных системах отсчета имеет вид

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F},$$

где \mathbf{F} — равнодействующая приложенных к телу сил.

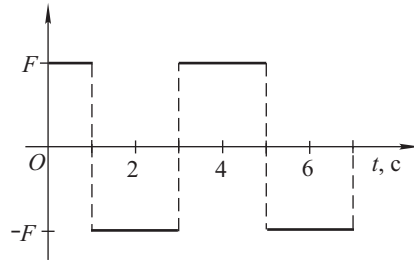
1.131¹. При каких условиях тело (материальная точка) движется с постоянным ускорением? При каких — прямолинейно?

1.132¹. Лежащая на столе книга давит на стол с силой \mathbf{P} . Стол действует на нее с такой же по величине и противоположной по направлению силой \mathbf{P}' . Можно ли найти равнодействующую этих сил? К какому объекту она приложена?

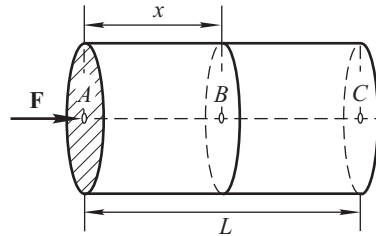
1.133¹. Под действием постоянной силы $F = 3,0$ Н тело движется прямолинейно так, что его координата зависит от времени по закону $x(t) = C_1 t^2 + C_2 t$, где $C_1 = 15$ м/с², $C_2 = 2$ м/с. Найдите массу тела m .

1.134¹. График зависимости от времени действующей на тело вдоль оси Ox силы F представлен на рисунке. Постройте графики зависимостей от времени координаты $x(t)$ и проекции на нее скорости $v_x(t)$. Начальные условия: $v_x(0) = 0$, $x(0) = 0$.

1.135¹. Во время автомобильной катастрофы машина, двигавшаяся со скоростью $v = 54$ км/ч, налетела на бетонную стену. При этом передняя часть машины смялась так, что ее длина уменьшилась на $L_1 = 0,5$ м. Какая постоянная сила F должна действовать на пассажира со стороны ремня безопасности, чтобы он не разбил головой ветровое стекло? Расстояние от головы пассажира до ветрового стекла $L_2 = 0,5$ м. Масса пассажира $m = 60$ кг.



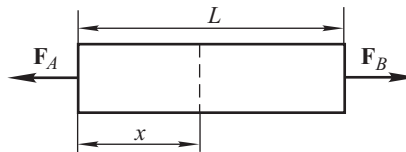
К задаче 1.134



К задаче 1.136

1.136². На одно из оснований однородного прямого цилиндра действует постоянная сила F , перпендикулярная основанию (см. рисунок). Какая сила F_B действует на противоположное основание цилиндра? Какая сила F_C действует на сечение цилиндра C , находящееся на расстоянии x от основания A ? Длина цилиндра L . Сопротивлением внешней среды при движении цилиндра пренебречь.

1.137². На однородный стержень длины L действуют силы F_A и F_B , приложенные к его концам и направленные вдоль стержня в противоположные стороны (см. рисунок). С какой силой F растянут стержень в сечении, находящемся на расстоянии x от его конца A ?



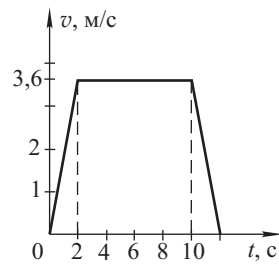
К задаче 1.137

1.138². Тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с, достигает высшей точки подъема через время $t = 2,5$ с. Масса тела $m = 40$ г. Найдите среднюю силу F_C сопротивления воздуха, действующую на тело во время движения.

1.139². Тело массой $m = 0,5$ кг начинает падать с высоты $h = 39,2$ м и в последнюю секунду проходит 36% всего пути. Определите силу F_c сопротивления воздуха, считая ее постоянной. Начальная скорость тела равна нулю.

1.140². Воздушный шар массы M опускается с постоянной скоростью. Какой массы m балласт нужно сбросить, чтобы шар поднимался с той же скоростью? Подъемная сила воздушного шара Q известна. Силу сопротивления воздуха считать одинаковой при подъеме и при спуске.

1.141². Аэростат, имеющий вместе с балластом массу m , опускается вниз с постоянным ускорением a . Какую массу Δm балласта нужно сбросить с аэростата, чтобы он двигался с таким же по величине ускорением, направленным вверх? Силой сопротивления воздуха пренебречь.



К задаче 1.142

1.142². Скорость лифта при подъеме изменяется в соответствии с графиком, представленным на рисунке. Масса кабины лифта с пассажирами $m = 1500$ кг. Найдите силу T натяжения каната, удерживающего кабину лифта в начале, середине и конце подъема.

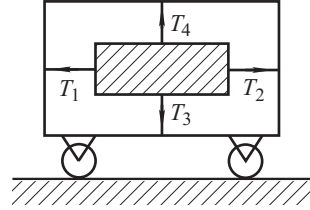
1.143². Лифты Останкинской телевизионной башни, работающие до высоты $h = 337$ м, имеют скорость равномерного движения $v_0 = 7$ м/с и осуществляют весь подъем за время $t = 60$ с. Считая ускорение постоянным по величине и одинаковым во время разгона и торможения лифта, определите силу давления N груза массой $m = 100$ кг на пол лифта в начале, середине и в конце подъема.

1.144². Проволока выдерживает груз массы $m_{\text{макс}} = 450$ кг. С каким максимальным ускорением $a_{\text{макс}}$ можно поднимать груз массы $m = 400$ кг, подвешенный на этой проволоке, чтобы она не оборвалась?

1.145². Веревка выдерживает груз массы $m_1 = 110$ кг при подъеме его с некоторым ускорением, направленным по вертикали, и груз массы $m_2 = 690$ кг при опускании его с таким же по величине ускорением. Какова максимальная масса m груза, который можно поднимать на этой веревке, перемещая его с постоянной скоростью?

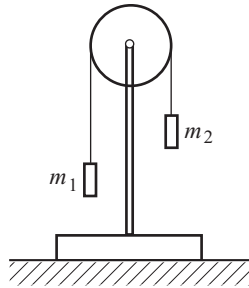
1.146². Груз закреплен на тележке четырьмя натянутыми нитями (см. рисунок). Силы натяжения горизонтальных нитей равны соответственно T_1 и T_2 , а вертикальных — T_3 и T_4 . С каким ускорением a тележка движется по горизонтали?

1.147³. На горизонтальной поверхности стоит штатив массы $M = 1$ кг, на котором укреплен невесомый блок. На концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через блок, подвешены грузы, массы которых $m_1 = 0,2$ кг и $m_2 = 0,8$ кг соответственно (см. рисунок). Пренебрегая трением, найдите ускорение a грузов, силу натяжения T нити и силу N , с которой основание штатива давит на поверхность.

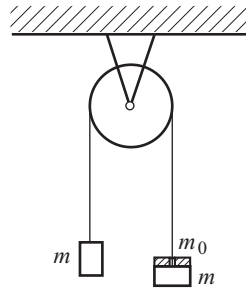


К задаче 1.146

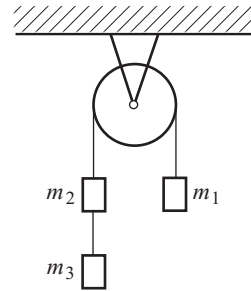
1.148². Два груза, массы m каждый, связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок (см. рисунок). На один из грузов кладут перегрузок массы m_0 . С каким ускорением a движутся грузы? Какова сила натяжения T нити при движении грузов? С какой силой N перегрузок m_0 давит на груз m ? Какую силу давления F испытывает ось блока во время движения грузов? Массой блока пренебречь. Трение отсутствует.



К задаче 1.147



К задаче 1.148



К задаче 1.149

1.149². Определите ускорение a грузов и силу натяжения T нитей в системе, изображенной на рисунке. Массы грузов $m_1 = 1,0$ кг, $m_2 = 2,0$ кг, $m_3 = 3,0$ кг. Массами нитей и блоков, а также трением пренебречь. Нити нерастяжимы.

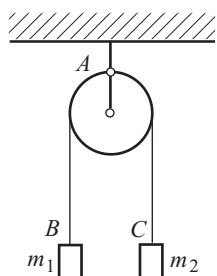
1.150². Два тела с массами $m_1 = 10$ кг и $m_2 = 20$ кг лежат на гладкой поверхности стола. Тела соединены шнуром массы $m = 1,0$ кг. Какую минимальную силу $F_{\text{мин}}$ надо приложить к телу массы m_1 , чтобы шнур разорвался? Известно, что прикрепленный к неподвижной стенке шнур разрывается при действии силы $F_0 = 500$ Н.

1.151³. Через неподвижный невесомый блок перекинута однородная веревка массы m_0 , к концам которой прикреплены

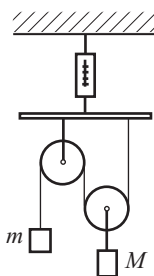
грузы массами m_1 и m_2 , причем $m_1 > m_2$. Веревка скользит без трения по блоку. Найдите ускорение веревки в момент, когда она расположена симметрично по обе стороны от блока, а также силы натяжения веревки T в точках A , B и C (см. рисунок). Радиус блока считать пренебрежимо малым по сравнению с длиной веревки.

1.152³. Конструкция механической системы показана на рисунке. К свободному концу нити прикреплен груз массы $m = 60$ кг, к подвижному блоку — груз массы $M = 90$ кг. В начальный момент времени грузы удерживались в состоянии покоя на одной высоте, а затем были освобождены. Определите время t , в течение которого расстояние между грузами по вертикали станет равным $s = 2,0$ м, а также показания F динамометра при движении грузов. Массами всех элементов конструкции, кроме грузов, пренебречь. Трение отсутствует. Нити нерастяжимы.

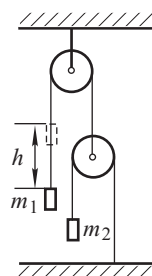
1.153³. К потолку лифта, поднимающегося с ускорением $a = 1,2$ м/с², прикреплен динамометр, к которому подвешен блок. Через блок перекинута нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы с массами $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г. Пренебрегая массой блока и трением, определите показания динамометра F .



К задаче 1.151



К задаче 1.152



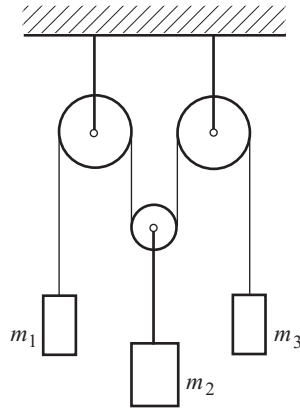
К задаче 1.154

1.154³. Конструкция механической системы показана на рисунке. В результате начального толчка груз массы m_1 начал двигаться вверх и на расстоянии $h = 0,49$ м от точки наивысшего подъема побывал дважды через интервал времени $\tau = 2,0$ с. Определите отношение масс грузов m_1/m_2 . Массами всех элементов конструкции, кроме грузов, пренебречь. Трение отсутствует. Нити нерастяжимы.

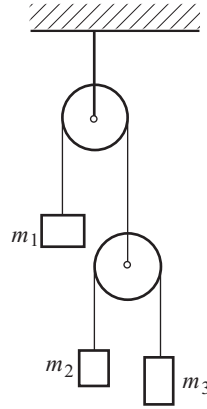
1.155³. Конструкция механической системы показана на рисунке. Массы грузов m_1 , m_2 , m_3 известны. Определите ускорения a грузов и силу натяжения T нити, связывающей грузы m_1

и m_3 . Нити и блоки невесомы, нити нерастяжимы, трение отсутствует.

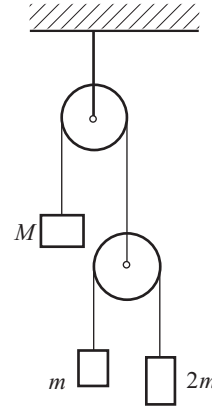
1.156³. Конструкция механической системы показана на рисунке. Массы грузов m_1, m_2, m_3 известны. Определите ускорения a грузов и натяжения T нитей. Нити и блоки невесомы, нити нерастяжимы, трение отсутствует.



К задаче 1.155



К задаче 1.156

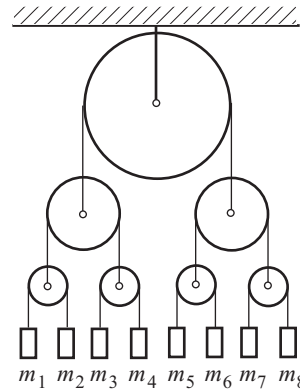


К задаче 1.157

1.157³. Показанная на рисунке система подвешена на динамометре. Какой должна быть масса груза M , чтобы показания динамометра составляли $4mg$? Нити и блоки невесомы, нити нерастяжимы, трение отсутствует.

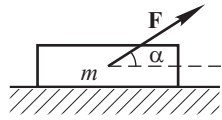
1.158⁴. Определите ускорения грузов a_i ($i = 8$) и натяжения нитей T_i в системе, показанной на рисунке. Массы грузов m_i известны. Нити и блоки невесомы, нити нерастяжимы, трение отсутствует.

1.159¹. К телу массы $m = 4,0$ кг, лежащему на горизонтальной шероховатой плоскости, приложена сила F ($F < mg$), направленная под углом α к горизонту (см. рисунок). Коэффициент трения между телом и плоскостью $\mu = 0,2$. Найдите ускорение тела a и силу трения $F_{\text{тр}}$, если: а) $F = 1,0$ Н, $\alpha = 30^\circ$; б) $F = 19,6$ Н, $\alpha = 30^\circ$. При каком наименьшем значении силы $F_{\text{мин}}$ движение тела будет равномерным?



К задаче 1.158

1.160². Магнит массы $m = 50$ г прилип к железной вертикальной стенке. Чтобы магнит равномерно скользил вниз, к нему необходимо приложить направленную вертикально вниз силу $F_1 = 2$ Н. Какую минимальную силу F_2 надо приложить к магниту, чтобы он равномерно скользил вверх?



К задаче 1.159

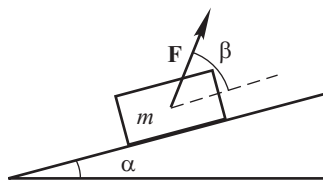
1.161². По доске, наклоненной к горизонту под углом β , тело скользит равномерно. За какое время t тело соскользнет с высоты h по той же доске, наклоненной под углом α к горизонту?

1.162². Тело массы $m = 20$ кг тянут с силой $F = 120$ Н по горизонтальной поверхности. Если эта сила приложена под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонту, то тело движется равномерно. С каким ускорением a будет двигаться тело, если ту же силу приложить под углом $\alpha_2 = 30^\circ$ к горизонту?

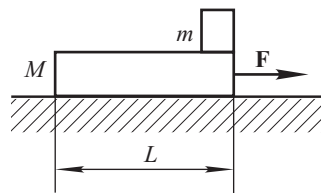
1.163². На тело массы m , вначале покоившееся на горизонтальной плоскости, в течение времени τ действует горизонтальная сила F . Какое расстояние L пройдет тело за время движения? Коэффициент трения тела о плоскость μ .

1.164². Ледяная горка составляет с горизонтом угол $\alpha = 10^\circ$. По ней пускают вверх камень, который, поднявшись на некоторую высоту, соскальзывает по тому же пути вниз. Каков коэффициент трения μ , если время спуска в $n = 2$ раза больше времени подъема?

1.165⁴. Брусок равномерно тащат за нить вверх по наклонной плоскости (см. рисунок). Плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 25^\circ$. Угол β между нитью и плоскостью может изменяться. Если угол $\beta = \beta_0 = 60^\circ$, то сила натяжения нити имеет наименьшую величину $F_{\min} = 30$ Н. Найдите массу m бруска.



К задаче 1.165



К задаче 1.166

1.166³. Брусок массы M лежит на горизонтальной плоскости. На брусок лежит тело массы m (см. рисунок). Коэффициенты трения между телом и бруском, а также между бруском и плоскостью, одинаковы и равны μ . К бруску приложена сила F , действующая в горизонтальном направлении.