

Бутиков Е.И.
Кондратьев А.С.

Физика

том 2

Электродинамика. Оптика



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2011

УДК 53(075.8)

Б93

ББК 22.3

БУТИКОВ Е. И., КОНДРАТЬЕВ А. С. **ФИЗИКА**: Учеб. пособие: В 3 кн. Кн.2. **Электродинамика. Оптика**. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008 — 336 с. — ISBN 978-5-9221-0108-0 (Кн. 2).

Учебник принципиально нового типа. Последовательность изложения соответствует логической структуре физики как науки и отражает современные тенденции ее преподавания. Материал разделен на обязательный и дополнительный, что позволяет строить процесс обучения с учетом индивидуальных способностей учащихся, включая организацию их самостоятельной работы. Задачи служат как для получения новых знаний, так и для развития навыков исследовательской деятельности.

Для учащихся школ, гимназий, лицеев с углубленным изучением физико-математических дисциплин, а также для подготовки к конкурсным экзаменам в вузы. Ил. 252.

Рецензенты: профессор *В.И. Николаев*, преподаватель *М.Л. Шифман*

Учебное издание

БУТИКОВ Евгений Иванович
КОНДРАТЬЕВ Александр Сергеевич

ФИЗИКА

Книга 2. **Электродинамика. Оптика**

Редактор *Д.А. Миртова*
Оригинал-макет: *Л.Г. Баканова, А.К. Розанов*
Оформление обложки *А.Ю. Алехиной*

Подписано в печать 10.06.08. Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная
Усл. печ. л. 21,0. Уч.-изд. л. 23,1. Тираж 2000 экз. Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»
МАИК «Наука/Интерпериодика»
117997, Москва, Профсоюзная, 90
E-mail: fizmat@maik.ru, <http://www.fiml.ru>

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ФГУП «Ивановская областная типография»
153008, г. Иваново, ул. Типографская, 6.
E-mail: 091-018@adminet.ivanovo.ru

ISBN 978-5-9221-0110-3

ISBN 978-5-9221-0108-0 (Кн. 2)

© ФИЗМАТЛИТ, 2004, 2008

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	9
I. ЭЛЕКТРОСТАТИКА	11
§ 1. Электрический заряд. Закон Кулона	11
Электрический заряд (11). Электризация тел (12). Проводники и диэлектрики (12). Закон Кулона (13). Единицы заряда (15). Элементарный электрический заряд (16). Закон сохранения электрического заряда (17).	
§ 2. Электрическое поле. Напряженность поля	19
Дальнодействие и близкодействие (19). Напряженность электрического поля (20). Принцип суперпозиции (22). Линии напряженности (23).	
§ 3. Теорема Гаусса	24
Поток напряженности (25). Поля симметричных источников (27). Теорема Гаусса и геометрия физического пространства (29).	
§ 4. Потенциал электростатического поля. Энергия системы зарядов	31
Потенциальная энергия (31). Потенциал электрического поля (31). Потенциал поля точечного заряда (32). Принцип суперпозиции для потенциала (33). Работа электрического поля. Напряжение (33). Эквипотенциальные поверхности (34). Связь напряженности и потенциала (35). Энергия системы зарядов (35). Вывод формулы $\varphi = kq/r$ (38). О модели точечного заряда (38). Напряженность как градиент потенциала (39).	
§ 5. Расчет электрических полей	39
§ 6. Проводники в электрическом поле	49
Напряженность поля внутри проводника (49). Проводники и закон Кулона (49). Напряженность поля и поверхностная плотность зарядов (50). Распределение зарядов по поверхности проводника (51). Распределение зарядов на поверхности (54). Энергия заряда вблизи проводника (54). Энергия системы точечных зарядов и проводников (55). Еще о методе изображений (57).	
§ 7. Силы в электростатическом поле	59
Диполь в однородном поле (59). Энергия диполя во внешнем поле (60). Диполь в неоднородном поле (61). Диполь в поле точечного заряда (62). Силы, действующие на проводник (63). Электростатическое давление (64).	

§ 8.	Конденсаторы. Электроемкость	65
	Примеры конденсаторов (65). Единицы емкости (66). Электроемкость и геометрия конденсатора (67). Емкость плоского конденсатора (67). Емкость сферического конденсатора (68). Емкость уединенного проводника (68). Конденсатор с диэлектриком (68). Диэлектрическая проницаемость (69). Батареи конденсаторов (69). Поле внутри и вне конденсатора (71). Заряд на внешней поверхности обкладки (71). Плоский конденсатор с экраном (73).	
§ 9.	Энергия электрического поля	75
	Энергия плоского конденсатора (75). Энергия конденсатора (76). Плотность энергии электрического поля (76). Энергия заряженного шара (77). Собственная энергия точечного заряда (77). Собственная энергия проводника (79). Энергетические превращения в конденсаторах (79). Изменение энергии и работа источника (82). Конденсатор с диэлектриком (83).	
II. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК		86
§ 10.	Характеристики электрического тока. Закон Ома	86
	Плотность тока (86). Сила тока (87). Единица силы тока (88). Действия электрического тока (88). Закон Ома (89). Однородные и изотропные проводники (90). Удельное сопротивление (90). Закон Ома для однородного участка (91). Сопротивление и его единицы (91). Зависимость сопротивления от температуры (92). Вольт-амперная характеристика (93). Линейные и нелинейные явления в электрических цепях (94). Дифференциальное сопротивление (94).	
§ 11.	Соединение проводников в электрические цепи	95
	Эквивалентное сопротивление цепи (95). Последовательное соединение (95). Параллельное соединение (96). Эквивалентные схемы (96). Расчет мостовой схемы (98). Измерения в электрических цепях (99). Шунт для амперметра (100). Добавочное сопротивление для вольтметра (100). Мост Уитстона (101).	
§ 12.	Закон Ома для неоднородной цепи	105
	Контактная разность потенциалов (105). Ток в неоднородном участке цепи (106). Замкнутая неоднородная цепь (107). Электродвижущая сила (108). ЭДС в разных источниках (109). Внутреннее сопротивление источника тока (109). Простейшая замкнутая цепь (109). Составная внешняя цепь (110). Напряжение на источнике тока (112). Измерение ЭДС (113).	
§ 13.	Расчет цепей постоянного тока	114
	Последовательное соединение источников тока (115). Параллельное соединение источников тока (116). Всегда ли нужен второй источник? (116). Правила Кирхгофа (117). Правила расчета сложных цепей (119). Пример расчета (119).	
§ 14.	Работа и мощность постоянного тока	122
	Закон Джоуля—Ленца (122). Зарядка аккумулятора (124). Работа источника тока (125). Определение ЭДС (125). Мощность и КПД источника	

тока (126). Поле сторонних сил (128). Работа и теплота в произвольной цепи (129).

§ 15. Магнитное поле постоянного тока 130

Индукция магнитного поля (130). Единица магнитной индукции (131). Магнитные силовые линии (131). Закон Био—Савара—Лапласа (131). Поле кругового тока (133). Теорема о циркуляции (134). Поле в соленоиде (135). Поле в тороидальной катушке (136). Поле внутри проводника с током (137). Магнитный поток (138). Магнитное поле движущегося заряда (138). О потенциале магнитного поля (140). Магнитный момент кругового тока (140).

§ 16. Действие магнитного поля на движущиеся заряды 143

Сила Ампера (143). Взаимодействие двух параллельных токов (144). Полная магнитная сила, действующая на ток (145). Единица силы тока — ампер (146). Механическая работа в магнитном поле (146). Сила Лоренца (147). Свойства силы Лоренца (148). Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях (148). Циклотронная частота (150).

III. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ 154

§ 17. Явление электромагнитной индукции 154

Индукционный ток (154). Закон Ленца (156). ЭДС индукции (156). Закон электромагнитной индукции (157). Природа сторонних сил. Вихревое электрическое поле (157). Сила Лоренца как причина сторонней силы (158). ЭДС индукции и работа силы Лоренца (158). Исключения из правила потока (161). Явление самоиндукции (162). Индуктивность (162). Наблюдение самоиндукции (163). Самоиндукция — аналог инерции (163). Единица индуктивности (164). Индуктивность соленоида (164). Вихревые токи (164).

§ 18. Электрические машины постоянного тока 166

Модель электрической машины (166). Типы электрических машин (168). Условия работы электродвигателя (168). Максимальная мощность двигателя (170). КПД двигателя (170).

§ 19. Энергия магнитного поля 172

Опыт по обнаружению энергии магнитного поля (173). Расчет энергии магнитного поля (172). Объемная плотность энергии магнитного поля (174). Магнитная проницаемость вещества (174). О природе магнитных свойств вещества (175).

§ 20. Основы теории электромагнитного поля 176

Относительный характер электрического и магнитного полей (176). Электрическое и магнитное поля в разных системах отсчета (177). Инварианты электромагнитного поля (178). Изменяющееся электрическое поле как источник магнитного поля (179). Обобщение теоремы о циркуляции магнитного поля (181). Ток смещения (181). Уравнения Максвелла (182). Гауссова система единиц (182). Электродинамическая постоянная (183). Основные формулы в гауссовой системе (184).

§ 21. Квазистационарные явления в электрических цепях	185
Условия квазистационарности (186). Цепь с активным сопротивлением (186). Емкостное сопротивление (187). Индуктивное сопротивление (188). Фазовые сдвиги (189). Процесс зарядки конденсатора (190). Дифференциальное уравнение процесса (191). Экспоненциальная зависимость (191). Процесс разрядки конденсатора (192). Ток в цепи с индуктивностью (193).	
IV. ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК	195
§ 22. Цепи переменного тока. Закон Ома	195
Прямоугольные импульсы в RC -цепочке (195). Синусоидальное напряжение в RC -цепочке (196). Векторные диаграммы (197). Последовательная RLC -цепь (198). Резонанс напряжений (200). Параллельная RLC -цепь (200). Резонанс токов (201). Закон Ома (202).	
§ 23. Работа и мощность переменного тока. Передача электроэнергии	204
Мгновенная мощность (204). Средняя мощность. Действующие значения (205). Потери в линиях передачи (205). Уменьшение потерь (207). Высоковольтные линии передачи (207). Трансформатор (207). Режим холостого хода (209). Трансформатор под нагрузкой (209). Выпрямление переменного тока (210).	
§ 24. Трехфазный ток. Электрические машины переменного тока	212
Соединения звездой и треугольником (213). Векторные диаграммы (214). Модель синхронного и асинхронного двигателей (215). Вращающееся магнитное поле (217).	
V. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	220
§ 25. Колебательный контур	220
Аналогия между механическими и электромагнитными колебаниями (220). Энергия колебаний (221). Собственная частота (221). Амплитуда и начальная фаза (221). Энергетические превращения (222). Уравнение для колебаний в контуре (223). Затухание электромагнитных колебаний (224). Диссипация энергии колебаний (225). Время жизни колебаний (225). Точное решение (226). Контур без сопротивления с неизбежными потерями (229). Колебательный контур с нелинейными элементами (231).	
§ 26. Вынужденные колебания в контуре. Резонанс	232
Уравнение вынужденных колебаний в контуре (233). Установившиеся колебания в контуре (233). Резонансный контур (234). Резонансные кривые (235). Энергетические превращения при вынужденных колебаниях (236). Поглощаемая мощность (237).	
§ 27. Незатухающие электромагнитные колебания	239
Автоколебания (241). Механическая модель автоколебательной системы (240). Фазовая траектория (241). Амплитуда установившихся автоколебаний (242). Устойчивость автоколебаний (242). Предельный цикл (242). Электромагнитные автоколебания (243). Параметрический резонанс (243). Порог параметрического резонанса (244). Параметрический резонанс и вынужденные колебания (244). Релаксационные колебания (246).	

§ 28. Электромагнитные волны	248
Предсказание электромагнитных волн (248). Открытый вибратор (248). Электрическое и магнитное поля вибратора (250). Опыт Герца (250). Механизм излучения электромагнитных волн (251). Излучение осциллирующего заряда (254). Энергия электромагнитной волны (254). Поток энергии электромагнитной волны (255). Поляризация электромагнитных волн (256). Импульс волны и давление света (258).	
§ 29. Свойства и применения электромагнитных волн	259
Диапазоны радиоволн (260). Распространение радиоволн (260). Поле сферической волны (260). Принцип радиосвязи (262). Амплитудная модуляция (263). Частотный спектр модулированного сигнала (264). Реальность боковых частот (264). Детектирование (265). Радиосвязь (266). Полоса пропускания и избирательность (266). Различные представления модулированного колебания (267). Пример из акустики (268).	
VI. ОПТИКА	269
§ 30. Свет как электромагнитные волны. Интерференция	269
Видимый свет и оптический диапазон (269). Когерентные и некогерентные волны (269). Интерференция света (270). Схема Юнга (271). Интерференционные полосы (272). Зеркала Френеля (273). Интерферометр Майкельсона (275).	
§ 31. Дифракция света	276
Принцип Гюйгенса—Френеля (276). Зоны Френеля (277). Дифракция Френеля на круглом отверстии (278). Дифракция Френеля на круглом диске. Пятно Араго—Пуассона (279). Расстояния, на которых сказывается дифракция (280). Дифракция Фраунгофера (280).	
§ 32. Спектральные приборы. Дифракционная решетка	284
Разложение излучения в спектр (284). Дифракция света на решетке (285). Главные максимумы (285). Распределение дифрагировавшего света по максимумам разных порядков (287). Разрешающая способность решетки (288). Щели конечной ширины в опыте Юнга (289).	
§ 33. Протяженные источники света	291
Роль дифракции в телескопе (292). Разрешение телескопа (293). Звездный интерферометр (294).	
§ 34. Интерференция немонахроматического света	298
Простейшая модель немонахроматического источника (298). Картина от двух близких спектральных линий (298). опыты с квазімонахроматическим светом (299). Длина и время когерентности (300). Время когерентности и ширина спектра (301).	
§ 35. Физические принципы голографии	303
Зонная пластинка (304). Фокусирующее действие зонной пластинки (304). Голограмма точечного источника света (305). Голограмма сложного объекта (306).	

§ 36. Геометрическая оптика	308
Показатель преломления среды (308). Законы геометрической оптики (308). Принцип Гюйгенса и законы геометрической оптики (310). Отражение и преломление на искривленной поверхности (311). Интенсивность отраженного и преломленного света (312). Естественный свет (312). Поляризация света при отражении (312). Принцип Ферма (313). Изображение в плоском зеркале (313). Принцип Ферма и формула линзы (314). Фокусное расстояние линзы (316). Аберрации (316).	
§ 37. Оптические приборы, формирующие изображение	318
Геометрическая оптика и волновые свойства света (319). Камера-обскура (319). Гомоцентрические и астигматические пучки лучей (320). Сферическое зеркало (322). Линзы (323). Фотоаппарат (326). Проекционный аппарат (326). Приборы для визуальных наблюдений (327). Лупа (328). Микроскоп (328). Нормальное увеличение телескопа (330). Искажение перспективы и объемность изображения (332). Нормальное увеличение и дифракционный предел (333). О решении задач (334). Основы фотометрии (334).	

Введение

В окружающем нас макроскопическом мире все разнообразие встречающихся сил, кроме сил тяготения, представляет собой проявление электромагнитных взаимодействий. При изучении законов механики, описывающих движение тел, мы встречались с силами упругости, которые позволяют твердым телам сохранять свою форму и размеры и обнаруживают себя при их деформации. Силы упругости препятствуют изменению объема жидкостей и сжатию газов. Встречались мы и с силами трения, проявления которых в окружающем нас мире чрезвычайно многообразны и отнюдь не сводятся только к торможению движения твердых тел, жидкостей и газов.

Все эти силы, несмотря на внешние различия их проявлений, — близкие родственники: все они имеют общую физическую природу, общее происхождение — это электромагнитные силы. Благодаря электромагнитному взаимодействию мы можем видеть, ибо свет — одно из его проявлений. Даже сама жизнь была бы невозможна без этих сил: все происходящее в живой материи в конечном счете обусловлено электромагнитными взаимодействиями.

В отличие от электромагнитных сил действие ядерных и гравитационных сил в природе существенно только либо в очень малых, либо в очень больших масштабах. Эти силы проявляются в атомных ядрах и в космических объектах. Но и там велика роль электромагнитных сил. Почти невозможно указать явление, которое не было бы связано с действием электромагнитных сил. А что касается строения электронной оболочки атомов, сцепления атомов в молекулы и кристаллы, поведения атомов в жидкостях и газах, электронов и ионов в плазме — здесь все определяется исключительно электромагнитными силами. Иначе говоря, они отвечают за все физические и химические свойства вещества, от атома до живой клетки.

При первоначальном знакомстве с физикой вы уже встречались с самыми разнообразными проявлениями электромагнитных взаимодействий в природе и в технике. Это прежде всего электростатическое взаимодействие неподвижных зарядов, электрический ток, заключающийся в направленном движении зарядов, магнитное поле, создаваемое электрическим током, в свою очередь действующее на проводники с током, движущиеся заряды и магнитные стрелки.

Тесная связь между электричеством и магнетизмом ярко обнаруживает себя в явлении электромагнитной индукции: изменяющееся магнитное поле может вызывать ток в проводнике, так как при из-

менении магнитного поля возникает электрическое поле. Поэтому в физике говорят о едином электромагнитном поле, которое включает в себя взаимосвязанные электрическое и магнитное поля.

Электромагнитное поле может существовать и в отсутствие электрических зарядов или токов: именно такие самоподдерживающиеся электрическое и магнитное поля представляют собой электромагнитные волны, к которым относятся видимый свет, инфракрасное, ультрафиолетовое и рентгеновское излучения, радиоволны и т. д.

В книге 2 курса физики мы будем детально изучать фундаментальные закономерности, относящиеся к этому кругу явлений. Основными изучаемыми объектами будут электрические заряды и электромагнитное поле, переносящее их взаимодействие. Мир электричества и магнетизма гораздо сложнее и богаче мира простых механических перемещений, доступного непосредственному наблюдению.

I. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Изучение электродинамики начнем с простейшего случая — с электростатики, в которой рассматривается взаимодействие неподвижных относительно друг друга электрических зарядов и создаваемое ими неизменное во времени электростатическое поле.

§ 1. Электрический заряд. Закон Кулона

Электрический заряд и электрическое поле — первичные понятия, подобно понятиям массы и гравитационного поля в механике. Это значит, что их нельзя определить через другие, более простые понятия. Все, что мы можем сделать — это описать их свойства.

Электрический заряд. Электрический заряд характеризует способность тела к определенному взаимодействию, описываемому на языке сил. В отличие от гравитационного взаимодействия, проявляющегося всегда как притяжение между телами, электрическое взаимодействие может быть как притяжением, так и отталкиванием. Известным из опыта фундаментальным свойством электрического заряда является то, что он существует в двух видах, условно называемых положительными и отрицательными зарядами. Заряды одного знака отталкиваются. Взаимодействие зарядов противоположных знаков заключается в их взаимном притяжении.

Макроскопическому телу можно сообщить заряд любого знака. Когда эти заряды присутствуют в одинаковых количествах, тело называют электрически *нейтральным* или *незаряженным*. Другими словами, в макроскопическом теле положительные и отрицательные заряды могут компенсировать друг друга. Незаряженное тело при равномерном распределении входящих в него положительных и отрицательных зарядов электрически не взаимодействует с другими заряженными телами.

Электрический заряд макроскопического тела определяется суммарным зарядом образующих его элементарных частиц. Окружающий нас мир представляет собой хорошо скомпенсированную смесь положительных и отрицательных зарядов. Такая компенсация неудивительна, поскольку одноименные заряды отталкиваются.

Причина, по которой электрический заряд существует именно в двух видах, в современной физике до конца не выяснена. Возможно, что в этом находит свое отражение определенная симметрия. Поло-

жительный и отрицательный заряды можно рассматривать как противоположные проявления одного качества, аналогично тому как понятия «правое» и «левое» выступают противоположными проявлениями свойства пространственной симметрии. Оказывается, что вопрос симметрии «правого» и «левого» тесно связан с этой двойственностью электрического заряда и с другой фундаментальной симметрией, а именно с симметрией по отношению к обращению времени. Некоторый свет на эти вопросы проливает физика элементарных частиц.

Электризация тел. Простейшие эксперименты, в которых на качественном уровне могут быть обнаружены описанные закономерности взаимодействия электрических зарядов, известны еще со времен

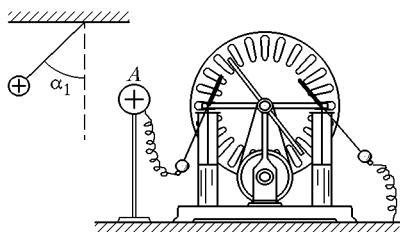


Рис. 1. Электростатическая машина

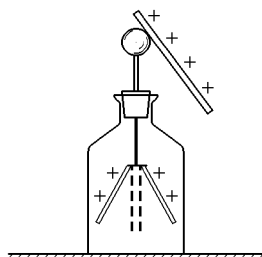


Рис. 2. Простейший электроскоп

Б. Франклина (вторая половина XVIII века). Существуют разные способы электризации тел, т. е. превращения электрически нейтральных тел в заряженные. В частности, это возможно путем трения тел друг о друга (электризация трением).

Разделение электрических зарядов противоположных знаков возможно и путем электризации через влияние, без непосредственного контакта между телами (электрическая индукция). Наиболее распространенный прибор для разделения зарядов — электростатическая машина (рис. 1). Обнаружить у тела наличие электрического заряда можно с помощью электроскопа (рис. 2) или более современного прибора — электрометра (рис. 3), имеющего, в отличие от электроскопа, экранирующий металлический корпус, благодаря которому его показания не подвержены влиянию посторонних окружающих тел.

Проводники и диэлектрики. По поведению зарядов в наэлектризованном теле все вещества делятся на *проводники* и *изоляторы* (диэлектрики). У диэлектриков сообщенный им заряд остается в том месте, куда он был помещен при электризации. В проводниках сообщенный заряд может свободно перемещаться по всему телу. Именно благодаря этому свойству проводящие тела можно заряжать электризацией через влияние. В равновесии из-за взаимного отталкивания свободные заряды располагаются на внешней поверхности проводника.

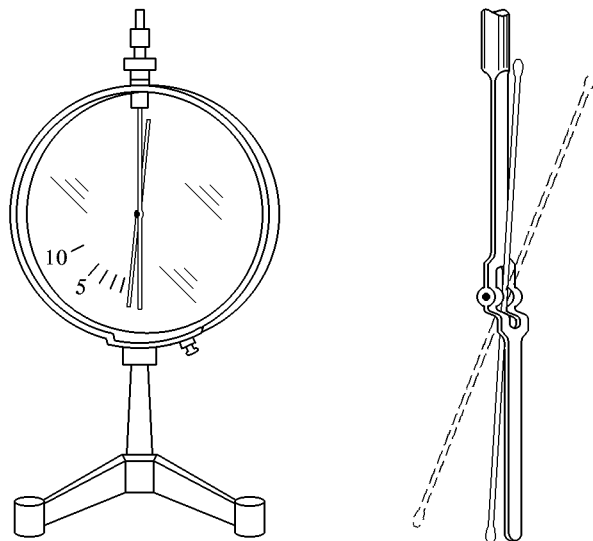


Рис. 3. Электрометр и устройство его механизма

Среди большого числа разнообразных электростатических экспериментов немало таких, которые для своего объяснения даже на качественном уровне требуют привлечения весьма сложных и тонких понятий. Примером может служить широко известный опыт по притягиванию незаряженных клочков бумаги наэлектризованной расческой.

Закон Кулона. Первые экспериментальные количественные результаты, относящиеся к взаимодействию неподвижных электрических зарядов, были получены Ш. Кулоном в конце XVIII столетия. Для измерения сил, действующих между зарядами, Кулон использовал созданный им прибор, называемый крутильными весами (рис. 4а). На тонкой упругой нити H подвешено легкое коромысло K из изолятора, на одном конце которого укреплен проводящий шарик A , а на другом — противовес Π . Рядом с шариком A можно поместить другой такой же неподвижный шарик B . Стекланный цилиндр защищает чувствительные части прибора от движения воздуха.

Чтобы установить зависимость силы взаимодействия от расстояния между зарядами, шарикам A и B сообщают произвольные заряды, прикасаясь к

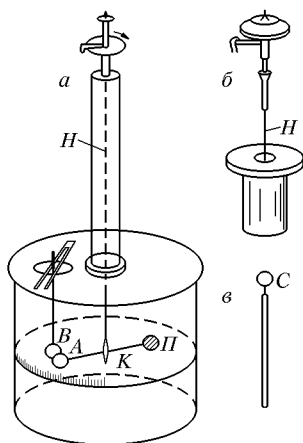


Рис. 4. Крутильные весы Кулона

ним третьим заряженным шариком C , укрепленным на ручке из диэлектрика. По углу закручивания упругой нити (рис. 4б) можно измерить силу отталкивания одноименно заряженных шариков, а по шкале прибора — расстояние между ними. В результате этих опытов Кулон установил, что сила взаимодействия направлена вдоль линии, соединяющей оба заряда, и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F \sim \frac{1}{r^2}.$$

Зависимость силы взаимодействия от заряда можно установить следующим образом. Когда заряженный проводящий шарик приводится в соприкосновение с таким же незаряженным шариком, то естественно предположить, что в силу симметрии заряд между ними распределится поровну. При этом оказывается, что сила взаимодействия между шариками, на одном из которых описанным способом заряд уменьшен вдвое, также уменьшается в два раза при том же расстоянии между шариками. Повторяя эту процедуру несколько раз, можно убедиться, что при уменьшении заряда любого из шариков в два, четыре и т. д. раз сила взаимодействия оказывается пропорциональной заряду каждого шарика.

Обобщая результаты таких опытов, можно сформулировать закон, описывающий силу взаимодействия неподвижных электрических зарядов, — *закон Кулона*. Сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 в вакууме пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}. \quad (1)$$

Чтобы формула давала не только значения модуля силы, но и ее направление, удобно записать закон Кулона в векторном виде:

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{F}_{12} — сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2 , $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ — разность радиусов-векторов точечных зарядов q_1 и q_2 , т. е. вектор, проведенный от заряда q_2 к заряду q_1 (рис. 5). Легко видеть, что формула (2) дает правильное направление силы \mathbf{F}_{12} при любых знаках зарядов q_1 и q_2 , т. е. и при отталкивании ($q_1 q_2 > 0$, рис. 5а), и при притяжении ($q_1 q_2 < 0$, рис. 5б) этих зарядов.

Выражение для силы \mathbf{F}_{21} , действующей на заряд q_2 со стороны q_1 , получается из (2) перестановкой индексов 1 и 2 и находится в полном соответствии с третьим законом Ньютона:

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12},$$

которому удовлетворяет взаимодействие неподвижных относительно друг друга электрических зарядов.

Точность, которая может быть достигнута в опытах с крутильными весами, сравнительно невелика. Наша убежденность в том, что закон Кулона точно описывает электростатическое взаимодействие, основана на большом количестве подтверждающих его других экспериментальных данных. Оказывается, что закон Кулона выполняется точно как для очень больших, так и для очень малых расстояний. В частности, исследования атомных явлений позволяют заклю-

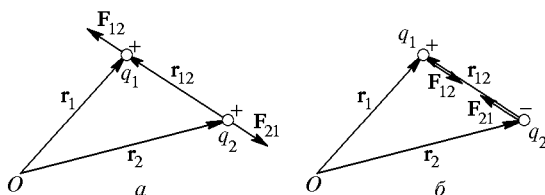


Рис. 5. Взаимодействие точечных зарядов (закон Кулона)

чить, что он справедлив по крайней мере вплоть до расстояний порядка размеров атомного ядра (10^{-15} м).

Отметим, что электростатическое взаимодействие тел со сферически-симметричным распределением заряда описывается такими же выражениями (1) и (2), как и взаимодействие точечных зарядов, помещенных в центры этих тел.

Единицы заряда. Коэффициент k , фигурирующий в формулах (1) и (2), зависит от выбора единиц. В физике получили широкое распространение две системы единиц, в которых введение единиц электромагнитных величин основано на разных физических законах. В так называемой системе СГСЭ (абсолютная электростатическая система), построенной на трех основных единицах — длины, времени и массы, — единица электрического заряда является производной. Она выбирается на основе закона Кулона так, чтобы коэффициент k в нем был равен единице. Такая единица заряда называется *абсолютной электростатической единицей*. Это такой заряд, который действует в вакууме на равный ему заряд, удаленный на расстояние один сантиметр, с силой, равной одной дине. Размерность заряда в системе СГСЭ устанавливается из формулы (1) при $k = 1$:

$$\dim q = \dim \sqrt{Fr^2} = (MLT^{-2}L^2)^{1/2} = M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}. \quad (3)$$

Формула, выражающая закон Кулона, в системе СГСЭ имеет вид

$$F = \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}. \quad (4)$$

В Международной системе единиц (СИ) в числе семи основных единиц фигурирует единица силы электрического тока — *ампер* (А). Эта единица устанавливается на основе магнитного взаимодействия токов, о чем будет подробно рассказано при изучении магнитного поля тока. Единица заряда — *кулон* (Кл) — является производной и выражается через две основные единицы — силы тока и времени. По определению один кулон — это заряд, проходящий за одну секунду через поперечное сечение проводника, в котором поддерживается постоянный электрический ток силой один ампер:

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}. \quad (5)$$

В электродинамике показывается, что между кулоном и абсолютной электростатической единицей заряда имеется следующее соотношение:

$$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^9 \text{ ед. СГСЭ}. \quad (6)$$

Поскольку в СИ единица заряда установлена независимо от закона Кулона, коэффициент k в (1) уже не равен единице. Его принято записывать в виде $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, где ϵ_0 — некоторая размерная постоянная, называемая *электрической постоянной*. Выражение для закона Кулона в СИ имеет вид

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}. \quad (7)$$

Значение электрической постоянной ϵ_0 можно найти с помощью соотношения (6) между кулоном и единицей заряда СГСЭ. Пусть имеется два точечных заряда $q_1 = q_2 = 1 \text{ Кл}$, удаленных на расстояние $r = 1 \text{ м}$. Тогда согласно формуле (4) сила взаимодействия равна

$$F = \frac{(3 \cdot 10^9)^2}{(10^2)^2} \text{ дин} = 9 \cdot 10^9 \text{ Н}.$$

С другой стороны, согласно (7), эта же сила равна

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ Кл}}{1^2 \text{ м}^2}.$$

Отсюда

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi(9 \cdot 10^9)} \frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{Н}} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{А}^2 \cdot \text{с}^4}{\text{м}^3 \cdot \text{кг}}.$$

Элементарный электрический заряд. В природе электрические заряды существуют только в виде заряженных частиц, которые условно считаются простейшими или элементарными. Наличие электрического заряда — неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц. Носителями отрицательных зарядов являются

электроны, положительных зарядов — *протоны*. Заряд всех протонов одинаков и равен минимальному встречающемуся в природе заряду — так называемому *элементарному электрическому заряду* e :

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Заряд всех электронов также одинаков и по абсолютной величине равен элементарному электрическому заряду. Атом любого элемента содержит столько же электронов в электронной оболочке, сколько протонов находится в его ядре, и потому атом электрически нейтрален.

Нейтральными будут молекулы и макроскопические тела, построенные из атомов. Всякий процесс электризации тел связан с разделением электрических зарядов, когда на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительных зарядов, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательных зарядов. Общее число положительных и отрицательных зарядов при этом сохраняется, заряды только перераспределяются между телами. Как правило, электризация связана с переносом электронов, масса которых чрезвычайно мала ($m_e \approx 10^{-30}$ кг). Поэтому можно перенести на макроскопическое тело или убрать с него огромное число электронов без заметного изменения его массы, сообщив телу при этом значительный электрический заряд.

Закон сохранения электрического заряда. Сохранение электрического заряда представляет собой важнейшее известное из опыта его свойство: в изолированной системе алгебраическая сумма зарядов всех тел остается неизменной. Справедливость этого закона подтверждается не только в процессах электризации, но и в наблюдениях над огромным числом рождений, уничтожений и взаимных превращений элементарных частиц.

Закон сохранения электрического заряда — один из самых фундаментальных законов природы. Не известно ни одного случая его нарушения. Даже в тех случаях, когда происходит рождение новой заряженной частицы, одновременно обязательно рождается другая частица с равным и противоположным по знаку зарядом. «Зарядить» элементарную частицу, т. е. изменить ее заряд, нельзя — мы просто получим при этом другую частицу.

Электрический заряд элементарной частицы не зависит ни от выбора системы отсчета, ни от состояния движения частицы, ни от ее взаимодействия с другими частицами. Поэтому заряд макроскопического тела не зависит ни от движения составляющих его частиц, ни от движения тела как целого.

Задачи

1. *Электрон в атоме водорода.* В планетарной модели атома предполагается, что электрон движется вокруг ядра под действием кулоновской силы притяжения к ядру. Считая, что движение электрона подчиняется законам

классической механики, определите скорость v электрона на круговой орбите радиуса $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ м в атоме водорода.

Решение. Когда электрические заряды движутся медленно, т. е. их скорость много меньше скорости света, взаимодействие между ними в первом приближении будет таким же, как и между неподвижными зарядами.

При равномерном движении по окружности ускорение частицы направлено к центру окружности и равно v^2/r . Это ускорение сообщает электрону сила притяжения к ядру $F = ke^2/r^2$. По второму закону Ньютона

$$m \frac{v^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2},$$

откуда

$$v = e \sqrt{\frac{k}{m \cdot r}}. \quad (8)$$

Числовое значение v проще найти, используя систему СГСЭ, где $k = 1$. Подставляя в формулу (8) значения $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $= 4,8 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ, $m = 0,9 \cdot 10^{-27}$ г, $r = 0,5 \cdot 10^{-8}$ см, находим $v = 2,3 \cdot 10^8$ см/с, что на два порядка меньше скорости света. В СИ, где $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$, выражение для скорости электрона имеет вид

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}.$$

Вычисление по этой формуле даст, разумеется, то же значение скорости, но выраженное в метрах в секунду, хотя объем вычислений при этом несколько больше.

2. Заряженные шарики. Два одинаковых металлических шарика, находясь на расстоянии, большом по сравнению с их размерами, притягиваются друг к другу, причем известно, что один из них обладает втрое большим зарядом. Как изменится сила их взаимодействия, если шарики привести в соприкосновение, а затем развести на прежнее расстояние?

Решение. Так как сначала шарики притягивались, то они обладали зарядами противоположных знаков. При соприкосновении одинаковых шариков вследствие симметрии полный заряд распределится между ними поровну. Абсолютная величина заряда одного из шариков по условию втрое больше другого. Поэтому после частичной нейтрализации заряда при соприкосновении шариков каждый из них будет иметь заряд одного и того же знака, причем модуль этого заряда равен меньшему из модулей первоначальных зарядов. Отсюда ясно, что шарики будут отталкиваться с силой, втрое меньшей первоначальной силы притяжения.

Почему в условии задачи говорится о том, что размеры шариков малы по сравнению с расстоянием между ними? При решении мы молчаливо опирались на закон Кулона, справедливый для взаимодействия точечных зарядов. Поэтому линейные размеры шариков должны быть малы, чтобы можно было не думать ни о том, что заряды распределены на шариках неравномерно, ни о том, как изменяется это распределение при их перезарядке.

- Какие опыты свидетельствуют о том, что существует два вида электрического заряда?
- Почему в окружающем нас мире макроскопические тела, как правило, электрически нейтральны?

- Объясните принцип действия электроскопа (рис. 2).
- Как зарядить электромметр или электроскоп, используя электризацию трением и электризацию через влияние? Объясните происходящие при этом процессы.
- Опишите, каким образом устанавливается зависимость силы взаимодействия от значения заряда в опытах Кулона, учитывая, что при этом нет независимого способа измерения заряда.
- Поясните, как от выражающей закон Кулона формулы (1) перейти к векторному выражению (2) для силы взаимодействия зарядов.
- Выведите размерность заряда в системе СГСЭ.
- Получите выражение для размерности электрической постоянной ϵ_0 .
- В чем заключается закон сохранения электрического заряда? Может ли измениться заряд отдельных частиц и суммарный электрический заряд при ядерных реакциях и взаимных превращениях элементарных частиц?
- Почему при решении задачи 1 можно не учитывать силу гравитационного притяжения электрона к ядру? Во сколько раз она меньше силы электростатического притяжения?

§ 2. Электрическое поле. Напряженность поля

Наряду с законом Кулона возможно и другое описание взаимодействия электрических зарядов.

Дальнодействие и близкодействие. Закон Кулона, подобно закону всемирного тяготения, трактует взаимодействие зарядов как «действие на расстоянии», или «дальнодействие». Действительно, кулоновская сила зависит лишь от величины зарядов и от расстояния между ними. Кулон был убежден, что промежуточная среда, т. е. «пустота» между зарядами, никакого участия во взаимодействии не принимает.

Такая точка зрения, несомненно, была навеяна впечатляющими успехами ньютоновской теории тяготения, блестяще подтверждавшейся астрономическими наблюдениями. Однако еще сам Ньютон писал: «Непонятно, каким образом неодушевленная косная материя, без посредства чего-либо иного, что нематериально, могла бы действовать на другое тело без взаимного прикосновения». Тем не менее концепция дальнодействия, основанная на представлении о мгновенном действии одного тела на другое на расстоянии без участия какой-либо промежуточной среды, еще долго доминировала в научном мировоззрении.

Идея поля как материальной среды, посредством которой осуществляется любое взаимодействие пространственно удаленных тел, была введена в физику в 30-е годы XIX века великим английским естествоиспытателем М. Фарадеем, который считал, что «материя присутствует везде, и нет промежуточного пространства, не занятого

сю». Фарадей развил последовательную концепцию электромагнитного поля, основанную на идее конечной скорости распространения взаимодействия. Законченная теория электромагнитного поля, облеченная в строгую математическую форму, была впоследствии развита другим великим английским физиком Дж. Максвеллом.

По современным представлениям электрические заряды наделяют окружающее их пространство особыми физическими свойствами — создают *электрическое поле*. Основным свойством поля является то, что на находящуюся в этом поле заряженную частицу действует некоторая сила, т. е. взаимодействие электрических зарядов осуществляется посредством создаваемых ими полей. Поле, создаваемое *неподвижными зарядами*, не изменяется со временем и называется *электростатическим*. Для изучения поля необходимо найти его физические характеристики. Рассматривают две такие характеристики — силовую и энергетическую.

Напряженность электрического поля. Для экспериментального изучения электрического поля в него нужно поместить пробный заряд. Практически это будет какое-то заряженное тело, которое, во-первых, должно иметь достаточно малые размеры, чтобы можно было судить о свойствах поля в определенной точке пространства, и, во-вторых, его электрический заряд должен быть достаточно малым, чтобы можно было пренебречь влиянием этого заряда на распределение зарядов, создающих изучаемое поле.

На пробный заряд, помещенный в электрическое поле, действует сила, которая зависит как от поля, так и от самого пробного заряда. Эта сила тем больше, чем больше пробный заряд. Измеряя силы, действующие на разные пробные заряды, помещенные в одну и ту же точку, можно убедиться, что отношение силы к пробному заряду уже не зависит от величины заряда. Значит, это отношение характеризует само поле. Силовой характеристикой электрического поля является *напряженность \mathbf{E}* — векторная величина, равная в каждой точке отношению силы \mathbf{F} , действующей на пробный заряд $q_{\text{пр}}$, помещенный в эту точку, к заряду $q_{\text{пр}}$:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_{\text{пр}}}. \quad (1)$$

Другими словами, напряженность поля \mathbf{E} измеряется силой, действующей на единичный положительный пробный заряд. В общем случае напряженность поля разная в разных точках. Поле, в котором напряженность во всех точках одинакова как по модулю, так и по направлению, называется *однородным*.

Зная напряженность электрического поля, можно найти силу, действующую на любой заряд q , помещенный в данную точку. В соответствии с (1) выражение для этой силы имеет вид

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{E}. \quad (2)$$

Как же найти напряженность поля в какой-либо точке?

Напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом, можно рассчитать с помощью закона Кулона. Будем рассматривать точечный заряд q как источник электрического поля. Этот заряд действует на расположенный на расстоянии r от него пробный заряд $q_{\text{пр}}$ с силой, модуль которой равен

$$F = k \frac{|q| \cdot |q_{\text{пр}}|}{r^2}. \quad (3)$$

Поэтому в соответствии с (1), разделив это выражение на $|q_{\text{пр}}|$, получаем модуль E напряженности поля в точке, где расположен пробный заряд, т. е. на расстоянии r от заряда q :

$$E = k \frac{|q|}{r^2}. \quad (4)$$

Таким образом, напряженность поля точечного заряда убывает с расстоянием обратно пропорционально квадрату расстояния или, как говорят, по закону обратных квадратов. Такое поле называют *кулоновским*. При приближении к создающему поле точечному заряду напряженность поля точечного заряда неограниченно возрастает: из (4) следует, что $E \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 0$.

Коэффициент k в формуле (4) зависит от выбора системы единиц. В СГСЭ $k = 1$, а в СИ $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$. Соответственно формула (4) записывается в одном из двух видов:

$$E = \frac{|q|}{r^2} \quad (\text{СГСЭ}) \quad \text{или} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (\text{СИ}). \quad (4a)$$

Единица напряженности в СГСЭ специального названия не имеет, а в СИ она называется «вольт на метр» (В/м).

Вследствие изотропности пространства, т. е. эквивалентности всех направлений, электрическое поле уединенного точечного заряда сферически-симметрично. Это обстоятельство проявляется в формуле (4) в том, что модуль напряженности поля зависит только от расстояния r до заряда, создающего поле. Вектор напряженности \mathbf{E} имеет радиальное направление: он направлен от создающего поле заряда q , если это положительный заряд (рис. 6а, в), и к создающему поле заряду q , если этот заряд отрицательный (рис. 6б).

Выражение для напряженности поля точечного заряда можно записать в векторном виде. Начало координат удобно поместить в точку, где находится заряд, создающий поле. Тогда напряженность поля в любой точке, характеризуемой радиусом-вектором \mathbf{r} , дается выражением

$$\mathbf{E} = k \frac{|q|}{r^3} \mathbf{r}. \quad (5)$$

В этом можно убедиться, сопоставив определение (1) вектора напряженности поля с формулой (2) § 1, либо отталкиваясь непосред-

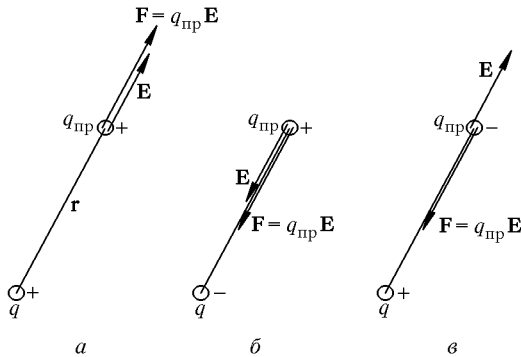


Рис. 6. Напряженность E поля, создаваемого зарядом q , и сила F , действующая на пробный заряд $q_{\text{пр}}$

ственно от формулы (4) и учитывая сформулированные выше соображения о направлении вектора E .

Принцип суперпозиции. Как найти напряженность электрического поля, создаваемого произвольным распределением зарядов?

Опыт показывает, что электрические поля удовлетворяют *принципу суперпозиции*. Напряженность поля, создаваемого несколькими зарядами, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$E = E_1 + E_2 + \dots = \sum_i E_i. \quad (6)$$

Принцип суперпозиции фактически означает, что присутствие других электрических зарядов никак не сказывается на поле, создаваемом данным зарядом. Такое свойство, когда отдельные источники действуют независимо и их действия просто складываются, присуще так называемым *линейным* системам, и само такое свойство физических систем называется линейностью. Происхождение этого названия связано с тем, что такие системы описываются линейными уравнениями (уравнениями первой степени).

Подчеркнем, что справедливость принципа суперпозиции для электрического поля не является логической необходимостью или чем-то само собой разумеющимся. Этот принцип представляет собой обобщение опытных фактов.

Принцип суперпозиции позволяет рассчитать напряженность поля, создаваемого любым распределением неподвижных электрических зарядов. В случае нескольких точечных зарядов рецепт расчета результирующей напряженности очевиден. Любой неточечный заряд можно мысленно разбить на такие малые части, чтобы каждую из них можно было рассматривать как точечный заряд. Напряженность электрического поля в произвольной точке находится как

векторная сумма напряженностей, создаваемых этими «точечными» зарядами. Соответствующие расчеты значительно упрощаются в тех случаях, когда в распределении создающих поле зарядов имеется определенная симметрия.

Линии напряженности. Наглядное графическое изображение электрических полей дают линии напряженности или *силовые ли-*

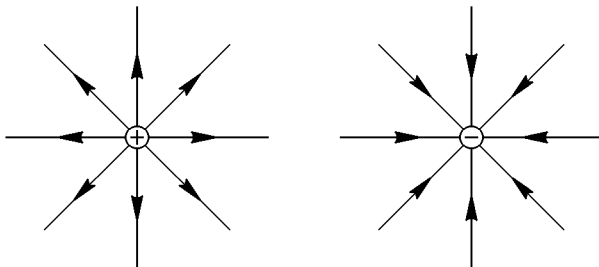


Рис. 7. Линии напряженности поля положительного и отрицательного точечных зарядов

нии. Эти линии электрического поля проводятся таким образом, чтобы в каждой точке касательная к линии совпадала по направлению с вектором напряженности в этой точке. Иначе говоря, в любом месте вектор напряженности направлен по касательной к силовой линии, проходящей через эту точку. Силовым линиям приписывают направление: они выходят из положительных зарядов или приходят из бесконечности. Они либо оканчиваются на отрицательных зарядах, либо уходят в бесконечность. На рисунках это направление указывают стрелками на силовой линии.

Силовую линию можно провести через любую точку электрического поля. Линии проводят гуще в тех местах, где напряженность поля больше, и реже там, где она меньше. Таким образом, густота силовых линий дает представление о модуле напряженности.

На рис. 7 показаны силовые линии поля уединенного положительного и отрицательного точечных зарядов. Из симметрии очевидно, что это радиальные прямые, распределенные с одинаковой густотой по всем направлениям.

Более сложный вид имеет картина линий поля, создаваемого двумя зарядами противоположных знаков. Такое поле, очевидно,

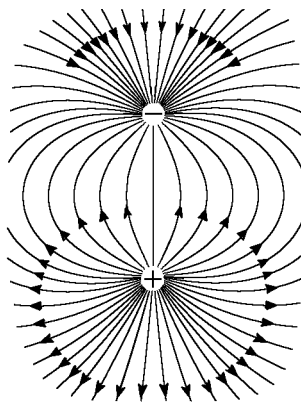


Рис. 8. Линии напряженности поля разноименных одинаковых зарядов

обладает осевой симметрией: вся картина остается неизменной при повороте на любой угол вокруг оси, проходящей через заряды. Когда модули зарядов одинаковы, картина линий также симметрична относительно плоскости, проходящей перпендикулярно соединяющему их отрезку через его середину (рис. 8). В этом случае силовые линии выходят из положительного заряда и все они оканчиваются на отрицательном, хотя на рис. 8 нельзя показать, как замыкаются уходящие далеко от зарядов линии.

§ 3. Теорема Гаусса

Закон взаимодействия электрических зарядов — закон Кулона — можно сформулировать иначе, в виде так называемой *теоремы Гаусса*. Теорема Гаусса получается как следствие закона Кулона и принципа суперпозиции. Доказательство основывается на обратной пропорциональности силы взаимодействия двух точечных зарядов квадрату расстояния между ними. Поэтому теорема Гаусса применима к любому физическому полю, где действует закон обратных квадратов и принцип суперпозиции, например к гравитационному полю.

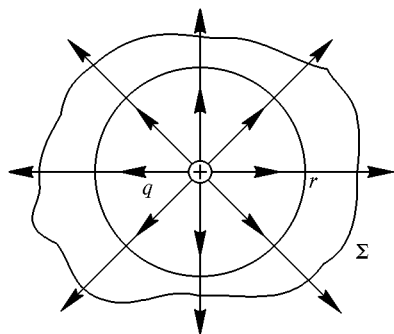


Рис. 9. Линии напряженности электрического поля точечного заряда, пересекающие замкнутую поверхность Σ

Для того чтобы сформулировать теорему Гаусса, вернемся к картине силовых линий электрического поля неподвижного точечного заряда. Силовые линии уединенного точечного заряда представляют собой симметрично расположенные радиальные прямые (рис. 7). Можно провести любое число таких линий. Обозначим полное их число через N . Тогда плотность силовых линий на расстоянии r от заряда, т. е.

число линий, пересекающих единицу поверхности сферы радиуса r , равна $N/(4\pi r^2)$. Сравнивая это соотношение с выражением для напряженности поля точечного заряда (4), видим, что плотность линий пропорциональна напряженности поля. Мы можем сделать эти величины численно равными, надлежащим образом выбрав полное число силовых линий N :

$$\frac{N}{4\pi r^2} = k \frac{|q|}{r^2}, \quad (7)$$

откуда

$$N = 4\pi k |q|. \quad (8)$$

Таким образом, поверхность сферы любого радиуса, охватывающей точечный заряд q , пересекает одно и то же число $4\pi k|q|$ силовых линий. Это значит, что силовые линии *непрерывны*: в промежутке между любыми двумя концентрическими сферами разных радиусов ни одна из линий не обрывается и не добавляется ни одной новой. Поскольку силовые линии непрерывны, то такое же число $N = 4\pi k|q|$ силовых линий пересекает любую замкнутую поверхность Σ (рис. 9), охватывающую заряд q .

Силовые линии имеют направление. В случае положительного заряда они выходят наружу из окружающей заряд замкнутой поверхности, как показано на рис. 9. В случае отрицательного заряда они входят внутрь поверхности. Если число выходящих линий считать положительным, а входящих — отрицательным, то в формуле (8) можно опустить знак модуля у заряда и записать ее в виде

$$N = 4\pi kq. \quad (9)$$

Поток напряженности. Введем теперь понятие *потока вектора напряженности* поля через поверхность. Произвольное поле можно мысленно разбить на малые области, в которых напряженность меняется по модулю и направлению столь мало, что в пределах этой области поле можно считать однородным. В каждой такой области силовые линии представляют собой параллельные прямые и имеют постоянную густоту.

Рассмотрим, какое число ΔN силовых линий пронизывает малую площадку ΔS , направление нормали \mathbf{n} к которой образует угол α с направлением линий напряженности (рис. 10). Пусть ΔS_0 — проекция ΔS на плоскость, перпендикулярную силовым линиям. Так как число линий, пересекающих ΔS и ΔS_0 , одинаково, а густота линий, согласно принятому условию, равна модулю напряженности поля E , то

$$\Delta N = E\Delta S_0 = E\Delta S \cos \alpha.$$

Величина $E \cos \alpha$ представляет собой проекцию вектора \mathbf{E} на направление нормали \mathbf{n} к площадке ΔS :

$$E \cos \alpha = E_n.$$

Поэтому число силовых линий ΔN , пересекающих площадку ΔS , равно

$$\Delta N = E_n \Delta S. \quad (10)$$

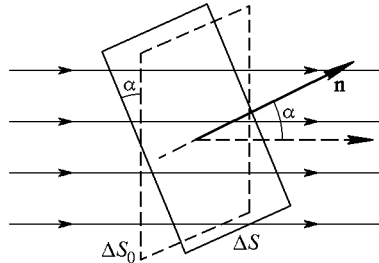


Рис. 10. К определению потока вектора напряженности поля через площадку ΔS

Произведение $E_n \Delta S$ носит название потока напряженности поля через поверхность ΔS . Формула (10) показывает, что поток вектора \mathbf{E} через поверхность ΔS равен числу силовых линий, пересекающих эту поверхность. Отметим, что поток вектора напряженности, как и

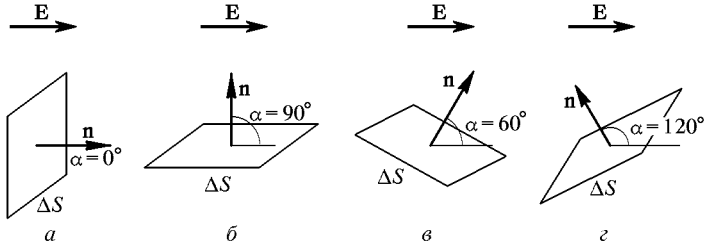


Рис. 11. Поток ΔN вектора напряженности \mathbf{E} через площадку ΔS

число проходящих через поверхность силовых линий, есть скаляр. Зависимость потока от ориентации площадки ΔS относительно силовых линий иллюстрируется рис. 11: а) $\Delta N = E\Delta S$, б) $\Delta N = 0$, в) $\Delta N = (E/2)\Delta S > 0$, г) $\Delta N = -(E/2)\Delta S < 0$.

Поток напряженности поля через произвольную поверхность представляет собой сумму потоков через элементарные площадки, на которые можно разбить эту поверхность. В силу соотношений (9) и (10) можно утверждать, что поток напряженности поля точечного заряда q через любую охватывающую заряд замкнутую поверхность Σ (см. рис. 9), как число выходящих из этой поверхности силовых линий равен $4\pi kq$. При этом вектор нормали к элементарным площадкам замкнутой поверхности следует направлять наружу. Если заряд внутри поверхности отрицателен, то силовые линии входят внутрь этой поверхности и связанный с зарядом поток вектора напряженности поля также отрицателен.

Если внутри замкнутой поверхности находится несколько зарядов, то в соответствии с принципом суперпозиции будут складываться потоки напряженностей их полей. Полный поток будет равен $4\pi kq$, где под q следует понимать алгебраическую сумму всех зарядов, находящихся внутри поверхности.

Если внутри замкнутой поверхности электрических зарядов нет или их алгебраическая сумма равна нулю, то полный поток напряженности поля через эту поверхность равен нулю: сколько силовых линий входит в объем, ограниченный поверхностью, столько же и выходит наружу.

Теперь можно окончательно сформулировать теорему Гаусса: поток N вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} в вакууме через любую замкнутую поверхность пропорционален полному заряду q , находящемуся внутри этой поверхности. Математически теорема Гаусса выражается той же формулой (9), где под q понимается алгебраическая сумма зарядов. В абсолютной электростатической сис-

теме единиц СГСЭ коэффициент $k = 1$ и теорема Гаусса записывается в виде

$$N = 4\pi q. \quad (11)$$

В СИ $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ и поток напряженности через замкнутую поверхность выражается формулой

$$N = q/\epsilon_0. \quad (12)$$

Теорема Гаусса широко используется в электростатике. В некоторых случаях с ее помощью легко рассчитываются поля, создаваемые симметрично расположенными зарядами.

Поля симметричных источников. Применим теорему Гаусса для расчета напряженности электрического поля равномерно заряженного по поверхности шара радиуса R . Будем для определенности считать его заряд q положительным. Распределение зарядов, создающих поле, обладает сферической симметрией. Поэтому такой же симметрией обладает и поле. Силовые линии такого поля направлены по радиусам, а модуль напряженности одинаков во всех точках, равноудаленных от центра шара.

Для того чтобы найти напряженность поля $E(r)$ на расстоянии r от центра шара, проведем мысленно концентрическую с шаром сферическую поверхность радиуса r . Поскольку во всех точках этой сферы напряженность поля направлена перпендикулярно ее поверхности и одинакова по модулю, то поток напряженности просто равен произведению напряженности поля на площадь поверхности сферы:

$$N = E(r) \cdot 4\pi r^2. \quad (13)$$

Но эту величину можно выразить и с помощью теоремы Гаусса. Если нас интересует поле вне шара, т. е. при $r > R$, то, например, в СИ $N = q/\epsilon_0$ и, сравнивая с (13), находим

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (r > R). \quad (14)$$

В системе единиц СГСЭ, очевидно,

$$E = \frac{q}{r^2}. \quad (15)$$

Таким образом, снаружи шара напряженность поля такая же, как у поля точечного заряда q , помещенного в центр шара. Если же интересоваться полем внутри шара, т. е. при $r < R$, то $N = 0$, так как весь распределенный по поверхности шара заряд находится вне мысленно проведенной нами сферы. Поэтому поле внутри шара отсутствует:

$$E = 0 \quad (r < R).$$

Аналогично с помощью теоремы Гаусса можно рассчитать электростатическое поле, создаваемое бесконечной заряженной плоско-

стью с плотностью $+\sigma$, постоянной во всех точках плоскости. По соображениям симметрии можно считать, что силовые линии перпендикулярны плоскости, направлены от нее в обе стороны и имеют всюду одинаковую густоту. Действительно, если бы густота силовых линий в разных точках была различной, то перемещение заряженной плоскости вдоль самой себя приводило бы к изменению поля в этих точках, что противоречит симметрии системы — такой сдвиг не должен изменять поле. Другими словами, поле бесконечной равномерно заряженной плоскости является *однородным*.

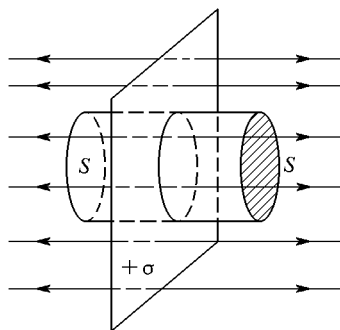


Рис. 12. К вычислению напряженности поля равномерно заряженной плоскости

В качестве замкнутой поверхности для применения теоремы Гаусса выберем поверхность цилиндра, построенного следующим образом: образующая цилиндра параллельна силовым линиям, а основания имеют площади S , параллельны заряженной плоскости и лежат по разные стороны от нее (рис. 12). Поток напряженности поля через боковую поверхность равен нулю, поэтому полный поток через замкнутую поверхность равен сумме потоков через основания цилиндра:

$$N = 2ES.$$

По теореме Гаусса этот же поток определяется зарядом той части плоскости, которая лежит внутри цилиндра, и в СИ равен $\sigma S/\epsilon_0$. Сравнивая эти выражения для потока, находим

$$E = \sigma/(2\epsilon_0). \quad (16)$$

В системе СГСЭ напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости дается формулой

$$E = 2\pi\sigma. \quad (17)$$

Для равномерно заряженной пластины конечных размеров полученные выражения приближенно справедливы в области, находящейся достаточно далеко от краев пластины и не слишком далеко от ее поверхности. Вблизи краев пластины поле уже не будет однородным и его силовые линии искривляются. На очень больших по сравнению с размерами пластины расстояниях поле убывает с расстоянием так же, как поле точечного заряда.

В качестве других примеров полей, создаваемых симметрично распределенными источниками, можно привести поле равномерно заряженной по длине бесконечной прямолинейной нити, поле равномерно заряженного бесконечного кругового цилиндра, поле шара,

равномерно заряженного по объему, и т. п. Теорема Гаусса позволяет во всех этих случаях легко рассчитывать напряженность поля.

Теорема Гаусса дает связь между полем и его источниками, в некотором смысле обратную той, что дает закон Кулона, который позволяет определить электрическое поле по заданным зарядам. С помощью теоремы Гаусса можно определить суммарный заряд в любой области пространства, в которой известно распределение электрического поля.

- В чем различие концепций дальнего действия и ближнего действия при описании взаимодействия электрических зарядов? В какой мере эти концепции можно применить к гравитационному взаимодействию?
- Что такое напряженность электрического поля? Что имеют в виду, когда ее называют силовой характеристикой электрического поля?
- Каким образом по картине силовых линий можно судить о направлении и модуле напряженности поля в некоторой точке?
- Могут ли силовые линии электрического поля пересекаться? Аргументируйте свой ответ.
- Нарисуйте качественную картину силовых линий электростатического поля двух зарядов q_1 и q_2 таких, что $q_1 = -3q_2$.
- Поток напряженности электрического поля через замкнутую поверхность выражается разными формулами (11) и (12) в системах единиц СГСЭ и в СИ. Как это увязать с геометрическим смыслом потока, определяемого числом силовых линий, пересекающих поверхность?
- Как использовать теорему Гаусса для нахождения напряженности электрического поля при симметричном распределении создающих его зарядов?
- Как применить формулы (14) и (15) к вычислению напряженности поля шара с отрицательным зарядом?

Δ Теорема Гаусса и геометрия физического пространства.

Посмотрим на доказательство теоремы Гаусса с несколько иной точки зрения. Вернемся к формуле (7), из которой был сделан вывод о том, что через любую окружающую заряд сферическую поверхность проходит одно и то же число силовых линий. Этот вывод связан с тем, что происходит сокращение r^2 в знаменателе обеих частей равенства.

В правой части (7) r^2 возникло из-за того, что сила взаимодействия зарядов, описываемая законом Кулона, обратно пропорциональна квадрату расстояния между зарядами. В левой части появление r^2 связано с *геометрией*: площадь поверхности сферы пропорциональна квадрату ее радиуса.

Пропорциональность площади поверхности квадрату линейных размеров — это отличительная черта евклидовой геометрии в трехмерном пространстве. Действительно, пропорциональность площадей именно квадратам линейных размеров, а не какой-либо иной целой степени, характерно для пространства

трех измерений. То, что этот показатель степени равен точно двум, а не отличается от двойки пусть даже на ничтожно малую величину, свидетельствует о неискривленности этого трехмерного пространства, т. е. о том, что его геометрия именно евклидова.

Таким образом, теорема Гаусса — это проявление свойств физического пространства в фундаментальном законе взаимодействия электрических зарядов.

Идея о тесной связи фундаментальных законов физики со свойствами пространства высказывалась многими выдающимися умами еще задолго до установления самих этих законов. Так, И. Кант за три десятилетия до открытия закона Кулона писал о свойствах пространства: «Трехмерность происходит, по-видимому, оттого, что субстанции в существующем мире действуют одна на другую таким образом, что сила действия обратно пропорциональна квадрату расстояния».

Закон Кулона и теорема Гаусса фактически представляют один и тот же закон природы, выраженный в различных формах. Закон Кулона отражает концепцию дальнего действия, в то время как теорема Гаусса исходит из представления о силовом поле, заполняющем пространство, т. е. из концепции ближнего действия. В электростатике источником силового поля является заряд, и связанная с источником характеристика поля — поток напряженности — не может измениться в пустом пространстве, где нет других зарядов. Поскольку поток можно наглядно представлять себе как совокупность силовых линий поля, то неизменность потока проявляется в непрерывности этих линий.

Теорема Гаусса, основанная на обратной пропорциональности взаимодействия квадрату расстояния и на принципе суперпозиции (аддитивности взаимодействия), применима к любому физическому полю, в котором действует закон обратных квадратов. В частности, она справедлива и для гравитационного поля. Ясно, что это не просто случайное совпадение, а отражение того, что и электрическое, и гравитационное взаимодействие разыгрываются в трехмерном евклидовом физическом пространстве. ▲

- На какой особенности закона взаимодействия электрических зарядов основана теорема Гаусса?
- Докажите, основываясь на теореме Гаусса, что напряженность электрического поля точечного заряда обратно пропорциональна квадрату расстояния. Какие свойства симметрии пространства используются в этом доказательстве?
- Каким образом геометрия физического пространства отражается в законе Кулона и теореме Гаусса? Какая особенность этих законов свидетельствует об евклидовом характере геометрии и трехмерности физического пространства?

§ 4. Потенциал электростатического поля. Энергия системы зарядов

Электростатическое поле — это *потенциальное поле*. Понятие о потенциальных силовых полях было введено в курсе механики. Поле называется потенциальным, если работа сил этого поля при перемещении из одной точки в другую не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положениями.

Потенциальным является любое центральное поле, в котором сила зависит только от расстояния до силового центра и направлена по радиусу. Доказательство этого утверждения рассматривалось в курсе механики. Электростатическое поле, создаваемое уединенным точечным зарядом, описывается законом Кулона. Это поле сферически-симметрично и представляет собой частный случай центрального поля. Отсюда следует потенциальный характер электростатического поля точечного заряда.

В соответствии с принципом суперпозиции напряженность электростатического поля, создаваемого любым, сколь угодно сложным распределением неподвижных зарядов, представляет собой векторную сумму напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Сила, действующая на перемещаемый пробный заряд, определяется полной напряженностью поля. Поэтому работа при перемещении пробного заряда равна сумме работ сил, действующих со стороны отдельных точечных зарядов. Работа каждой такой силы не зависит от формы траектории. Поэтому и суммарная работа — работа результирующей силы — также не зависит от траектории, что и доказывает потенциальный характер любого электростатического поля.

Потенциальная энергия. Для заряда в электростатическом поле, как и в случае любого потенциального поля, можно ввести *понятие потенциальной энергии*. Потенциальная энергия заряда в любой точке поля определяется как работа, совершаемая силами поля при перемещении заряда из этой точки в некоторую фиксированную точку, потенциальная энергия в которой принята равной нулю. Можно сказать и иначе: эта потенциальная энергия равна работе, совершаемой внешними силами при переносе заряда из выбранной фиксированной точки в данную точку поля. Выбор фиксированной точки нулевого значения потенциальной энергии произволен. Поэтому потенциальная энергия заряда в поле определена с точностью до некоторой аддитивной постоянной. Такая неоднозначность потенциальной энергии никак не сказывается на физических результатах, поскольку во всех конкретных расчетах имеет значение только изменение энергии при переносе заряда из одной точки поля в другую.

Потенциал электрического поля. Действующая на заряд q сила \mathbf{F} в электрическом поле \mathbf{E} пропорциональна заряду: $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. Поэтому и совершаемая при некотором перемещении заряда работа, и его

потенциальная энергия также пропорциональна заряду q . Вследствие этого удобно рассматривать потенциальную энергию в расчете на единицу заряда. Возникающая при этом энергетическая характеристика электростатического поля называется *потенциалом*.

Потенциал φ в некоторой точке поля определяется как отношение работы A , совершаемой силами поля при перемещении пробного заряда $q_{\text{пр}}$ из данной точки поля в фиксированную точку, потенциал которой принят равным нулю, к этому заряду:

$$\varphi = A/q_{\text{пр}}. \quad (1)$$

Физический смысл имеет только разность потенциалов между какими-либо точками, а не сами по себе значения потенциалов этих точек.

Потенциал поля точечного заряда. Для электростатического поля точечного заряда удобно в качестве точки с нулевым потенциалом выбрать бесконечно удаленную точку. Тогда выражение для потенциала точки, отстоящей на расстояние r от заряда q , создающего поле, имеет вид

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r}. \quad (2)$$

Напомним, что $k = 1$ в системе единиц СГСЭ и $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ в СИ. Соответственно формула (2) записывается в одном из двух видов:

$$\varphi(r) = \frac{q}{r} \text{ (СГСЭ) или } \varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} k \frac{q}{r} \text{ (СИ)}. \quad (2a)$$

Подчеркнем, что в формулах (2) и (2a) для потенциала стоит заряд q , создающий поле (а не модуль заряда, как в формулах (4) и (4a) предыдущего параграфа для модуля напряженности поля). Потенциал поля, создаваемого положительным зарядом q , всюду положителен, так как работа сил этого поля при перемещении положительного пробного заряда в бесконечность из любой точки поля положительна. Аналогично, потенциал поля отрицательного заряда всюду отрицателен. Все это, как и сами формулы (2) и (2a), справедливо, разумеется, при выборе точки нулевого потенциала на бесконечности.

Такой же формулой (2) выражается и потенциал поля снаружи равномерно заряженного шара, так как его поле неотличимо от поля такого же точечного заряда, помещенного в центр шара. Во всех точках внутри такого шара, где напряженность поля равна нулю, потенциал одинаков и имеет такое же значение, как и на поверхности шара.

Потенциальная энергия W некоторого заряда q_1 , помещенного в электростатическое поле, равна произведению q_1 на потенциал той точки поля, где находится этот заряд:

$$W = q_1\varphi. \quad (3)$$

Если заряд q_1 находится в поле, создаваемом другим точечным зарядом q , то его потенциальная энергия, с учетом (2), имеет вид

$$W = k \frac{qq_1}{r}. \quad (4)$$

При одноименных зарядах q и q_1 , т.е. при отталкивании, потенциальная энергия положительна и убывает при разведении зарядов. При разноименных зарядах, т.е. при притяжении, электростатическая потенциальная энергия, как и потенциальная энергия в гравитационном поле, отрицательна и возрастает при разведении зарядов.

Принцип суперпозиции для потенциала. В соответствии с принципом суперпозиции потенциал произвольной точки поля нескольких зарядов, как следует из определения потенциала, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых в этой точке всеми зарядами:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots = \sum_i \varphi_i. \quad (5)$$

При этом точка нулевого потенциала выбирается общей для всех зарядов.

Работа электрического поля. Напряжение. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении некоторого заряда из одной точки в другую, равна произведению переносимого заряда q на разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между начальной и конечной точками:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (6)$$

Выражение (6) следует из определения потенциала.

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между двумя точками обычно называют *напряжением* между точками (или просто напряжением) U :

$$U = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (7)$$

Как видно из (6), работа сил поля при перемещении заряда из одной точки в другую равна произведению переносимого заряда на напряжение:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU. \quad (8)$$

Потенциал, разность потенциалов и напряжение измеряются в одних и тех же единицах. В СГСЭ эта единица не имеет специального названия, а в СИ единица напряжения называется *вольт* (В). При перемещении заряда в один кулон между точками с разностью потенциалов один вольт электрические силы совершают работу один джоуль: $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В}$.