

Белоусов Л.Ю.

**Оценивание  
параметров движения  
космических  
аппаратов**



МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ ®

УДК 519.8  
ББК 39.67  
Б43

Белоусов Л. Ю. **Оценивание параметров движения космических аппаратов.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 216 с. — ISBN 5-9221-0317-2.

Книга посвящена проблеме определения параметров движения динамических систем по данным измерений, изучение которой имеет многовековую историю. Современные методы исследования проблемы (неклассический подход) достигли к настоящему моменту определенных успехов и представлены значительным числом школ и направлений. Рассматриваемое направление (начатое М.Л. Лидовым) своей основной целью считает решение прикладных вопросов, т.е. доведение полученных результатов до практического воплощения, или, более точно, согласование результатов проектных работ с результатами реальных экспериментов. На примере задачи определения параметров движения космического аппарата по данным наземных измерений специалист, связанный с решением практических задач, может проследить последовательные этапы аксиоматизации, открывающие дорогу таким математическим дисциплинам, как выпуклый анализ, теория приближений, оптимальное управление, теория групп, теория многокритериальных задач и т.д. Для специалиста с теоретической направленностью книга может послужить дальнейшим стимулом для совершенствования теории оптимального оценивания и планирования, поскольку в ней очерчены нерешенные проблемы, а также ряд вопросов, требующих дальнейшего обобщения и уточнения.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящим изданием открывается серия Трудов Федерального государственного унитарного предприятия “Российский НИИ космического приборостроения” (ФГУП РНИИ КП), основы которого были заложены в 1946 г. с целью обеспечения электронными приборами и системами нарождающейся ракетно-космической отрасли.

Сегодня РНИИ КП является многопрофильным предприятием, которое в полной мере оправдало возложенные на него функции. Пожалуй, нет ни одного значительного направления в космическом, ракетном электронном и радиоприборостроении, которые не нашли бы отражения в деятельности РНИИ КП.

Отметим основные направления работы института:

- бортовые командно-измерительные системы для космических аппаратов ближнего, среднего и дальнего космоса;
- наземные автоматизированные комплексы управления космическими аппаратами и их группировками;
- телеметрическое обеспечение ракетных комплексов и космических аппаратов;
- радиотехническое обеспечение пилотируемых космических полетов, как особое направление деятельности;
- радиотехнические комплексы космических навигационных систем, в том числе “ГЛОНАСС” (глобальная навигационная спутниковая система) и “КОСПАС” (система поиска и спасания);
- оптико-электронные системы для наблюдения планет солнечной системы и исследования природных ресурсов Земли (дистанционное зондирование);
- бортовые и наземные системы регистрации, передачи и приема больших потоков информации различного целевого назначения.

Уникальный коллектив научных сотрудников института, включая и автора настоящего первого издания, считает сво-

им долгом поделиться многолетним опытом работы и накопленными знаниями, чтобы целенаправленно обеспечить преемственность поколений ученых и инженеров высокого профессионального уровня. Предполагается, что все вышеперечисленные направления найдут отражение в последующих изданиях.

Генеральный директор ФГУП РНИИ КП,  
главный редактор Ю.М. Урличич.

Адрес: 111250 Москва, Авиамоторная ул., д. 53  
тел.273-16-28, факс: 273-11-31

E-mail: [contact@RNIKP.ru](mailto:contact@RNIKP.ru); [www.rniikp.ru](http://www.rniikp.ru)

## ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Я бесконечно благодарен судьбе за то, что моя научная и производственная деятельность оказалась тесно связана с теорией и практикой космических исследований. Здесь, по-видимому, определенную роль сыграли два момента. Во-первых: чувства патриотизма и гордости за страну, своими достижениями обосновавшую право считаться передовой страной мира. Такой уровень, безотносительно конкретного содержания достижений, свидетельствует о многом: благополучии образования, науки, экономики и т.д.

Во-вторых: сопричастность важному историческому моменту очередного общечеловеческого проникновения в неизвестные области окружающего нас мира, тем более, что изучаемой областью является безграничное по своим размерам и явлениям космическое пространство. Речь идет, естественно, о последнем периоде интенсивного изучения, своеобразный итог которого можно оценить следующим образом: гипотетические представления реально оказались значительно проще, и в то же время утвердившиеся в своей непогрешимости представления и мнения подверглись самой жестокой критике. Другими словами: в подавляющем большинстве гипотезы-фантазии не нашли реального подтверждения, а вот простые, проверенные, привычные явления, факты и закономерности приобрели совершенно неожиданное толкование. Этот неиссякаемый поток новой информации, порой ошеломляющей, не мог не отразиться на стиле написания книги, где в каждой главе пусть маленькое — но открытие.

Но самое главное, что следует отметить, так это доброжелательное отношение и благоприятные творческие условия, сопровождавшие меня во все периоды деятельности.

Работу начал в институте, которым руководил Николай Алексеевич Пилюгин — известный специалист в области разработки и создания автономных систем управления, видный деятель плеяды ученых, возглавляемых С.П. Королевым.

Мой первый наставник, а затем научный руководитель, Аркадий Бениаминович Найшуль, (человек, всегда проявлявший заботу о своих сотрудниках (за что и получил уважительное тогда сокращение — АБ)) был заметной фигурой в среде специалистов, связанных с космосом. Интересно вспомнить, какую тактику агитации выбрал АБ на распределении. На все мои многочисленные вопросы он молча тыкал себя пальцем в грудь, на которой был нацеплен значок с изображением спутника, вручавшийся лицам, участвовавшим в подготовке запуска первого спутника Земли. Главной особенностью научной деятельности АБ, на мой взгляд, было то, что на пустом месте или, скорее, в бесплодной пустыне, вытопанной бесчисленными толпами исследователей, он мог найти и довести до завершения то, что еще долгое время вызывало удивление и уважение. Несмотря на специфику тематики автономного управления, АБ с первых дней поставил передо мной задачу создания программного комплекса оценивания точности обработки траекторной информации, а последнюю точку поставил Д.Е. Охоцимский, который по какому-то поводу высказал твердое мнение, что наш институт обязательно должен иметь научную работу по теме оценки точности.

После разделения институт возглавил Л.И. Гусев, ныне генеральный конструктор, д.т.н., профессор, Академик Инженерной Академии РФ, лауреат Ленинской и Государственных премий, Герой Социалистического труда, заслуженный деятель науки и техники РФ.

Постоянным примером для подражания были руководители и ученые, в той или иной степени повлиявшие (совместное выполнение работ, заслуги, выходящие, как правило, за рамки института, научная деятельность на кафедре и т.д.) на мою научную деятельность: В.А. Архангельский, В.П. Васильев, Н.Е. Иванов, М.Л. Наталович, А.С. Селиванов, О.А. Челноков, К.В. Черевков и др.

Нельзя не отметить многочисленных специалистов нашей отрасли, Академии наук, Министерства Обороны, постоянное обсуждение научных вопросов с которыми, обмен информацией и результаты дискуссий, в том или ином виде явились материалом для книги.

---

Особой благодарности заслуживает генеральный директор РНИИ КП Юрий Матэвич Урличич за непосредственное участие, помощь и содействие в подготовке и публикации этой монографии.

И в заключение хочу выразить глубокую благодарность генеральному конструктору РНИИ КП Леониду Ивановичу Гусеву, чей многолетний плодотворный и созидательный труд был постоянно направлен на укрепление и сохранение производственного и научного потенциала института, в котором начиналась и продолжается по сей день моя производственная и научная деятельность.

## ВВЕДЕНИЕ

Вниманию читателя предлагается монография, посвященная одному из научных направлений оценивания и планирования, возникновение и становление которого связано с интенсивным развитием космических исследований. Отличительной его особенностью является представление ошибок измерения в виде процесса, не выходящего за пределы заранее заданных границ. Первоначальное развитие проходило при естественном влиянии корреляционной теории, что нашло непосредственное отражение в используемой терминологии (ошибка с произвольной корреляцией)<sup>1</sup>.

Первые шаги направления<sup>2</sup> (неклассического оценивания и планирования) связаны с именами М.Л. Лидова<sup>23</sup>, П.Е. Эльясберга<sup>24</sup>, а дальнейшее развитие активно поддержано Б.Ц. Бахшияном<sup>3</sup> [5]–[7], М.И. Войсковским [22]–[23], В.И. Матасовым<sup>4</sup> [49]–[51], В.Н. Почукаевым [3], а также целым рядом авторов [27], [36], [57], [65]. Это направление получило название гарантированного, а впоследствии — гарантирующего оценивания, что явилось очевидной данью научной моде и сыграло весьма негативную роль<sup>5</sup>, поскольку, по сути, это название не отражало основных достоинств нового подхода. Действительно, если объем теоретических работ свидетельствовал об уверенном становлении и развитии новых исследований, то процесс практической реализации не спешил занимать соответствующие позиции, хотя и вытеснил ранее применявшиеся методы в вопросах проектирования. Для широкого инженерного состава совершенно не ясны были пути практической реализации полученных теоретических положений из-за несравненно более высокого уровня и сложности теоретических обоснований, непривычности вводимых понятий и математического аппарата. Но главное, в представлениях практических разработчиков не оправдывался конечный результат — получение существенно завышенных оценок, как это следовало из названия.



В общих чертах суть нового направления заключалось в применении широко распространенной и признанной минимаксной постановки [33], [40], в которой минимизация целевой функции с помощью выбора коэффициентов линейного фильтра осуществлялась на классе ошибок с произвольной корреляцией. К сожалению, уникальные возможности этого подхода не получили должного распространения, особенно в практических приложениях. Целый ряд результатов предлагаемого подхода: эквивалентность стратегий для двух моделей ошибок (произвольной корреляции и модели независимых ошибок), простота построения аналитических решений, модификация решения задачи линейного программирования на классе матриц, LB-критерий и т.д., — по-прежнему доступны только узкому кругу специалистов.

Известны и основные причины возникновения нового научного направления — это недостатки и противоречия классических методов оценивания (априорного и апостериорного). Следует отметить, что анализ указанных причин и способы их устранения, представляющие часто глубокие и обширные научные исследования, появлялись, как правило, в зарубежных публикациях, значительно опережая отечественные, хотя и явились неотъемлемой, своевременной составной частью нового научного направления. Однако общая направленность в данной области отечественных и зарубежных разработок не привела к появлению за рубежом аналогичного научного направления, что отражает как позитивный (редкий случай появления собственного взгляда на проблему), так и негативный (определенная доля сомнений в выборе направления исследований) момент.

Центральным вопросом рассматриваемой проблемы является аксиоматизация, т.е. выдвижение предположений и обоснование взгляда на процесс образования ошибок. Как правило, используемые утверждения о независимости, нормальности и т.д. ошибок измерения свидетельствуют о традиционности подхода и не затрагивают указанные выше вопросы. Здесь уместно привести высказывание автора одной из наиболее ранних работ по обработке радиолокационных измерений, И. Шапиро<sup>6</sup>, подвергающего сомнению не только обоснованность выбора той или иной веро-

ятностной модели, но и сам статистический подход: “Сущность (или обоснованность) предположений о том, что данная физическая переменная обладает свойствами случайной величины, не всегда очевидна”.

Практическая эффективность метода наименьших квадратов (инженеры склонны считать его математическим принципом, математики — физическим) естественным образом утвердила мнение об обоснованности использования модели независимых ошибок измерения. Выполненные затем разнообразные проектные работы (в части априорного оценивания с использованием свойства состоятельности) навсегда утвердили в среде разработчиков уверенность в обеспечении требуемой точности путем увеличения соответствующих объемов: измерений, измерительных систем, наземных станций и т.д.<sup>7</sup>

Миф о состоятельности был развеян с помощью беспристрастного апостериорного анализа и, в значительной степени, теми запусками космических аппаратов, для которых реальные точностные характеристики параметров движения значительно уступали проектным данным. В этом плане трудно переоценить своевременность научного подхода, развитого Дж. Кифером и Дж. Вольфовитцем [38]. В нем ограничение на объем измерений (введение нормированного плана) заменило принцип полезности каждого измерения на принцип неравноценности всего состава измерений, что привело к поиску наиболее информативных мест. Выдвинутая идея о существовании наиболее информативных мест получила подтверждение в значительном числе публикаций. Так, в работах Б.Ц. Бахшияна [44], Л.Ю. Белоусова, В.А. Комарова [9] было обнаружено, что для независимой модели ошибок при ограниченном объеме измерений и модели ошибок с произвольной корреляцией требуемая для оптимального решения одноцелевой задачи программа измерений является общей. “Это до сих пор представляется удивительным” — делается заключение в обзоре [45].

Процесс совершенствования модели измерений постоянно был сопряжен с рядом нерешенных проблем. Если в данном вопросе выделить две его основные составляющие: выбор модели ошибок измерений и выбор состава действующих факторов, то в первом

случае, как оказалось, наибольшую сложность представляет построение устойчивой модели, т.е. использование для ее описания специально подобранного класса функций. Одной из первых публикаций в этом направлении является работа Р. Дж. Хьюбера<sup>8</sup>. В ней предполагалось, что ошибки измерения являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами, однако, в отличие от классического случая, известен лишь класс распределений, которому принадлежит истинное распределение. Методы обработки, которые обладают указанным свойством, получили название (в соответствии с названием работы Р. Дж. Хьюбера) робастных методов.

Следует подчеркнуть, насколько проблематичным становится путь задания достаточно общей, но конкретной формы образования погрешностей. Так, в работе [1] предложено рассматривать корреляционную функцию в виде  $\sigma^2 e^{-\alpha|t|} \cos(\omega|t| + \varphi)$ , что с помощью определенных приемов<sup>9</sup> позволяет получить фильтр в аналитической форме. Однако на его эффективность, о чем свидетельствуют его вид и структура, можно рассчитывать только при абсолютно точном выполнении предположений.

Во втором случае (выбор состава действующих или уточняемых факторов) основным сдерживающим моментом при повышении точности используемой модели движения (увеличением числа уточняемых параметров) является падение обусловленности. Известна достаточно удачная альтернатива указанному простому увеличению числа оцениваемых параметров, когда объем уточняемых факторов не возрастает, а влияние недостающих факторов учитывается в виде возмущений динамической системы. Однако трансформация методологии независимых ошибок в направлении учета влияния возмущений динамической системы не приводит к заметным количественным результатам, а использование для возмущений других характеристик не позволяет построить на основе существенно различных предположений достаточно простую теорию и ее реализацию.

По этой причине интересная идея “немоделируемых ускорений”, выдвинутая в статье<sup>10</sup>, фактически не нашла применения в классической теории оценивания и, наоборот, явилась одним из главных элементов рассматриваемой теории. Словесный пара-

докс, вызывающий недоумение у любого непредвзятого ученого (моделирование процесса, который назван “немоделируемым”), как ни странно, терминологически наилучшим образом описывает сложившуюся ситуацию: априорное использование некоторого явления, о котором апостериорные сведения формально будут отсутствовать.

И завершит перечень анализируемых противоречий естественное явление научного субъективизма, свойственное науке в целом. Если экспериментатор получает опытные данные, которые не согласуются с принятыми предположениями, то в этом случае совсем не очевидно, что последующие усилия будут направлены на ревизию выдвинутых предположений. Прежде всего, будет подвергнут сомнению сам эксперимент, который будет объявлен аномальным, неприемлемым, аварийным и т.д. с выдвинутым целым рядом причин (в том числе и несуществующих), подтверждающих вводимое искусственное неприятие. На самом деле это, как правило, результат неблагоприятного стечения обстоятельств, который имеет право на существование, также как и более благоприятные результаты. По крайней мере, первый шаг к объективности делается в тех исследованиях, где независимо от причин указывается число отвергнутых экспериментов, и возврат к субъективности — где это замалчивается.

Очевидно, несовершенство применявшейся теории может быть убедительным оправданием возникновения нового научного направления, однако его становление и развитие может происходить только за счет значительного внутреннего потенциала, способного доказать свое право на существование<sup>11</sup>. Другими словами, одной критики сложившегося состояния в данной области науки недостаточно, требуется последовательное описание преимуществ и достоинств нового научного направления оценивания и планирования, к которым можно отнести:

*Универсальность* — возможность решения широкого круга задач для линейных динамических систем самого общего вида. Возникающие здесь затруднения при исследовании различных классов орбит (низкие, средние, высокие) и полетов к планетам солнечной системы связаны, в основном, с учетом возмущений динамической системы. Возможность построения единого под-

хода (при различных уровнях требования и точности с помощью введения нового понятия “немоделируемые возмущения” и соответствующей методологии) позволило снять определенную проблематику в оценивании, которая ранее требовала каждый раз индивидуального подхода.

Здесь особенно важным моментом явилось определение оптимального промежутка наблюдения, т.е. построение заданного единым набором параметров отрезка существования КА, на котором разрушение траектории движения не достигает предела, приводящего к бессмысленности дальнейших измерений. Впервые вместо интуитивно-директивного подхода (не исключаящего появление иногда и правильных решений) предлагается регулярный метод, который можно повторить, проверить, выдвинуть противоположные доводы, внести соответствующие коррективы.

*Современный уровень математических методов* — прежде всего, сведение рассматриваемой проблемы к эффективному решению экстремальной задачи выпуклого программирования, ядром которой является задача линейного программирования. Практическую (программную) реализацию отличают следующие качества:

- устойчивость, т.е. защита алгоритма от нежелательных ситуаций, нарушающих нормальный ход вычислительного процесса (зацикливание, расходимость, вырожденность и т.д.);
- высокое быстродействие;
- относительно малый объем программного обеспечения.

Проблема обусловленности (о чем свидетельствует обилие публикаций) по-прежнему остается достаточно сложным негативным моментом классической теории, что, с другой стороны, выгодно отличает рассматриваемый неклассический подход, в котором эти моменты отсутствуют. Достаточно продолжительная вычислительная практика не указала на затруднения с обращением матриц, за исключением случаев выбора вырожденного начального базиса, что устраняется элементарной аккуратностью в построении соответствующей части алгоритма. По-видимому, это объясняется двумя следующими причинами:

- квадратичностью элементов (матриц) в первом случае и ли-

нейностью — во втором;

– отсутствием поиска наиболее информативных измерений в первом случае в отличие от второго.

Многокритериальная постановка задачи (в данном случае многоцелевая) в свете современных требований к исследованию является одним из показателей надлежащего теоретического уровня. Однако в данном вопросе существуют определенные особенности, которые нельзя не отметить. В силу теоремы Гаусса–Маркова оптимальный фильтр (максимального правдоподобия) является оптимальным для оценки произвольной целевой функции, т.е. в классическом случае не существует многокритериальной проблемы.

В то же время осуществленный переход на другую точку зрения, когда для оценивания заданного параметра требуется вполне определенная часть полученной информации, задание достаточно большого множества целевых функций, порождает сложную проблему, не свойственную, как указывалось выше, классическому случаю. Наиболее простым способом является получение объединенной стратегии (стратегий одноцелевых задач) с последующим выделением (для определения конкретного параметра) соответствующей одноцелевой стратегии. Другая, более естественная постановка заключается в выборе  $m$  измерений из возможного объема  $n$  ( $m \leq n$ ), так что на полученной стратегии достигается минимальный проигрыш по точности относительно оптимального решения (LB-, TD-планирование).

*Высокие адаптивные свойства.* Было бы весьма недальновидным и ошибочным полагаться на самостоятельный практический успех представленного научного направления. Только путь максимального использования накопленного практического опыта (по сути, классического подхода) совместно с весьма ограниченными доработками (неклассического подхода) могут принести пользу новому направлению в области практического приложения, при условии убедительного доказательства его практической полезности.

В этом отношении необходимое усложнение, в самых общих чертах, выглядит как дополнительная линейная итерация после определения параметров движения (начальных условий) косми-

ческого аппарата по данным траекторных измерений. Поправка к каждому начальному параметру рассчитывается как сумма отклонений (измеренных и расчетных значений) с вычисленными оптимальными коэффициентами в оптимальные моменты времени. При этом в исходном, опорном процессе полностью должен быть исключен искусственно создаваемый элемент (иногда сознательно и бессознательно скрытый) фиктивного качества приближения. Это наглядный парадокс, возникающий, например, при прогнозировании линейной функции, когда для благоприятного внешнего вида создается впечатление отсутствия полученных ошибок с помощью необоснованного расширения приближающих функций семейством алгебраических полиномов.

Содержание книги изложено в четырех главах.

В первой главе основное внимание уделено построению оптимального линейного фильтра. Этот процесс целиком заимствован из классической теории, за исключением последнего этапа оптимизации с помощью метода линейного программирования (ЛП). Сохранение формальной близости к статистическим методам, как уже отмечалось, нашло отражение в названии используемой ошибки — ошибки с произвольной корреляцией. Исследование проводится в континуальном виде и модульной форме. Для того чтобы воспользоваться результатами дискретной теории двойственности, задача априорной оценки (основная задача) представляется в стандартном виде. Переход к двойственной задаче позволяет осуществить весьма важный шаг: указать на связь с проблемой наилучшего приближения, приводящей к повышению эффективности теоретических исследований, в частности, открывающей широкую возможность для получения аналитических решений.

Доказывается одно из наиболее важных утверждений: теорема эквивалентности стратегий оптимального линейного фильтра для модели независимых ошибок измерений (при ограниченном объеме) и ошибок с произвольной корреляцией, что свидетельствует о существовании строго определенных информативных мест при оценивании заданной целевой функции.

Исследуется семейство сопряженных задач, когда известны статистические оценки среднестепенных величин  $\sqrt[r]{|\delta h(t)|^r dt}$ .

Указаны случаи ( $r = \infty, 2, 1$ ), находящие реальное применение в теории оценивания.

Устранено противоречие между результатами первой работы [41], проведенной в рамках метода наименьших квадратов (МНК), и результатами построения оптимального фильтра, приводящими к случаям увеличения числа ненулевых коэффициентов фильтра до значения  $m > k$  ( $k$  — размерность ЛДС). Обоснована возможность выбора такой весовой матрицы для МНК, для которой коэффициенты оптимального фильтра и фильтра МНК совпадают.

Вторая глава посвящена обоснованию преимущества аналитического оценивания развиваемого подхода по сравнению с классическим, поскольку в первом случае используется более простая система линейных уравнений (определяемая матрицей частных производных измеряемых параметров по начальным), а во втором случае произведением указанных матриц. Наиболее простое решение имеют задачи с небольшим значением  $k$ , поэтому значительное место занимают методы понижения размерности задачи (симметрия функций, использование асимптотических решений и т.д.). Получены законченные решения для следующих задач: определения местоположения, определения орбиты стационарного спутника, определения орбиты спутника планеты.

В третьей главе рассмотрены вопросы оценивания с учетом воздействия немоделируемых возмущений.

С использованием известных методов и результатов выпуклого анализа получено наиболее общее решение задачи оценивания. Общность достигается тем, что, наряду с ошибками измерений, учитываются возмущения динамической системы. Возмущения могут иметь пространственный и временной характер. Пространственные возмущения — это возмущения, обусловленные воздействием малых неучитываемых сил или погрешностью различного рода констант, описывающих гравитационное влияние, световое давление, приливные явления и т.д. Временное возмущение — это, как правило, расхождение наземных и бортовых шкал времени.

Следует отметить, что сформулированная общая задача оце-



нивания достаточно гармонично сочетает возможности совместного учета (и соответственно получение конечных результатов) погрешностей измерений и возмущений динамической системы, пространственных и временных возмущений.

Другой ее особенностью является то, что теория и методы гл. 3 представляют собой законченное теоретическое исследование, появившееся задолго до результатов гл. 1 и, естественно, не подверженное какому-то влиянию с их стороны. Очевидно, что основные результаты гл. 1 являются следствием из более общих утверждений гл. 3: весь сложный и продолжительный процесс решения поставленной проблемы привел к осознанию существования математической теории, как бы специально разработанной для решения всех поставленных задач. Привлечение строгих методов и абстрактных математических понятий (в том числе и сопряженных функций) имеет под собой довольно убедительную аргументацию — теория немоделируемых возмущений находилась в тупике до тех пор, пока опиралась на результаты гл. 1.

В конце главы приведен результат практического применения используемой математической теории для вычисления точности определения начальных параметров для КА космической системы типа “ГЛОНАСС” при измерении беззапросной наклонной дальности с нескольких ИП.

Вопросы реального планирования измерений рассмотрены в четвертой главе, т.е. осуществлен переход от одноцелевой к многоцелевой постановке задачи.

Формулируется многокритериальная задача, для которой определяется оценка, оптимальная по Парето. Поскольку парето-оптимальная оценка не единственна, то вводятся дополнительные условия, позволяющие заменить множество парето-оптимальных решений его однозначным представителем, т.е. вернуться от многокритериальной задачи к однокритериальной. Выбирается решение (из множества парето-оптимальных решений), которое минимизирует максимум из отношений  $i$ -х критериев к соответствующему оптимальному решению.

При конкретизации критериальной функции задачей оптимального выбора состава измерений, аргумент минимаксной задачи представляется как сумма модулей разложения (в смысле

задачи оптимального выбора) внешних векторов по внутренним. Внутренние вектора — это вектора частных производных измеряемого параметра по начальным параметрам в  $m$  точках, доступных для измерения, внешние вектора — это аналогичные вектора, соответствующие точкам, недоступных для измерения.

Для решения поставленной задачи используются следующие два алгоритма:

- TD — алгоритм, когда возможное число измерений  $m = k + 1$  ( $k$  — размерность ЛДС), для которого приведены решения ряда простейших задач;
- LV — алгоритм, когда, в общем случае,  $k + 1 < m < n$ ,  $n$  — общий объем измерений.

Построена аппроксимирующая функция для величины неизбежного проигрыша (дефекта  $\Delta$ ), зависящая от размерности ЛДС и возможного объема измерений. Приведены примеры, вычисления необходимых объемов измерений при значениях дефекта, не превосходящих заданных допусков.

Рассмотрена другая постановка задачи многоцелевого планирования в виде чебышевского приближения решения несовместной системы линейных уравнений, для которой дана оценка, указывающая на отличие от нуля дефекта в моменты измерения.

В заключение задача многоцелевого планирования обобщена на случай разбиения вектора начальных параметров на вектора полезных и бесполезных (мешающих) параметров. В качестве иллюстрации приведена задача выбора наиболее информативных ИП.

Пятая глава обращена на предметную область и носит вспомогательный характер. Однако сложность рассматриваемой модели (исследование различных классов орбит КА: низких, средних, высоких и орбит полетов к планетам, использование измерительных систем с различными характеристиками: радиотехнических и оптических, дальномерных и скоростных, запросных и беззапросных, прямых и ретрансляционных, выбор структуры начальных параметров и возмущений с различным уровнем сложности и т.д.) приводит к необходимости достаточно подробного ее описания. При этом на любом этапе выполнения задачи, если это возможно, привлекаются аналитические методы решения,

позволяющие проникнуть в физический и геометрический смысл полученных результатов.

Этому соответствует аналитический расчет траектории КА, в котором из уравнения движения в центральном поле получены векторные и скалярные выражения параметров движения и, на основании решения уравнения Кеплера, фазовые координаты на произвольный момент времени.

Благодаря аналитическому представлению матрицы частных изохронных производных текущих параметров по начальным (в транспортирующей системе координат) и вектора частных производных измеряемого параметра по текущим (в абсолютной экваториальной системе координат) оказывается возможным аналитическое представление вектора частных производных измеряемого параметра по начальным параметрам. Такое представление осуществляется в двух названных системах, для которых можно указать взаимное преобразование, задаваемое ортогональной матрицей простого вида.

В том случае, когда используются численные методы обращается внимание на вопросы допустимости тех или иных затрат на вычисления.

При учете влияния немоделируемых возмущений небезразлично, где располагается момент, определяющий начальные параметры. Показано, что целесообразно располагать его в момент окончания наблюдений, так, чтобы движение на отрезке наблюдения происходило в противоположную сторону. Приведены рассуждения и пример, иллюстрирующие корректность такого способа вычислений.

Должное внимание уделено вопросу корректности проводимых расчетов. Предлагаются методы как в узком (проверка расчета частных производных), так и в широком смысле (проверка решения задач оценивания с учетом и без учета немоделируемых возмущений).

В отдельный раздел вынесен скорректированный алгоритм уточнения начальных условий по полученным траекторным измерениям (алгоритм апостериорного оценивания). Обращается внимание на простоту его реализации в рамках классического подхода.

В заключение следует указать, что основная направленность монографии заключается в обосновании путей перехода от проектных работ к реальному эксперименту. Как уже отмечалось, несмотря на очевидные преимущества неклассического подхода в вопросах проектирования, по-прежнему не исключены рецидивы “оптимистического искреннего заблуждения” разработчиков и заказчика. Вообще следует весьма осторожно относиться к термину “проектирование”, поскольку в космической технике это не предварительный процесс, а процесс непрерывного уточнения и совершенствования исходного технического решения.

**НЕКЛАССИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ**

Рассматривается проблема оптимального линейного несмещенного оценивания параметров линейных динамических систем в условиях неопределенности ошибок измерения. В основе решения указанной проблемы лежит задача оценивания (*основная задача*) с ошибками измерения, ограниченными только по модулю (ошибки с произвольной корреляцией). При этом оказывается, что рассчитанная для этих условий оптимальная стратегия (оптимальные моменты измерения) сохраняет инвариантность в достаточно общем случае, когда измерения проводятся только в оптимальных моментах, либо оптимальные моменты являются точками концентрации общих стратегий.

Неожиданное свойство оптимальной стратегии, рассчитанной для модели ошибок с произвольной корреляцией, сохранять инвариантность для модели независимых ошибок (ограниченных по модулю) позволяет использовать любые промежуточные варианты от полной независимости до произвольной коррелированности. В этом случае использование оптимальной стратегии требует выполнения условия *инвариантности к группировке*, т.е. сохранения структурных свойств ошибок измерения при произвольном их распределении на заданном множестве измерений.

В рассматриваемой работе в оптимизационной проблеме используется теория двойственности, т.е. для *основной (прямой) задачи* формируется *сопряженная (двойственная)* экстремальная задача, так что допустимые решения сопряженной пары сближаются по мере приближения каждого к оптимальному. Взаимосвязь двойственных задач позволяет свести проблему оценивания к проблеме наилучшего приближения (*присоединенной задаче*), т.е. воспользоваться разделом математики, в котором, особенно в последнее время, получены обширные теоретические и практические результаты.